UNIVERSITÀ DELLA VALLE D'AOSTA
UNIVERSITÉ DE LA VALLÉE D'AOSTE

Dipartimento di Scienze Umane e Sociali

Corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria

ANNO ACCADEMICO 2024-2025

TESI DI LAUREA

L'atteggiamento nei confronti della matematica.

Uno studio sugli studenti e le studentesse di Scienze della Formazione Primaria dell'Università della Valle d'Aosta.

DOCENTE relatrice: Prof.ssa Carola MANOLINO

STUDENTESSA: 20A05213 - Céline TREVES

“Non si nasce con la paura per la matematica,

la paura per la matematica si costruisce con l'esperienza”

Rosetta Zan

Indice

Introduzione ..... ***I***

Capitolo 1 - Quadro teorico di riferimento ***1***

1. Atteggiamento nei confronti della matematica **1**

1.1. La disposizione emozionale 2

1.1.1. La classificazione delle emozioni 3

1.1.2. La classificazione delle emozioni di fronte ad un compito specifico 4

1.1.3. L'ansia per la matematica e la matofobia 5

1.2. Le convinzioni su se stessi 6

1.2.1. Le fonti di sviluppo dell'autoefficacia 7

1.2.2. L'attribuzione causale 9

1.3. Le convinzioni sulla matematica 10

1.3.1. Visione strumentale e visione relazionale della matematica 11

1.3.1.1. L'insegnante e la visione strumentale o relazionale della matematica 12

1.3.2. Credenze sull'origine biologica delle abilità matematiche 16

1.3.3. Credenze sulle differenze di genere 17

2. Atteggiamento nei confronti dell'insegnamento della matematica **19**

2.1. Le emozioni nei confronti dell'insegnamento per la matematica 19

2.2. L'autoefficacia nell'insegnamento della matematica 19

3. L'atteggiamento nei confronti del problem solving matematico **21**

3.1. Il problem solving e l'argomentazione matematica 21

3.1.1. Visione strumentale e relazionale della matematica e il problem solving 22

3.2. Emozioni nel *problem solving* 23

3.3. Autoefficacia nel problem solving 24

Domanda di ricerca ***26***

Capitolo 2 – Ricerca ***28***

Sezione 1 – Atteggiamento verso la matematica **30**

Sezione 2 – Atteggiamento verso l'insegnamento della matematica **35**

Sezione 3 – Atteggiamento verso un compito matematico specifico **39**

Capitolo 3 - Analisi ***45***

1. Analisi della prima sezione **46**

1.1. Emozioni nei confronti della matematica 46

1.1.1. Le emozioni negative 47

1.1.2. Le emozioni positive 52

1.1.3. Le emozioni ambivalenti 54

1.2. Episodi significativi dall'esperienza scolastica con la matematica 57

1.2.1. Episodi significativi negativi 58

1.2.2. Esperienze negative associate agli insegnanti 62
1.2.3. Esperienze positive associate agli insegnanti 65
1.3. Difficoltà di apprendimento della matematica 71
1.3.1. La matematica è una disciplina difficile da imparare 72
1.3.2. La matematica può essere una disciplina difficile da imparare 76
1.3.3. La matematica NON è una disciplina difficile da imparare 78
1.4. Le caratteristiche di un discente che ha successo in matematica 81
1.4.1. Fattori interni e controllabili 83
1.4.2. Fattori interni, stabili e incontrollabili 85
1.4.3. Fattori esterni, instabili e incontrollabili 87

***2. Analisi della seconda sezione* 91**
2.1. Esperienze di insegnamento della matematica 91
2.1.1. Difficoltà riscontrate in un'esperienza di insegnamento della matematica 92
2.1.2. Esiti esperienze di insegnamento della matematica 96
2.2. Difficoltà nell'insegnamento della matematica 99
2.2.1. La matematica è difficile da insegnare 100
2.2.2. La matematica NON è difficile da insegnare 108
2.2.3. La matematica può essere difficile da insegnare 111
2.2.4. Confronto tra le difficoltà percepite in matematica e nel suo insegnamento 112
2.3. Emozioni nei confronti dell'insegnamento della matematica 114
2.3.1. Emozioni negative 115
2.3.2. Emozioni positive 120
2.3.3. Emozioni ambivalenti 125
2.3.4. Confronto tra le emozioni generate dalla matematica e dal suo insegnamento 126
2.3.4.1. Emozioni positive nei confronti della matematica e negative nell'insegnamento 127
2.3.4.2. Emozioni negative nei confronti della matematica e positive nell'insegnamento 128

***3. Analisi della terza sezione* 131**
3.1. Quesito di problem solving 131
3.1.1. Analisi delle risposte e delle argomentazioni 135
3.2. L'atteggiamento di fronte ad un compito matematico 138
3.2.1. Le emozioni di fronte ad un compito matematico 138
3.2.2. L'autoefficacia matematica 142
3.2.3. L'attribuzione causale 148

***Capitolo 4 – Conclusioni* 155**

***Bibliografia*.....**

Introduzione

Sin dai primi anni della scuola primaria, è molto diffusa l'idea che la matematica sia una disciplina ostica e, soprattutto, destinata a pochi: i cosiddetti "portati per la matematica". Non è raro recepire nelle conversazioni tra i docenti nelle aule insegnanti frasi del tipo: «Paolo non è proprio portato per la matematica», «Io di matematica non ho mai capito nulla» oppure «Se non hai un pensiero logico, non riuscirai mai a risolvere un problema». Anche Grusec, Goodnow e Kuczynski (2000) nel loro studio evidenziano affermazioni da parte dei docenti come «Per la matematica bisogna essere portati».

Allo stesso tempo, non è difficile udire un genitore constatare: «Mio figlio è negato in matematica», o ancora «Tommaso adora la matematica: è proprio un genio!».

Di conseguenza, anche i bambini e le bambine, da pochi anni sui banchi di scuola, parlano di "odio" nei confronti di questa disciplina, facendo affermazioni del tipo: «Io non capisco la matematica» o ponendo domande come: «A che cosa serve la matematica se ho la calcolatrice?».

È dunque chiaro che nel pensiero comune la matematica sia una disciplina difficile da comprendere, per cui si crede che il successo in questa materia sia legato ad un'ipotetica predisposizione genetica al ragionamento logico.

Ecco perché sembra essere dominante l'atteggiamento di arrendevolezza da parte di studenti e studentesse, i quali, a seguito di qualche difficoltà presentata nei primi anni di scuola, tendono a manifestare un atteggiamento di rifiuto nei confronti di questa materia, percependola come un ostacolo durante tutto il proprio percorso scolastico. Infatti, è anche comune sentire studenti affermare di aver scelto una determinata scuola secondaria di secondo grado perché «sono previste poche ore di matematica» o addirittura docenti che consigliano un indirizzo umanistico a ragazzini e ragazzine che «non sono portati per la matematica».

Inerente a questo tema, una ricerca di Di Martino e Zan (2010), basata su un'analisi qualitativa di produzioni testuali personali, ha messo in evidenza che gli

alunni e le alunne fanno spesso riferimento ad ansia e paura nel descrivere il loro rapporto con la disciplina in questione.

Restringendo il campo alla regione Valle d'Aosta, come emerge da un servizio del TG regionale del 14 ottobre 2024 (Tavernese, 2024): «La matematica non appassiona gli studenti italiani e quelli valdostani non fanno eccezione». Il servizio, intitolato: «La Valle d'Aosta bocciata in matematica!», mette in evidenza il fatto che, rispetto all'anno scolastico 2020-2021, i risultati delle prove nazionali INVALSI[1] sono peggiorati. A livello italiano, in effetti, è possibile osservare un calo rilevante medio nazionale tra il 2019 e il 2022, seguito da risultati stabili negli ultimi tre anni (INVALSI, 2024). In Valle d'Aosta, invece, la media degli esiti di matematica del secondo grado è scesa da 207 nel 2019 a 195 nel 2024 (INVALSI, 2024, p. 21; INVALSI, 2019, p. 62), così come il punteggio medio del quinto grado si è abbassato da 203 a 195 nello stesso lasso di tempo (INVALSI, 2024, p. 31; INVALSI, 2019, p. 64)[2].

Di fronte a questi dati, la sovrintendente agli studi della Regione Autonoma Valle d'Aosta, dott.ssa Marina Fey, risponde mettendo in evidenza la necessità di puntare su una formazione diversa degli insegnanti. Nello specifico, a suo avviso, bisognerebbe introdurre un approccio che includa la didattica laboratoriale, che sia più inclusivo e che si avvicini in modo più operativo alla matematica. Inoltre, il presente *reportage* (Tavernese, 2024) colloca l'origine delle difficoltà nella materia nella mancata passione per la disciplina. Effettivamente, gli studi che si focalizzano sull'atteggiamento negativo degli alunni e delle alunne nei confronti

---

[1] Le prove INVALSI (Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema Educativo di Istruzione e di Formazione) sono test standardizzati finalizzati alla valutazione delle competenze degli studenti e delle studentesse in matematica, italiano e inglese. L'obiettivo principale è quello di misurare il livello di apprendimento e di acquisizione delle conoscenze e delle abilità previste dalle Indicazioni Nazionali (MIUR,2012) al fine di monitorare la qualità dell'istruzione nelle scuole italiane (INVALSI, n.d.).

[2] Le INVALSI utilizzano come unità di misura una scala centrata intorno al valore 200 con deviazione standard di 40 al fine di paragonare in modo oggettivo i risultati tra studenti, scuole e anni diversi. Con deviazione standard si fa riferimento ad una misura che serve per capire quanto i punteggi degli studenti si allontanano dalla media (200). Se la deviazione standard è 40, allora: i punteggi tra 160 e 240 (cioè 200 ± 40) rappresentano una fascia standard in cui rientra la maggior parte degli studenti, i punteggi sopra 240 sono ben sopra la media, mentre i punteggi sotto 160 sono sotto la media (https://invalsiopen.it/risultati/cosa-sono-livelli/).

della matematica sono molteplici e secondo McLeod (1992): «Se la ricerca sull'apprendimento e sull'istruzione vuole massimizzare il suo impatto su studenti e insegnanti, le questioni affettive devono occupare una posizione più centrale nella mente dei ricercatori» (p. 575, tradotto dall'autrice).

Alla luce di tutto ciò, nel presente lavoro ci si focalizzerà sul ruolo dei docenti nello sviluppo da parte degli alunni e delle alunne di un atteggiamento positivo o negativo nei confronti della disciplina. D'altronde, secondo Di Martino e Sabena (2011): «Le convinzioni e le emozioni negative nei confronti della matematica da parte degli insegnanti di scuola primaria in servizio sono un fenomeno allarmante perché possono interferire con il diventare un buon insegnante di matematica» (p. 89, tradotto dall'autrice). Infatti, secondo Jackson e Leffingwell (1999), nell'insorgenza di questi sentimenti l'insegnante gioca un ruolo cruciale nel momento in cui gli studenti e le studentesse fanno proprio l'interesse e l'entusiasmo manifestati da quest'ultimo.

Per di più, in Italia, il docente di scuola primaria è abilitato all'insegnamento di materie diverse, per cui è possibile che si ritrovi a dover insegnare matematica nonostante non abbia una disposizione emotiva positiva nei confronti di questa disciplina (Di Martino & Sabena, 2011). A tal proposito, alcuni autori (Hannula et al., 2007) affermano che l'ansia per la matematica è un fenomeno comune tra i docenti e che esso può essere manifestato sia come sentimento nei confronti della disciplina stessa, ovvero uno stato di disagio accompagnato da sintomi fisici di tensione e sentimenti di disforia in risposta a compiti matematici, sia legata alla prospettiva di doverla insegnare (American Psychiatric Association, 1994).

Puntando l'attenzione verso il futuro della scuola primaria valdostana, si ritiene necessario indagare quale sia l'atteggiamento dei futuri docenti, ovvero gli studenti e le studentesse di Scienze della Formazione Primaria, nei confronti della matematica e dell'insegnamento di questa disciplina.

Si intende, inoltre, approfondire il rapporto tra questi ultimi e il *problem solving* matematico, per almeno due motivi. In primo luogo, tale competenza riveste un ruolo centrale nelle *Indicazioni Nazionali* (MIUR, 2012). In secondo luogo, le prove INVALSI di matematica (INVALSI, 2024), nelle quali sono emerse

numerose difficoltà, hanno come obiettivo principale (sia per la classe seconda che per la classe quinta) il monitoraggio del pensiero matematico, con particolare attenzione alle conoscenze e alle capacità legate alla risoluzione di problemi e allo sviluppo graduale delle abilità argomentative.
Lo strumento che verrà utilizzato per il raccoglimento dei dati qualitativi è un questionario con domande principalmente aperte. Esso verrà sottoposto a tutte le coorti di Scienze della Formazione Primaria iscritte all'Università della Valle d'Aosta nell'anno accademico 2024- 2025.

A completamento della presente introduzione, si offre una panoramica della struttura della tesi. Innanzitutto, il lavoro è articolato in quattro capitoli. Nel primo si delinea il quadro teorico di riferimento, che costituisce il fondamento concettuale per lo sviluppo della domanda di ricerca. Il secondo capitolo è dedicato alla descrizione della ricerca, con particolare attenzione alla metodologia (il questionario) e alla scelta delle domande poste ai partecipanti. Il terzo capitolo presenta l'analisi dei dati raccolti, attraverso un'esposizione dei risultati emersi. Infine, il quarto capitolo propone una riflessione conclusiva.

Capitolo 1 - Quadro teorico di riferimento

1. Atteggiamento nei confronti della matematica

Neale (1969) afferma: «Qualcosa chiamato atteggiamento, gioca un ruolo cruciale nell'apprendimento della matematica» (p. 631). Tuttavia, risulta complesso definire il costrutto di atteggiamento nei confronti della matematica[3], ecco perché Zan e Di Martino (2007) presentano tre diverse definizioni.

La prima di esse considera l'atteggiamento come una disposizione emozionale nei confronti della materia, la quale può essere o positiva o negativa. La seconda è una definizione multidimensionale che evidenzia tre componenti coinvolte nella manifestazione di un atteggiamento: oltre alla risposta emotiva del soggetto, si aggiungono le credenze dello stesso in merito all'argomento in questione ed il suo comportamento influenzato dalle personali esperienze precedenti. Infine, la terza definizione non esplicita la componente comportamentale, ma considera l'atteggiamento come frutto delle credenze e delle emozioni associate alla disciplina.

In generale, secondo Zan e Di Martino (2007), le ricerche nell'ambito dell'atteggiamento nei confronti della matematica tendono a presentare una visione bipolare: il soggetto in esame può presentare o un'attitudine positiva o una negativa. Al contrario, tenendo in considerazione la definizione multidimensionale, l'atteggiamento propositivo o rinunciatario di fronte ad un compito di matematica è considerato come frutto dell'interazione tra: la risposta emotiva, intesa come presenza o assenza di piacere durante la pratica della disciplina, le credenze (in termini di utilità o inutilità), ovvero la visione della matematica, ed i comportamenti legati ai precedenti successi o insuccessi nella disciplina, cioè i precedenti alla base della competenza percepita.

Nel 2011, Di Martino e Zan elaborano un nuovo modello teorico che descrive l'atteggiamento nei confronti della matematica come un costrutto tridimensionale

[3] *Attitude Towards Mathematics* (ATM)

composto da emozioni associate alla matematica, convinzioni su sé stessi in relazione ad essa e convinzioni sulla disciplina (Di Martino & Zan, 2011). Nello specifico, gli autori sostengono che la disposizione emozionale si manifesti attraverso espressioni come «Mi piace o non mi piace la matematica perché...», che le convinzioni su se stessi riguardino l'autoefficacia, ovvero la competenza percepita e la percezione di riuscire o non riuscire in una disciplina, e, infine, che le convinzioni implichino la visione della disciplina e le credenze su di essa.
Gli autori mettono in evidenza che le tre componenti sopra citate sono tra loro interconnesse, infatti, secondo gli studiosi, una disposizione emotiva negativa nei confronti della matematica può essere dovuta a fattori legati al senso di autoefficacia e alla visione della materia, così come la visione che il soggetto ha di sé stesso in un ambito specifico può dipendere anche dalle credenze che ha in merito al successo o all'insuccesso in matematica.

1.1. La disposizione emozionale

Pekrun (2006) definisce le emozioni come «Processi multidimensionali e coordinati di sottosistemi psicologici che includono processi fisiologici affettivi, cognitivi, motivazionali, espressivi e periferici» (p. 316, traduzione dell'autrice). Nello stesso anno, Evans e Zan sostengono che ci sia un certo accordo tra gli studiosi nel ritenere che le emozioni coinvolgono reazioni fisiologiche che influenzano i processi cognitivi come l'attenzione e la memoria e che, quindi, esse avrebbero un ruolo chiave nel processo di adattamento e nel processo decisionale (Evans & Zan, 2006).
Nello specifico, Antognazza e colleghi (2015) sostengono che il processo di costruzione dell'esperienza emotiva implica inizialmente il manifestarsi di una discrepanza tra le aspettative dell'individuo e le richieste dell'attività in corso, la quale genera nel soggetto un'eccitazione viscerale. Ecco che l'eccitazione fisiologica, da un lato, e la valutazione della situazione da parte della persona, dall'altro, portano alla "costruzione" dell'emozione. A questo punto, la sperimentazione dell'emozione ha come effetto una riduzione della capacità

cosciente, necessaria ad esempio per la risoluzione di problemi. Questo processo, il quale appare come debilitante, può essere associato sia a situazioni negative che positive.

1.1.1. La classificazione delle emozioni

Secondo Pekrun (2006) le emozioni possono essere classificate come positive, se piacevoli, o negative, se spiacevoli, ma anche come attivanti, se attivano il soggetto dal punto di vista fisiologico come nel caso dell'aumento del battito cardiaco o della sudorazione, o, viceversa, deattivanti.

Conseguentemente, Panero e colleghi (2020) affermano che se le emozioni sono positive e attivanti, come l'orgoglio, esse influenzeranno positivamente la motivazione, la capacità di autoregolazione e di conseguenza la *performance*. Se, al contrario, sono negative, esse riducono motivazione, partecipazione e prestazione. In effetti, Buxton (1981) affermava che nel momento in cui la matematica scatena emozioni negative forti, gli alunni e le alunne possono manifestare atteggiamenti di rifiuto nei confronti della materia, i quali possono arrivare a bloccare il processo di pensiero.

Va inoltre sottolineato che, se le emozioni sono positive deattivanti, esse possono, in base alle situazioni, favorire oppure ostacolare l'apprendimento (Rowe & Fitness, 2018).

Di conseguenza, per quanto riguarda la disposizione emotiva e la sua relazione con la prestazione in matematica, non è possibile rilevare un nesso causale unidirezionale tra emozioni positive e successo oppure tra emozioni negative e insuccesso. In effetti, sebbene spesso gli studenti che presentano emozioni negative siano coloro che hanno sperimentato il mancato successo, ci sono alcuni soggetti che pur ottenendo risultati positivi, non apprezzano la materia. Altri ancora apprezzano la materia sebbene abbiano difficoltà in merito (Zan & Di Martino, 2011).

1.1.2. La classificazione delle emozioni di fronte ad un compito specifico

Nel tentativo di classificare le emozioni che i soggetti possono provare di fronte ad un compito specifico e l'origine di queste ultime, Pekrun (2006) ha formulato la Teoria del controllo-valore[4]. Egli definisce le emozioni di successo come emozioni legate alle attività di successo o ai risultati di successo. Secondo l'autore, le emozioni di attività fanno riferimento alle attività in corso correlate al successo, ne è un esempio la rabbia provata durante la risoluzione di un compito difficile. Si tratta di emozioni prospettiche e anticipatorie (come la speranza di successo e l'ansia di fallimento). Le emozioni di risultato, invece, derivano dall'esito, quindi sono emozioni retrospettiche (come l'orgoglio o la vergogna). Inoltre, si possono distinguere le emozioni di successo di stato, generate da eventi momentanei, dalle le emozioni di successo di tratto, le quali sono abituali e ricorrenti poiché vengono sperimentate da un individuo in relazione ad attività e risultati di successo. Queste ultime si distinguono per la generalità temporale e situazionale: ad esempio, si parla di emozioni matematiche di tratto in tutte le situazioni correlate a questa disciplina. Pekrun (2006) mette anche in evidenza che le emozioni sperimentate in un contesto dipendono dalle percezioni di controllo dell'individuo, ovvero la controllabilità percepita dal soggetto in relazione ad azioni e risultati, e dal valore soggettivo, il quale riguarda l'importanza che il soggetto attribuisce ad un compito e al suo risultato (intrinseco o estrinseco). Per quanto riguarda il controllo soggettivo è possibile far riferimento alle aspettative causali e alle attribuzioni causali. Le prime sono cognizioni prospettiche riguardanti relazioni causa-effetto future, quindi implicano aspettative rispetto al fatto che una situazione produrrà risultati positivi o negativi attraverso determinate misure prese dal soggetto o senza alcuna misura. Le seconde sono cognizioni retrospettiche riguardanti le cause di un successo o fallimento (ad esempio le proprie azioni, altre persone ecc.). Di conseguenza, le emozioni di risultato prospettico e anticipatorio sono una funzione dell'aspettativa di risultato e del valore del risultato. In base all'emozione, la funzione può essere di intensità

---

[4] *The control-value theory of achievement emotions* (Pekrun, 2006).

positiva o negativa. Nello specifico, se le aspettative di successo sono elevate, viene suscitata *gioia anticipatoria*, oppure, se la convinzione del mancato fallimento è alta, si genera sollievo anticipatorio. Secondo l'autore, maggiore è l'aspettativa di successo e più è elevato il valore che un soggetto attribuisce al successo, maggiore sarà la *gioia anticipatoria*. Se invece le aspettative sono sfavorevoli o se il risultato è irrilevante per il soggetto, allora egli non proverà né gioia, né sollievo. Al contempo, se manca il controllo interno e il successo è considerato come irraggiungibile, l'aspettativa di fallimento è alta e l'emozione dominante è la *disperazione*. Quando invece l'aspettativa di successo è moderata, ma con una parziale mancanza di controllo, l'emozione che si prova è la *speranza*.

Inoltre, Pekrun (2006) mette in evidenza l'esistenza delle emozioni di fallimento prospettico. In particolare, il *rilassamento anticipatorio* si prova nel momento in cui si prevede di fallire e il valore del fallimento è relativamente basso, per cui si sceglie di evitare una situazione stressante. Invece, l'*ansia* si genera nel momento in cui l'aspettativa di fallimento è alta e il valore di fallimento è elevato. Se invece il soggetto non si aspetta un fallimento o non gli importa, non si proverà ansia.

In conclusione, facendo riferimento alle aspettative del soggetto e alla valutazione della situazione come elementi che intervengono nella generazione di una certa emozione, si sta sottintendendo che non è l'esperienza in sé a causare l'emozione, ma l'interpretazione che il soggetto dà di essa, ecco perché è possibile affermare che anche le credenze dell'individuo, relative a sé stesso e alla disciplina, siano coinvolte.

1.1.3. L'ansia per la matematica e la matofobia

Panero e colleghi (2020) sostengono che le emozioni negative deattivanti maggiormente studiate nell'ambito dei compiti matematici siano paura ed ansia, sebbene lo spettro delle emozioni sia molto più ampio. A tal proposito, facendo riferimento alla paura nei confronti della matematica, in letteratura è spesso

utilizzato il termine *matofobia*. Esso è stato coniato da Papert (1980) attraverso la fusione delle parole “matematica” e “fobia” per indicare una forma di paura, angoscia e avversione nei confronti della materia. Secondo l’autore: «La matofobia, endemica della cultura contemporanea, impedisce a molte persone di apprendere tutto ciò che riconoscono come matematica, sebbene non abbiano difficoltà con la conoscenza matematica quando non la percepiscono come tale» (Papert, 1980, p. 8).

Quando si parla di ansia per la matematica[5], si fa riferimento ad emozioni di paura, tensione e disagio che possono interferire con l’esecuzione di compiti matematici. In effetti, è stato dimostrato che essa influenza le prestazioni matematiche dai cinque anni fino all’età adulta. L’ansia per la matematica va distinta dall’ansia da test, riferita a contesti valutativi, la quale dipende sia da variabili indipendenti (come aspetti cognitivi) che da variabili legate al tipo di compito. Infatti, l’ansia da test e l’ansia per la matematica spesso coesistono (Carey et al., 2017).

1.2. Le convinzioni su se stessi

Secondo Bandura (1986), ogni soggetto possiede un sistema di credenze che controlla pensieri, emozioni ed azioni. Nello specifico, egli definisce l’autoefficacia come l’insieme delle convinzioni o percezioni che un individuo ha delle proprie abilità in un dominio specifico. Queste convinzioni influiscono sul comportamento umano modificandone l’intensità, la tipologia delle azioni messe in atto, la resilienza e la flessibilità.

Dato che questo costrutto riguarda le credenze nella propria capacità di organizzare ed eseguire azioni necessarie per produrre un esito, esso alimenta meccanismi di agenticità personale (*agency*) attraverso cui l’individuo contribuisce attivamente a causare ciò che accade, regolare le proprie condotte e scelte, organizzare il proprio rapporto con l’ambiente. Di conseguenza, l’autoefficacia influenza la scelta del compito e la qualità del coinvolgimento: ad

[5] *Math Anxiety* (MA)

esempio, un soggetto può tendere ad evitare una situazione specifica se essa è particolarmente bassa nell'ambito coinvolto (Ligorio & Cacciamani, 2013).
In particolare, l'autoefficacia matematica fa riferimento al livello di fiducia che un soggetto ripone nella propria capacità di ottenere buoni risultati nello svolgimento di compiti matematici specifici, come la risoluzione di problemi, oppure comprendere una lezione di questa disciplina. Esiste quindi un'importante correlazione tra autoefficacia matematica e risultati matematici (Klassen, 2004).

1.2.1. Le fonti di sviluppo dell'autoefficacia

Secondo Bandura (1986), l'autoefficacia viene generata e alimentata da quattro fonti di informazione. *In primis*, l'esperienza di azioni personali dirette (*Mastery experience*), in particolare l'interpretazione dei risultati di queste ultime da parte del soggetto. In sostanza, l'individuo, dopo aver svolto una specifica attività, costruisce o modifica dei personali giudizi di competenza che aumentano o riducono la sua fiducia nello svolgere compiti simili sulla base dei risultati ottenuti.
In secondo luogo, interviene l'osservazione dei risultati di esperienze vicarie (*Vicarious experience*) messe in atto da soggetti che si ritengono simili a se stessi, ovvero appartenenti allo stesso gruppo per età, sesso o etnia (Usher & Pajares, 2008). Per cui, i fallimenti o i successi dei simili influenzano l'autoefficacia del soggetto.
In seguito, la percezione di se stessi è condizionata dalle persuasioni verbali e sociali (*Social persuasion*), ovvero i rinforzi positivi o le critiche da parte di individui che vengono considerati dalla persona coinvolta come modelli: è il caso di genitori o insegnati che durante gli anni di formazione hanno una forte influenza sul senso di efficacia dell'alunno o dell'alunna (Usher & Pajares, 2008).
Infine, l'ultima fonte dell'autoefficacia sono le esperienze somatiche connesse a stati fisiologici ed emozionali (*Emotional and physiological states*), come anticipato precedentemente (*cfr. 1.1.1. La disposizione emozionale*). Si tratta, ad esempio, di ansia, stress, umore, stanchezza che inducono il soggetto a fare previsioni negative sulla propria prestazione futura. Secondo Usher e Pajares

(2008), un'elevata ansia può sviluppare nel soggetto una visione pessimistica ed influenzare di conseguenza la capacità di svolgere le attività assegnate, così come l'eccitazione dovuta ad un sentimento di sfida viene interpretata dal soggetto come possibilità di successo.

Esistono, inoltre, quattro principi che influenzano lo sviluppo dell'autoefficacia (Ligorio & Cacciamani, 2013).

Il primo è il processo cognitivo che implica principalmente la metacognizione, la quale concerne la conoscenza di se stessi in quanto soggetti in apprendimento, la conoscenza delle caratteristiche del compito che si ha davanti e delle strategie che possono essere utilizzate per risolverlo. Essa influenza il controllo percepito dal soggetto sia in riferimento alle azioni da svolgere che al risultato da ottenere (Flavell, 1979).

In secondo luogo, gli aspetti motivazionali possono influenzare l'autoefficacia. La motivazione «dovrebbe essere considerata come una sorgente di energia interna che spinge le persone verso esiti desiderati e lontano da esiti indesiderati […], riguarda la realizzazione dei propri bisogni, attese, obiettivi, desideri e ambizioni» (Van Nuland, Martens & Boekhaerts, 2010, p. 535). In questo caso, si fa riferimento soprattutto alla motivazione intrinseca, la quale secondo Deci, Olafsen e Ryan (2017) «si riferisce ad attività per le quali la motivazione risiede nel comportamento stesso, […] sono le esperienze spontanee di interesse e piacere implicite nell'attività a fornire le "ricompense"» (p. 21, traduzione dell'autrice).

Il terzo principio riguarda l'affettività, infatti l'emozione e gli stati d'animo possono influenzare l'autoefficacia. Di conseguenza, l'autoregolazione[6] dei propri stati effettivi come, ad esempio, la gestione del panico, diventa fondamentale (Bandura, 1986).

[6] L'autoregolazione è: «Un insieme di processi di modulazione di pensieri, sentimenti e comportamenti che consentono ad un individuo di guidare la propria attività verso un obiettivo» (Ligorio & Cacciamani, 2013, p. 218).

1.2.2. L'attribuzione causale

A proposito di motivazione, è fondamentale mettere in evidenza che essa è strettamente connessa all'attribuzione causale, definita da Weiner (1985) come insieme di giudizi retrospettivi sull'esito di una propria azione e di ragioni addotte dei propri successi o insuccessi. Le spiegazioni che i soggetti attribuiscono a successi o fallimenti influenzano le scelte future, per cui se ad esempio si attribuisce la mancanza di abilità ad un esito negativo, si tendono ad evitare compiti ritenuti simili.

L'autore classifica anche le cause delle attribuzioni sulla base di tre dimensioni (Weiner, 1985):

- il *locus of control* definisce se la causa è interna o esterna al soggetto, per cui se il compito è stato superato grazie all'impegno o alle proprie capacità oppure grazie all'intervento di agenti esterni, come l'aiuto di qualcuno;
- la stabilità indica se la causa può essere suscettibile o meno ad un cambiamento. Ad esempio, se il motivo del fallimento è l'umore, esso può cambiare in un'altra situazione, al contrario, se si tratta della difficoltà di un compito, non dipendendo dal soggetto stesso, non può essere modificata in un'altra circostanza;
- la controllabilità sottolinea se la causa è o meno sotto il controllo della persona stessa, quindi se il successo viene attribuito, ad esempio, all'abilità personale piuttosto che alla fortuna.

Sull'attribuzione causale sono stati condotti degli esperimenti da Weiner e Kukla nel 1970 e da Kukla nel 1972 dai quali è emerso che «gli studenti considerati "ad alta capacità" tendevano ad attribuire il successo alla capacità e allo sforzo e il fallimento alla mancanza di sforzo» (Dasinger, 2013, p. 3, tradotto dall'autrice), mentre gli studenti e le studentesse con un'abilità più bassa attribuiscono il fallimento a cause interne, instabili e non controllabili. Quindi, questi ultimi credono di non poter controllare il fallimento, indipendentemente dall'impegno investito.

Il ruolo dell'attribuzione causale in compiti matematici è stato studiato da Cortés-Suárez e Sandiford (2008), i quali hanno analizzato le differenze tra le attribuzioni degli studenti universitari promossi e di quelli bocciati in un corso di algebra. A conferma di quanto affermato precedentemente, è emerso che gli studenti che hanno superato l'esame, hanno attribuito il loro successo principalmente a cause interne, stabili e controllabili. Al contrario, coloro che non hanno avuto successo hanno associato i loro fallimenti a cause esterne, instabili e controllabili dall'esterno.

È anche importante sottolineare che le differenti attribuzioni causali vanno a generare delle reazioni affettive differenti nei soggetti. Ad esempio, una persona prova meno vergogna di fronte ad un fallimento nel momento in cui esso viene attribuito alla difficoltà del compito o alla fortuna (Dasinger, 2013). Se, ad esempio, un soggetto associa ai suoi successi a cause interne controllabili, come l'impegno, egli tenderà ad aumentare la propria stima personale. Se, invece, egli attribuisce il fallimento a cause interne incontrollabili, come la mancanza di abilità, tenderà a provare vergogna o senso di colpa (Ligorio & Cacciamani, 2013).

Inoltre, l'attribuzione causale è correlata all'impotenza appresa. Quest'ultima è definita da Seligman e Mayer (1967) come conseguenza di una percezione di scarso o nessun controllo sugli eventi avversivi. È dunque possibile affermare che le persone che attribuiscono i fallimenti alla mancanza di capacità aumentano la percezione della propria impotenza appresa, al contrario delle persone che li associano alla difficoltà del compito o alla mancanza di sforzo. Inoltre, gli studenti per i quali il successo è legato alla capacità e il fallimento alla mancanza di sforzo presentano in genere una maggiore motivazione per i compiti futuri. Invece, gli studenti che credono di aver raggiunto l'obiettivo grazie alla fortuna o di aver fallito per mancanza di capacità sono meno incentivati ad impegnarsi nei compiti futuri.

1.3. Le convinzioni sulla matematica

Zan e Di Martino (2011) mettono in evidenza il fatto che le credenze di un individuo vengono spesso considerate come cornice dei suoi processi decisionali e quindi

dei suoi comportamenti. In effetti, molte ricerche su questo tema si fondano sull'idea che le convinzioni personali di alunni e insegnanti influenzino il loro pensiero e le loro azioni (Lester, 2002).

Tuttavia, Zan e Di Martino (2011) sottolineano la complessità dello studio delle credenze evidenziando, prima di tutto, l'esistenza di un sistema in cui ci sarebbero convinzioni con valori diversi per i singoli: «Non tutte le credenze sono ugualmente importanti per l'individuo; le credenze variano lungo una dimensione centro-periferica. In secondo luogo, più una credenza è centrale, più resisterà al cambiamento. In terzo luogo, più la credenza è centrale, più diffuse sono le ripercussioni nel resto del sistema di credenze» (Rokeach, 1968, p. 3).

A proposito di credenze, va citata anche la complessità della relazione tra convinzioni ed emozioni (Zan & Di Martino, 2011), infatti bisogna tenere in considerazione l'esistenza di un sistema di credenze individuali. Ad esempio, la convinzione del fatto che per avere successo in matematica si debba essere dotati suscita emozioni diverse in base ad un'altra credenza personale, ovvero in fatto di ritenersi o meno dotati.

1.3.1. Visione strumentale e visione relazionale della matematica

Facendo riferimento alla presenza di credenze che influenzano l'atteggiamento nei confronti della matematica, Zan e Di Martino (2007) evidenziano l'esistenza di due diverse visioni della disciplina: la visione strumentale o procedurale e la visione relazionale o concettuale.

Secondo Skemp (1976), si ha una visione strumentale della matematica quando la si associa ad un insieme di regole, formule e procedure che vanno applicate all'occorrenza. Ad esempio, se il compito chiede di misurare l'area di una data figura geometrica, è sufficiente riconoscere di quale figura si tratta per applicare la formula esatta. Allo stesso modo, Zan (2007) parla di visione procedurale nel momento in cui si considera la matematica come «un insieme di fatti e procedure» (p. 214).

All’opposto, quando si ha una visione relazionale della matematica, si considera il suo apprendimento come una costruzione di significati. Di conseguenza, non si pensa il soggetto che apprende come colui che memorizza una serie di processi, ma piuttosto come colui che crea connessioni significative tra le conoscenze (Zan & Di Martino, 2007). Infatti, come suggerito dall’aggettivo “relazionale”, secondo questa visione la matematica non è un insieme di oggetti isolati, ma è caratterizzata da un sistema di relazioni (Zan, 2007).

1.3.1.1. L’insegnante e la visione strumentale o relazionale della matematica

La visione della matematica del docente influenza inevitabilmente il modo in cui egli concepisce l’insegnamento della disciplina e, a sua volta, la tipologia di insegnamento incide sulla visione della matematica sviluppata dai discenti (Zan, 2007).

Panero e colleghi (2020) sostengono che il professionista che ha una visione principalmente strumentale della disciplina tende a limitarsi alla presentazione di regole e alla proposta di esercizi per applicarle, non prestando attenzione alla creazione di legami tra i concetti insegnati. L’insegnamento procedurale, inoltre, valuta positivamente l’apprendimento mnemonico, piuttosto che la riflessione, invitando alla riproduzione di procedure. Ecco perché, la correttezza dei risultati conta più del processo e l’errore viene considerato come indicatore di fallimento, non come una risorsa (Zan, 2007). Tuttavia, secondo l’autrice, le regole non caratterizzano questa disciplina, ma vengono spesso generate in modo insidioso a partire da relazioni matematiche. È possibile esemplificare quest’affermazione facendo riferimento all’insegnamento del Teorema di Pitagora, il quale, sebbene stabilisca una relazione tra i lati (*abc*) di un triangolo rettangolo tale per cui $a^2 + b^2 = c^2$, viene spesso presentato a scuola come una regola da seguire. Nello specifico, si utilizzano affermazioni del tipo: «per trovare il lato c bisogna…». d’altronde, anche i libri di testo enunciano tre formule che consentono di ricavare i tre diversi lati del poligono. Di conseguenza, secondo Zan (2007), «l’abitudine di far memorizzare molte formule […] e più in generale la frammentazione di un

fenomeno in tanti casi particolari […] ostacolano la possibilità di cogliere la logica sottostante, cioè il processo unificatore, e favoriscono una visione della disciplina frammentata in prodotti distinti l'uno dall'altro» (p. 212).

Al contrario, l'insegnante che ha una visione relazionale della matematica tende a focalizzarsi sulla comprensione delle relazioni matematiche: il suo obiettivo è quello di fare in modo che i discenti apprendano ad interrogarsi sul significato delle conoscenze apprese e a chiedersi *perché* di fronte ad un processo matematico, ad attribuirgli un senso. Inoltre, un professionista di questo tipo orienta il proprio lavoro verso la creazione di connessioni tra conoscenze, al fine di creare schemi mentali (Skemp, 1976). Dal punto di vista di Ausubel (1968), quindi, promuove un apprendimento significativo, il quale, effettivamente, presuppone, da un lato, che «sia il discente a presentare una certa disposizione, a porre in relazione in nuovo materiale in modo non arbitrario» e, dall'altra, che il docente proponga materiale «potenzialmente significativo per lui, vale a dire che si possa collegare a questo bagaglio cognitivo» (Ausubel,1990, p. 94).

Al fine di spiegare la visione relazionale della matematica, distinguerla da quella precedentemente enunciata e per metterne in evidenza le potenzialità, Skemp (1976) utilizza la metafora del viaggiatore che si trova in una nuova città. Nello specifico, a suo avviso, se egli ha appreso a memoria le indicazioni per spostarsi da un punto preciso ad un altro, come l'apprendimento strumentale implica lo studio di piani fissi (come regole o algoritmi) con cui raggiungere il punto di arrivo (come la richiesta di un quesito) a partire da un punto di partenza, egli rischia di smarrirsi nel momento in cui commette un errore. Invece, il viaggiatore che esplora la città cercando di costruirsi una mappa mentale della stessa, anche nel momento in cui dovesse perdere la strada, sarebbe in grado di cambiare strategia e ritrovare la via per raggiungere il proprio obiettivo. Allo stesso modo, l'apprendimento relazionale consiste nella costruzione di una struttura concettuale, ovvero uno schema da cui è possibile, ipoteticamente, produrre un vasto numero di piani per raggiungere il punto di arrivo. Ad esempio, l'apprendimento della divisione alla scuola primaria viene spesso associato all'algoritmo per svolgere il calcolo in colonna, perdendo così di vista il significato

di questo processo. Se, al contrario, si adottasse una visione relazionale ci si preoccuperebbe del fatto che i bambini e le bambine attribuiscano un senso alla divisione: essa può essere vista come una distribuzione equa, come una suddivisione in parti uguali, come “svuotamento” di una quantità. Una misconcezione che si sviluppa nel momento in cui non viene compreso il significato profondo di quest’operazione può essere «la convinzione che in una divisione A: B, il numero B deve essere minore di A» (Sbaragli, 2008).

Chiaramente, uno schema non è mai completo: esso viene ampliato continuamente dalle nuove conoscenze attraverso la costruzione di nuove connessioni. D’altronde, l’apprendimento significativo avviene nel momento in cui «idee espresse in forma simbolica vengono collegate in modo non arbitrario a ciò che il discente sa già» (Ausubel, 1990, p. 94).

Alla luce delle precedenti affermazioni, è possibile dedurre che, anche se gli argomenti insegnati secondo una visione relazionale e quelli presentati sulla base di una visione strumentale sono gli stessi, essi producono due tipi di conoscenza profondamente diversi, al punto che, secondo Skemp (1976), si può parlare di insegnamento di due materie diverse chiamate con lo stesso nome. Allo stesso tempo, è possibile distinguere due categorie di insegnanti in termini di visione dell’insegnamento della matematica: i docenti di stampo costruttivista che valorizzano i processi cognitivi e coloro che la intendono come una trasmissione diretta di conoscenze, i comportamentisti (Staub & Stern, 2002). Secondo il modello costruttivista, infatti, il discente «non si limita ad aggiungere nuove informazioni al suo magazzino di conoscenze, ma invece crea collegamenti e costruisce nuove relazioni tra queste informazioni», attribuendo a queste ultime un senso (Zan, 2007, p. 46).

A tal proposito, uno studio interessante è quello condotto da Handal (2003), il quale ha rilevato che gran parte degli studenti all’inizio della formazione ritengono che la matematica sia una disciplina basata su regole e procedure da memorizzare. Inoltre, essi sostengono che esista una sola strategia o comunque una strada migliore rispetto a tutte le altre per raggiungere la soluzione, poiché in matematica ogni cosa è completamente giusta o completamente sbagliata.

Prima di concludere è importante sottolineare ancora che le *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione* mettono in evidenza che i docenti hanno il compito di favorire « lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta ad un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo» (MIUR, 2012, p. 49). A partire da questa citazione, è importante fare una distinzione tra problema matematico, ovvero una situazione in cui non si dispone di una procedura per raggiungere un obiettivo, dall'esercizio matematico in cui l'alunno applica una regola nota (Pólya, 1945). Secondo Di Martino e Zan (2020) le regole trasformano ogni problema in esercizio. Effettivamente, dall'analisi dei libri di testo condotta da Di Martino (2017), i "problemi" vengono «raggruppati per sessione rispetto alle operazioni da usare, e comunque legati al capitolo specifico in cui compaiono» (p. 24), ragione per cui non si tratta più di veri problemi, ma di esercizi.

Infine, rispetto al rapporto tra competenza e atteggiamento (considerato come frutto di emozioni, credenze sulla disciplina e autoefficacia), secondo Zan e Di Martino (2007), non è possibile associare il successo in matematica ad una visione relazionale e neppure ad una strumentale. Infatti, si può affermare che per alcuni soggetti la matematica è considerata complessa a causa della presenza di troppe regole da ricordare, ma, al contempo, può essere ritenuta semplice da coloro che credono che sia sufficiente la memorizzazione dei meccanismi per avere successo. Di conseguenza, neppure una disposizione emotiva negativa dipende da una visione strumentale, poiché essa rimane strettamente connessa all'idea di successo o fallimento da parte del soggetto e quindi alla competenza percepita, la quale è influenzata dalle attribuzioni causali che sono a loro volta legate all'esperienza (Zan & Di Martino, 2007). Va tenuto in considerazione, però, il fatto che la costruzione di schemi è un obiettivo intrinsecamente soddisfacente e che attraverso lo sviluppo di uno schema, il soggetto sviluppa un senso di fiducia in sé stesso e quindi di autoefficacia (Skemp, 1976).

1.3.2. Credenze sull'origine biologica delle abilità matematiche

Le abilità in ambito matematico vengono spesso associate all'intelligenza di un soggetto. Quindi, se un individuo ottiene spesso dei buoni risultati in questa disciplina, sarebbe grazie a delle capacità innate e stabili, non al suo impegno (Cornoldi, 1995). In relazione con questa credenza, va messo in evidenza che nella nostra società «l'insuccesso in matematica è più naturale del successo» (Zan, 2007, p. 176) e viene considerato come più irreversibile e definitivo rispetto a quello in altre materie (Cornoldi, 1995).

Uno studio condotto da Lipari e D'Amico (2008) ha fatto emergere che anche gli insegnanti, nonostante presentino un'idea incrementale dell'apprendimento in generale, tendono ancora ad associare le abilità matematiche ad una predisposizione biologica. Allo stesso modo, Truffelli e Asquini (2022), formulando uno studio inerente alle convinzioni sulle Prove INVALSI, hanno sottolineato che ci sono docenti in Italia che considerano il successo nella disciplina in questione come frutto di un talento innato. Queste credenze vengono trasmesse direttamente ai bambini e alle bambine attraverso affermazioni dirette, del tipo: «Per la matematica bisogna essere portati», oppure indirettamente attraverso scelte metodologiche orientate ad obiettivi di prestazione piuttosto che di padronanza[7] o rinforzi positivi che lodano l'intelligenza al posto dell'impegno (Grusec et al., 2000; Lipari & D'Amico, 2008).

Per Zan (2007), la credenza rispetto ad una predisposizione genetica alla matematica che si sviluppa negli alunni e nelle alunne dipende dalle attribuzioni di successo e fallimento costruite attraverso l'interpretazione di esperienze matematiche che hanno luogo principalmente in classe. Ad esempio, se per l'insegnante la velocità nel dare le risposte e la loro correttezza sono indicatori di successo, per alcuni discenti «la lentezza e le risposte scorrette diventano ostacoli insormontabili al successo» (p. 177). Tendenzialmente, gli alunni e le

[7] I soggetti che sono focalizzati su obiettivi di padronanza tendono allo sviluppo di competenze (promosse dall'attività che si intende svolgere. Invece, i soggetti che si pongono obiettivi di prestazione sono focalizzati sul riconoscimento esterno e quindi sull'ottenimento di giudizi positivi da parte degli altri, ad esempio dell'insegnante (Ligorio & Cacciamani, 2013).

alunne che hanno bisogno di più tempo per ragionare di fronte ad un problema matematico, proveranno emozioni come ansia, paura o frustrazione vedendo che alcuni compagni o compagne hanno terminato il compito. Ecco allora che i loro processi di pensiero ne risentiranno, aumentando la probabilità di un'ulteriore esperienza di fallimento che rinforzerà la convinzione dei singoli di non essere capaci (Zan, 2007). Nel momento in cui il fallimento viene associato ad una mancanza di abilità, il soggetto sarà influenzato nei compiti simili successivi ed è probabile che egli tenda a non impegnarsi fino in fondo o a non persistere dopo il primo insuccesso, pur avendo le capacità per riuscire (Cornoldi et al., 1995).
Facendo riferimento alla scuola primaria, va anche messo in evidenza che fino ai sette anni i bambini e le bambine non distinguono l'abilità dall'impegno, dai sette ai dieci i due aspetti si escludono (chi si impegna, è meno abile), e solo dai dieci anni, impegno e abilità vengono separati. Ecco perché, negli anni della prima scolarizzazione, l'alunno o l'alunna che ottengono buoni o cattivi risultati non li associano alla presenza o alla mancanza di impegno, bensì all'assenza o presenza di una "bravura" generalizzata. Inoltre, le abilità specifiche vengono estese e divengono indice della percezione generale, positiva o negativa, che un soggetto ha di sé. Ad esempio, un bambino che non riesce ad ottenere risultati positivi di fronte a compiti di moltiplicazione, tende a considerarsi incapace in matematica. Di conseguenza, il docente ha un ruolo fondamentale nel favorire lo sviluppo di un'idea di intelligenza incrementabile con l'impegno e non innata, così come di favorire lo sviluppo della convinzione che il fallimento di fronte ad un compito, non ha nulla a che vedere con il valore di una persona nel complesso (Lipari & D'Amico, 2008).

1.3.3. Credenze sulle differenze di genere

Tra le credenze più diffuse in relazione all'apprendimento matematico, vanno rilevate le differenze di genere. Ferrara e colleghi (2021) parlano di divario di genere in matematica (GGM)[8] in riferimento alla differenza tra le prestazioni

[8] *Gender Gap in Mathematics* (GGM)

matematiche di maschi e femmine. Dalle ultime valutazioni internazionali, come ad esempio OCSE PISA[9], l'Italia risulta il paese con maggiore GGM. A tal proposito, una ricerca condotta in Italia ha rilevato che già in seconda primaria è presente un divario di questo tipo e che esso è in continuo aumento dalla scuola dell'infanzia alla terza primaria (Ferrara et al., 2021). In effetti, sebbene già Burt e Moore (1912) affermassero l'assenza di differenze significative nell'intelligenza tra maschi e femmine, le donne, nei test OECD del 2007, continuano a manifestare minore interesse, minore aspettativa di successo, minore autostima e maggiore stress nei confronti della matematica. Inoltre, tendono ad avere uno stile attributivo interno e stabile, associando quindi il proprio insuccesso alla propria scarsa abilità (Lipari & D'Amico, 2008).

Secondo Ferrara e altri autori (2021), nella spiegazione di questo fenomeno, un ruolo fondamentale è svolto dalle convinzioni e dai pregiudizi sia dei familiari che degli insegnanti che andrebbero ad influenzare l'autoefficacia delle ragazze in termini di abilità matematiche. In effetti, gli insegnanti sono ancora «propensi a credere che la matematica sia una disciplina più adatta ai ragazzi, che, a differenza delle ragazze avrebbero quel tipo di intelligenza "specifica" per l'apprendimento matematico» (Lipari & D'Amico, 2008, p. 409). Di conseguenza, secondo Jacobs (1991), questo stereotipo di genere, presentato da un docente di scuola primaria, può avere delle conseguenze nello sviluppo di un senso di sfiducia delle alunne nei confronti del proprio apprendimento matematico. Nello specifico, le percezioni di inefficacia trasmesse dagli insegnanti alle alunne vengono assimilate da queste ultime che saranno indotte a ridurre la propria motivazione verso la materia stessa.

[9] OCSE PISA (*Program for International Student Assessment*) è un programma internazionale gestito dall'OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico) che ha l'obiettivo di valutare le competenze degli studenti e delle studentesse di 15 anni nelle seguenti aree: lettura, matematica e scienze. La preparazione degli studenti viene misurata principalmente rispetto alla capacità di affrontare problemi di vita quotidiana.

2. *Atteggiamento nei confronti dell'insegnamento della matematica*

2.1. *Le emozioni nei confronti dell'insegnamento per la matematica*

Di Martino e Sabena (2011) affermano che le emozioni verso la matematica e quelle verso il suo insegnamento vanno studiate come «due facce diverse della stessa medaglia» (p. 91). Brady e Bowd (2005) sostengono che, per gli insegnanti, le emozioni evocate dalla matematica sono in gran parte un prodotto dell'esperienza vissuta con questa materia nella loro carriera di studenti e studentesse. Dunque, le esperienze negative in matematica vissute durante la carriera scolastica possono rimandare ad emozioni di insicurezza, ansia, disgusto, paura o incertezza nel momento in cui si deve insegnare questa disciplina. D'altronde, è come se si creasse «un ponte virtuale tra passato e futuro che, emergendo nell'esperienza dei futuri insegnanti come studenti, può condizionare (in modo negativo) il loro futuro lavoro come insegnanti» (Di Martino & Sabena, 2011, p. 104, tradotto dall'autrice). In seguito, secondo gli autori, queste emozioni vengono influenzate dal senso di autoefficacia in quanto docenti, il quale si modella costantemente durante la formazione, la progettazione e la sperimentazione di percorsi didattici.

Va sottolineato che, talvolta, i docenti di scuola primaria che hanno maturato una disposizione emozionale negativa nei confronti della matematica manifestino il desiderio di una *math-redemption* (Coppola et al., 2013), ovvero un senso di riscatto e di rivincita sulle esperienze negative vissute nel contesto di questo insegnamento nel loro passato di alunni e alunne. Si tratta di una volontà di riappacificazione con la materia attraverso la possibilità di insegnarla in modo diverso.

2.2. *L'autoefficacia nell'insegnamento della matematica*

L'autoefficacia dell'insegnante in matematica è «la convinzione personale nella sua capacità di pianificare ed eseguire con successo obiettivi didattici in matematica» (Zuya et al., 2016, p. 93, tradotto dall'autrice). Secondo gli autori,

essa è diversa dalla competenza dell’insegnante che riguarda le sue conoscenze e competenze professionali, infatti, si tratta piuttosto della convinzione di essere in grado di mettere in pratica saperi e competenze. Di conseguenza, un docente che ha una bassa autoefficacia nell’insegnamento della matematica rischia di inibire l'uso di questi ultimi.

Uno studio condotto da Kahle (2008) ha messo in evidenza la relazione esistente tra l’autoefficacia in matematica da parte dei docenti della scuola primaria e l’autoefficacia nell’insegnamento di questa materia, per cui le convinzioni che gli insegnanti hanno nella propria capacità o incapacità di fare matematica è correlata positivamente o negativamente alle convinzioni sulla competenza di insegnamento della materia. Di conseguenza, secondo Gavona (2010), è fondamentale che i futuri docenti abbiano sviluppato una forte autoefficacia in matematica per poterla sviluppare nel suo insegnamento e di conseguenza presentare una didattica più efficace. Inoltre, è stato dimostrato (Zuya et al., 2016) che un elevato senso di autoefficacia nell'insegnamento ha come risultato un comportamento di insegnamento positivo e l’adozione di metodi più efficaci, poiché questi insegnanti, secondo la ricerca, sono più propensi ad accettare nuove idee, a mostrare maggiore attenzione agli studenti con scarse capacità e a presentare connessioni tra i saperi. In questo modo, i discenti non apprendono solo le procedure, ma ne comprendono le ragioni del loro funzionamento. Al contempo, i docenti con alta autoefficacia nell’insegnamento hanno meno probabilità di provare stress e sono, di conseguenza, più perseveranti nell’insegnamento, andando così ad offrire maggiori possibilità di successo formativo al maggior numero di alunni e alunne possibili.

Secondo Kahle (2008), gli insegnanti con una buona autoefficacia nell’insegnamento favoriscono anche la formazione di un clima di apprendimento positivo in classe, in cui si promuove il successo, viene ridotta l’ansia e le convinzioni negative sulla materia. Ecco allora che l'autoefficacia nell'insegnamento degli insegnanti influisce sull'apprendimento, come precedentemente affermato, e anche sullo sviluppo dell’autoefficacia personale degli studenti.

3. L'atteggiamento nei confronti del problem solving matematico

3.1. Il problem solving e l'argomentazione matematica

Il Quadro di Riferimento Europeo relativo alle competenze chiave per l'apprendimento permanente definisce la competenza matematica come: «La capacità di sviluppare e applicare il pensiero e la comprensione matematica per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane» (Commissione europea, 2018, p. 9).

Di conseguenza, è possibile affermare che il *problem solving* debba essere centrale nell'insegnamento della matematica, in effetti, le *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione* (MIUR, 2012) definiscono la risoluzione di problemi, intesi come «questioni autentiche e significative» (p. 49), come caratteristica dalla pratica matematica.

Va anche messo in evidenza il fatto che le ricerche sostengono che le competenze matematiche si sviluppano nei bambini e nelle bambine attraverso attività matematiche concrete e non ripetizioni meccaniche (Seo & Ginsburg, 2003). Ecco perché molti matematici sostengono che la risoluzione di problemi è l'essenza stessa della matematica (Halmos, 1975).

Per quanto riguarda la definizione di *problem solving*, Mayer (1990) lo descrive come «un processo cognitivo volto a trasformare una situazione data in una situazione desiderata (obiettivo) allorché non si dispone di un metodo ovvio di soluzione» (p. 122).

Proprio perché la soluzione non è ovvia e quindi univoca, la risoluzione di problemi è inevitabilmente legata all'argomentazione matematica (Di Martino, 2017). L'argomentazione può essere definita come un discorso che consente al soggetto di riflettere su ciò che ha fatto o visto per andare a produrre interpretazioni e spiegazioni che consentono anche di fare previsioni (Anichini et al., 2003).

Fondamentale mettere in evidenza che le competenze argomentative sono considerate all'interno delle *Indicazioni Nazionali e Nuovi Scenari* (MIUR, 2018)

come «rilevanti per la formazione di una cittadinanza attiva e consapevole, in cui ogni persona è disponibile all'ascolto attento e critico dell'altro e a un confronto basato sul riferimento ad argomenti pertinenti e rilevanti» (p. 12).
In conclusione, va detto che secondo Hoffmann e Schraw (2008): «Risolvere i problemi in modo accurato e rapido continua ad essere il segno distintivo degli studenti efficienti» (p. 92). Gli autori individuano la conoscenza del compito, la conoscenza del dominio come componenti fondamentali per il successo nella risoluzione di problemi, ma sottolineano anche che le convinzioni di autoefficacia giocano un ruolo fondamentale.

3.1.1. Visione strumentale e relazionale della matematica e il problem solving

Di Martino (2017) mette in evidenza che gli insegnanti di matematica richiedono spesso ai propri allievi e alle proprie allieve di attivare processi riproduttivi, ovvero di risolvere esercizi, piuttosto che processi produttivi (risolvere problemi). Inoltre, anche nella fase valutativa si tende a considerare più i risultati rispetto alla capacità di saperli descrivere e sostenere attraverso la procedura dell'argomentazione. In questo modo, i bambini e le bambine associano il successo in matematica al fornire la risposta corretta in poco tempo. Di conseguenza, essi sviluppano una visione della disciplina che li allontana dalla presa di decisioni strategiche e in cui la creatività non è richiesta, essendoci un unico metodo per riuscire (Zan, 2007).
D'altronde, gli studenti e le studentesse sono abituati ad uno schema tradizionale in cui in classe l'insegnante mostra una procedura e poi chiede loro di replicarla (Di Martino, 2017). Secondo Brosseau (1986): «In una situazione d'insegnamento, preparata e realizzata da un insegnante, l'allievo ha generalmente come compito di risolvere un problema (matematico) che gli è presentato, ma l'accesso a questo compito si fa attraverso un'interpretazione delle domande poste, delle informazioni fornite, degli obblighi imposti che sono costanti del modo di insegnare del maestro» (Di Martino, 2017, p. 28). Per cui, si deduce che se un docente presenta una visione strumentale della matematica,

considerando la risoluzione di un problema come frutto dell'applicazione di regole, formule e procedure, anche l'alunno o l'alunna lo affronterà in quest'ottica. Al contrario, il docente che ha una visione relazionale della disciplina tende a valorizzare i processi cognitivi (Staub & Stern, 2002) e quindi a conferire importanza all'argomentazione matematica. D'altronde, «per valutare la risoluzione di un problema dobbiamo avere informazioni sia sui processi attivati (quindi è necessaria la spiegazione), sia valutare le giustificazioni delle scelte fatte (quindi la vera e propria argomentazione)» (Di Martino, 2017, p. 25). Chiaramente, tutto ciò, secondo l'autore, ha senso se lo studente è chiamato a fare delle scelte assumendosi la propria responsabilità, per cui non si tratta di chiedere di spiegare un algoritmo. Tuttavia, Di Martino (2017) dimostra che l'argomentazione viene completamente trascurata, in effetti, i docenti intervistati nella sua ricerca, parlando di compiti di *problem solving* proposti ai propri alunni, affermano che «l'argomentazione potrebbe creare qualche difficoltà», oppure che si aspettano che «rispondano abbastanza bene, tranne la motivazione» (Di Martino, 2017, p. 31).

3.2. Emozioni nel *problem solving*

McLeod (1992) dichiara che l'intensità delle credenze e degli atteggiamenti di piacere o dispiacere nei confronti della disciplina influenzano la frustrazione nella risoluzione di problemi matematici anche semplici. Infatti, McLeod e Adams (1989) hanno sviluppato uno studio i cui risultati mettono in evidenza come fattori emotivi, ad esempio ansia, frustrazione, gioia e soddisfazione, possano aiutare o ostacolare le prestazioni nella risoluzione dei problemi matematici.

D'altronde, Antognazza e colleghi (2015) hanno affermato che la risoluzione di problemi matematici implica spesso una forte componente emotiva, la quale può modificarsi rapidamente passando da positiva a negativa, da piacevole a spiacevole o viceversa. Di conseguenza, essi ritengono anche che la capacità di gestire le emozioni incida sulle prestazioni degli studenti. Motivo per cui hanno scelto di studiare le emozioni suscitate da un'attività di *problem solving*

matematico distinguendo principalmente le emozioni positive da quelle negative. Essi hanno indagato, inoltre, l'origine delle emozioni, le quali possono essere associate o alla difficoltà delle attività proposte, ovvero gli aspetti intrinseci, oppure ad aspetti generali, come l'atteggiamento nei confronti della disciplina. Lo studio dimostra che già durante gli anni della scuola primaria molti bambini e bambine esprimono emozioni negative di fronte ad un problema facendo riferimento ad aspetti estranei allo stesso, ma derivanti dalla considerazione che hanno della matematica. Inoltre, viene messo in evidenza che i cambiamenti emozionali durante la risoluzione del problema sono legati quasi unicamente ad aspetti intrinseci (Antognazza et al., 2015).

3.3. Autoefficacia nel problem solving

Come precedentemente affermato, l'autoefficacia è definita da Bandura (1986) come l'insieme delle convinzioni o percezioni che un individuo ha delle proprie abilità in un dominio specifico. È importante sottolineare che l'autoefficacia è un giudizio riguardo ad un'abilità dominio- specifica e compito- specifica, per cui fa riferimento ad una certa situazione ad un determinato momento di fronte ad un determinato compito (Lucangeli & Mammarella, 2010). Ecco perché, la sua valutazione deve essere misurata il più vicino possibile alla sottoposizione del compito per fare in modo che i risultati siano meno ambigui possibili (Pajares & Miller, 1994). Una ricerca di Pajares e Miller (1994) ha messo in evidenza che le prestazioni degli studenti sono molto influenzate dall'autoefficacia. Nello specifico, ottengono i risultati desiderati specialmente coloro che possiedono convinzioni che corrispondono effettivamente a ciò che possono realizzare, ovvero coloro che presentano un'autoefficacia elevata e precisa. Altri studi mettono in evidenza che il potere predittivo dell'autoefficacia è massimizzato nel momento in cui i compiti sono molto specifici, come nel caso di problemi matematici (Schunk & Pajares, 2002). A tal proposito, secondo Collins (1982) i bambini e le bambine con un'alta autoefficacia superano coloro che hanno una bassa autoefficacia nel completamento di problemi soprattutto perché presentano

un maggiore impegno e perseverano più a lungo nella risoluzione. È infatti possibile affermare che «la convinzione di poter svolgere un compito con successo, in molti casi, è un predittore migliore della prestazione finale rispetto ai risultati precedenti» (Hoffman & Schraw, 2008, p. 91, tradotto dall'autrice). In particolare, è stato dimostrato che le convinzioni di autoefficacia influenzano la prestazione indipendentemente dalle competenze sottostanti, andando a mediare la conoscenza di base, la consapevolezza metacognitiva e l'abilità complessiva (Hoffman & Schraw, 2008). L'autoefficacia va a svolgere un ruolo importante nella scelta, nella persistenza, nello sforzo implicato durante la risoluzione di problemi. Inoltre, lo studente o la studentessa che «crede di essere in grado di raggiungere un obiettivo utilizza strategie metacognitive più produttive, lavora di più, si impegna di più e persiste più a lungo» (Hoffman & Schraw, 2008, p. 91, tradotto dall'autrice). Di conseguenza, l'autoefficacia viene ritenuta come correlata anche all'efficienza nella risoluzione di problemi poiché, innanzitutto, influenza l'utilizzo di strategie più appropriate e, in secondo luogo, favorisce la focalizzazione dell'attenzione.

Domanda di ricerca

La ragione principale per cui è stata intrapresa la presente ricerca è stata la constatazione del peggioramento dei risultati degli alunni e delle alunne della scuola primaria valdostana nell'ambito delle prove INVALSI di matematica (INVALSI, 2024) e le conseguenti affermazioni del telegiornale regionale (Tavernese, 2024), il quale ha messo in evidenza che le carenze potrebbero essere correlate all'atteggiamento negativo nei confronti della disciplina.

In effetti, si è dimostrato che l'atteggiamento, inteso secondo la definizione tridimensionale di Zan e Di Martino (2011), ovvero come frutto dell'interdipendenza di emozioni, credenze sulla matematica e credenze su se stessi in riferimento a questo specifico ambito, influenza le prestazioni dei singoli. In secondo luogo, il fatto di avere una visione strumentale o relazionale della matematica incide sul modo in cui si affronta la disciplina e anche su come la si insegna (Panero et al., 2020). In ultimo, le credenze su se stessi, ovvero l'autoefficacia matematica, hanno conseguenze sulla *performance* (Klassen, 2004).

Dunque, dato che è stata dimostrata la centralità del ruolo dei docenti nello sviluppo di un atteggiamento positivo o negativo nei confronti della materia e che l'esperienza degli insegnanti in quanto studenti può influenzare le decisioni professionali (Di Martino & Sabena, 2011), si è scelto di indagare quale sia l'attitudine dei futuri maestri e delle future maestre valdostane.

Inoltre, è stata constatata la centralità degli obiettivi di *problem solving* nelle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) e le difficoltà manifestate su questo fronte nel corso delle ultime prove INVALSI di matematica (INVALSI, 2024). È emerso che, di fronte a problemi matematici, bambini e bambine della scuola primaria tendono a manifestare emozioni negative che derivano dalla considerazione che hanno della materia (Antognazza et al., 2015). Di conseguenza, si è ritenuto importante rilevare le emozioni provate dai futuri docenti nella risoluzione di problemi, la loro autoefficacia e attribuzione causale. Va infatti messo in evidenza che le convinzioni degli insegnanti sul *problem solving* possono influenzare il processo

di insegnamento e, di conseguenza, anche le convinzioni dei loro studenti (Mršnik et al., 2023).

Nello specifico, la presente ricerca si chiede:

«Qual è l'atteggiamento nei confronti della matematica, del suo insegnamento e dei compiti di *problem solving*, in termini di emozioni associate, convinzioni su sé stessi e convinzioni sulla disciplina, degli studenti e delle studentesse di Scienze della Formazione Primaria iscritti nell'anno accademico 2024-2025 all'Università della Valle d'Aosta?»

Capitolo 2 – Ricerca

Il presente capitolo è destinato alla descrizione della metodologia di ricerca adottata al fine di indagare l'atteggiamento nei confronti della matematica e del suo insegnamento da parte di tutti gli iscritti a Scienze della Formazione Primaria all'Università della Valle d'Aosta nell'anno accademico corrente.

Nel corso dello studio si è fatto riferimento principalmente al modello teorico di Di Martino e Zan (2011), i quali descrivono l'atteggiamento nei confronti della matematica come un costrutto tridimensionale composto da tre componenti tra loro interconnesse: emozioni associate alla matematica, convinzioni su sé stessi in relazione alla disciplina e convinzioni su quest'ultima.

L'indagine è stata condotta mediante la somministrazione di un questionario. Considerata la complessità dei temi affrontati, la maggior parte delle domande prevedeva risposte aperte. Anche nei casi in cui veniva richiesta una risposta dicotomica o una singola parola, è stato comunque domandato di fornire una giustificazione, così da approfondire le motivazioni alla base delle scelte espresse. La decisione di condurre un'analisi qualitativa di dati narrativi dipende dal beneficio di questo tipo di metodologia che è stato dimostrato dallo studio di Zan e Di Martino (2011) sull'atteggiamento nei confronti della matematica, così come dalla tesi di laurea di Silvia Funghi (2015), punto di partenza del presente lavoro. Le domande aperte, infatti, «consentono ai partecipanti di scrivere un resoconto libero nei propri termini, di spiegare e qualificare le proprie risposte ed evitare le limitazioni delle categorie di risposta preimpostate» (Cohen et al., 2007, p. 321, tradotto dall'autrice). Effettivamente, questa tipologia di replica consente all'intervistato di presentare le proprie idee ed esprimere le proprie emozioni (Cohen et al., 2007). Inoltre, «una domanda aperta può cogliere l'autenticità, la ricchezza, la profondità della risposta, l'onestà e la franchezza, che sono i tratti distintivi dei dati qualitativi» (Antognazza et al., 2015, p. 1117).

Al contempo, i rischi di questo tipo di quesito sono legati alla possibilità di ottenere risposte che presentano informazioni irrilevanti oppure al fatto che il tempo richiesto per la compilazione scoraggi i destinatari (Cohen et al., 2007).
Rispetto all'intervista, il questionario scritto risulta più affidabile secondo Cohen, Manion e Morrison (2007) perché il fatto che è anonimo incoraggia una maggiore onestà e risulta sicuramente più economico in termini di tempo. D'altro canto, vi è il rischio che le risposte siano poche oppure che le domande non vengano comprese dall'intervistato, il quale potrebbe scegliere di non rispondere, non avendo la possibilità di chiedere chiarimenti all'intervistatore (Cohen et al., 2007).
Lo strumento utilizzato per la raccolta dei dati è stato *Google Form*[10], per questo esso è stato diffuso a tutti gli studenti e le studentesse tramite l'invio di un *link.*
Tuttavia, visti i rischi che sono stati rilevati da Cohen e colleghi (2007), si è scelto di organizzare dei momenti in aula per le singole coorti da destinare alla compilazione. In questo modo si è voluto evitare che la richiesta di dedicarvisi durante il tempo libero risultasse onerosa e si è permesso così di chiedere immediatamente spiegazioni alla sottoscritta qualora ci fossero delle difficoltà di comprensione.
Per quanto riguarda la formulazione del questionario, esso è stato costruito in tre sezioni destinate ai tre seguenti temi: l'atteggiamento nei confronti della matematica, l'atteggiamento nei confronti dell'insegnamento della matematica e l'atteggiamento nei confronti di un compito specifico di *problem solving*.
Visto il fondamento teorico della tesi di ricerca di Funghi (2015) e l'affinità degli obiettivi di quest'ultima con la presente, per le prime due sezioni si è scelto di fare riferimento ad alcune domande dei questionari da lei formulati.
La terza parte del questionario, invece, è stata pensata dall'autrice con l'obiettivo di indagare le emozioni suscitate da un compito di *problem solving* e la concezione di sé: nello specifico l'autoefficacia e l'attribuzione causale.

---

[10] È un servizio di Google che consente di creare moduli online per raccogliere informazioni dagli utenti tramite un sondaggio o un quiz personalizzato ai quali chiunque sia dotato del corrispettivo *link* può avere accesso.

A sostegno della scelta di indagare l'atteggiamento nei confronti di un compito specifico, Evans (2002) afferma che «l'attività matematica dovrebbe essere studiata nel contesto, e che i ricercatori dovrebbero assumere la prospettiva di un attore che consente alla struttura di significato sottostante, ai comportamenti e alle emozioni degli studenti di diventare espliciti» (p. 241, tradotto dall'autrice).

Di seguito viene presentato il questionario che è stato sottoposto e viene descritta la giustificazione delle domande poste.

Sezione 1 – Atteggiamento verso la matematica

1. *Quale emozione descrive il tuo rapporto con la matematica? Perché hai scelto quest'emozione?*

Questa prima domanda si propone di indagare il rapporto personale con la matematica attraverso la scelta di un'emozione. Essa è stata posta anche da Funghi (2015) ad un campione di insegnanti in formazione e le principali risposte ottenute hanno fatto riferimento ad ansia, curiosità e paura.
La scelta di rilevare l'emozione in relazione al rapporto con la matematica è giustificata dagli studi di Evans e Zan (2006). Essi sostengono che i processi emotivi influenzano quelli cognitivi, come, ad esempio, l'attenzione e la memoria. In genere, come affermato da Panero e colleghi (2020), se le emozioni sono positive e attivanti, esse influenzeranno positivamente la motivazione, la capacità di autoregolazione e di conseguenza la *performance*. Se, al contrario, sono negative esse ridurranno motivazione, partecipazione e prestazione.
Inoltre, lo stato emotivo viene considerato da Bandura (1986), assieme a quello fisiologico, come fonte di autoefficacia in quanto influenza la previsione che il soggetto mette in atto in merito al proprio successo o fallimento.
In riferimento agli insegnanti, Di Martino e Sabena (2011) considerano le emozioni verso la matematica e quelle verso il suo insegnamento come «due facce diverse della stessa medaglia» (p. 91) e secondo Jackson e Leffingwell (1999) gli studenti e le studentesse fanno proprio l'interesse e l'entusiasmo manifestati dal docente

nei confronti della materia. Di conseguenza, dato che gli studi di Di Martino e Zan (2010) mostrano che alunni molto piccoli si riferiscono ad ansia e paura parlando del rapporto con la matematica, allora, come ritenuto da Di Martino e Sabena (2011), è fondamentale indagare la disposizione emotiva che i futuri insegnanti di scuola primaria hanno nei confronti di questa disciplina.

Si intende analizzare le risposte al presente quesito utilizzando il modello dell'origine cognitiva delle emozioni di Ortony e colleghi (1988) secondo il quale le emozioni possono essere categorizzare come positive, quando esprimono uno stato di felicità e serenità o piacere e attrazione verso la matematica, oppure negative quando fanno riferimento ad uno stato di disagio, come ansia, o un'avversione verso la disciplina. Facendo riferimento allo studio di Di Martino e Sabena (2011), si intende aggiungere alle categorie precedentemente citate, anche quella delle emozioni ambivalenti. Per gli autori, quest'ultima classificazione veniva utilizzata per le risposte in cui erano presenti sia emozioni positive che negative. Sebbene nel presente quesito si è scelto di inserire una sola emozione, si sostiene di poter mantenere questa categoria per assegnarla nei casi in cui dalla spiegazione l'intervistato faccia emergere un'interpretazione non del tutto positiva o non del tutto negativa dell'emozione scelta.

Infine, si ritiene che la giustificazione della risposta possa consentire di classificare le emozioni secondo la teoria di Ortony, Clore e Collins (1988), i quali distinguono le emozioni motivate da eventi (come essere contento o dispiaciuto), dalle emozioni motivate da agenti (come approvare o disapprovare) o le emozioni motivate da oggetti (come gradire o sgradire).

2. *Quale è stata la tua esperienza scolastica con la matematica? Puoi raccontare almeno un episodio che ritieni (nel bene o nel male) particolarmente significativo, ovvero che in qualche modo ha influito sul tuo rapporto con la matematica durante l'esperienza scolastica?*

Questa domanda è stata posta anche da Funghi (2015) agli insegnanti in formazione al fine di indagare l'evoluzione del rapporto con la matematica,

attraverso l'esplicitazione di momenti considerati significativi da chi risponde. Viene fatto riferimento ai *turning points* indagati da Bruner (1994), ovvero i momenti di svolta in una narrazione autobiografica: si tratta di episodi nella vita degli individui che si distinguono da ciò che è ordinario segnalando una trasformazione interna.

Attraverso l'analisi dei *turning points*, si intende, infatti, capire quali siano stati gli elementi cruciali nella vita degli intervistati ad aver inciso nello sviluppo di un certo rapporto con la matematica. Dallo studio condotto dalla Dottoressa Funghi (2015), ad esempio, si osserva che la maggior parte di eventi significativi, sia positivi che negativi, hanno come protagonisti gli insegnanti, mentre altri numerosi *turning points* fanno riferimento ad episodi di successo o di fallimento e di cambio di livello scolastico.

Anche Coppola e altri autori (2013) hanno studiato gli episodi dell'esperienza matematica che gli intervistati hanno ritenuto significativi e sono spesso emersi esempi, sia positivi che negativi, aventi come protagonisti i docenti.

Sulla base dello studio di Funghi (2015) e Coppola e colleghi (2013), è possibile ipotizzare che le risposte non presentino solo degli episodi significativi, bensì si focalizzino sull'esperienza nel complesso che può essere stata positiva, negativa oppure altalenante.

3. *Pensi che la matematica sia una materia difficile da imparare? Motiva la tua risposta.*

L'attenzione è focalizzata in questa domanda sulle credenze in merito alle difficoltà nell'apprendimento della matematica e soprattutto si intende osservare se queste siano modificabili o meno.

L'obiettivo è far emergere la visione della matematica dell'intervistato al fine di analizzarla secondo la classificazione di Skemp (1976), il quale sostiene che si ha una visione strumentale della matematica quando la si associa ad un insieme di regole, formule e procedure da applicare all'occorrenza, invece, si ha una

visione relazione quando si considera il processo di apprendimento della matematica come costruzione di una struttura concettuale.
Una visione strumentale o relazionale non influisce direttamente sulla competenza degli studenti, ma influenza il modo in cui il docente concepisce l'insegnamento della matematica (Panero et al., 2020). Infatti, una visione strumentale induce il docente a limitare l'insegnamento alla presentazione di regole seguite da esercizi, invece, l'insegnante che ha una visione relazionale focalizza il proprio insegnamento sulla costruzione dei significati matematici (Zan, 2007).
Inoltre, a partire dai risultati della ricerca di Funghi (2015) si intende distinguere tre categorie di risposte. Si prevede, infatti, che emergano risposte in cui gli intervistati sostengono che la difficoltà della matematica è dovuta alla complessità degli argomenti trattati, altre in cui si evidenziano la rilevanza delle capacità dell'individuo in apprendimento ed infine altre ancora che attribuiscono importanza a fattori esterni alla disciplina e ai discenti.

4. *Quali qualità dovrebbe avere un bambino per avere successo in matematica? Motiva la tua risposta.*

La presente domanda è stata posta da Funghi (2015) a degli insegnanti in servizio al fine di indagare le credenze dei docenti in merito al potenziale profilo di un alunno o di un'alunna che ha buone capacità in matematica. Dalla ricerca sopra citata (Funghi, 2015) è emerso che, al di là della curiosità, essi attribuiscono importanza alla predisposizione naturale del bambino o della bambina.
Inoltre, si ipotizza che dalle risposte possano emergere altre credenze, come ad esempio le differenze di genere. In effetti, uno studio condotto da Lipari e D'Amico (2008) mette in evidenza sia il fatto che molti insegnanti associano le abilità matematiche ad un'intelligenza innata e non incrementale, ma anche che questa materia venga considerata come una disciplina per cui sono più propensi i maschi. Queste credenze, se esteriorizzate dai docenti in modo diretto o indiretto,

influenzano lo sviluppo dell'autoefficacia dei bambini coinvolti (Lipari & D'Amico, 2008).

Inoltre, secondo Weiner (1985), gli insegnanti tendono a prestare più aiuto agli alunni o alle alunne quando attribuiscono le loro difficoltà a fattori incontrollabili (come la mancanza di abilità); al contrario, quando si tratta di bambini o bambine che mancano di impegno (fattore controllabile), essi hanno tendenza ad arrabbiarsi maggiormente con loro. Tuttavia, il fatto di prestare particolare attenzione a chi viene ritenuto privo di abilità potrebbe anche essere controproducente nel momento in cui potrebbe incidere negativamente sulla sua autoefficacia (Lipari & D'Amico, 2008).

Sezione 2 – Atteggiamento verso l'insegnamento della matematica

1. *Hai mai avuto esperienze di insegnamento della matematica?*
   - *SI*
   - *NO*

   Se sì, quali sono state le maggiori difficoltà che hai incontrato? Descrivi un aspetto che, invece, ti è risultato facile nel processo di insegnamento?

La prima parte di questa domanda intende evidenziare se gli studenti e le studentesse di Scienze della Formazione Primaria hanno già avuto esperienze di insegnamento della matematica. Invece, la seconda parte è stata presentata solo a coloro che hanno risposto positivamente alla prima. D'altronde, si chiede di raccontare quali problematiche siano state riscontrate dagli insegnanti in formazione nello svolgere le attività di insegnamento e quali aspetti siano risultati loro più facili.

Per quanto riguarda le difficoltà, si intende classificare le risposte in tre diverse categorie. In primo luogo, si prevede di osservare se gli intervistati hanno manifestato disagi legati alle conoscenze di saperi matematici. D'altronde, secondo D'Amore e Fandiño Pinilla (2013) le conoscenze matematiche a disposizione degli studenti e delle studentesse universitarie è, in media, parte di ciò che è stato appreso alla scuola primaria, perché gli argomenti trattati nei gradi successivi vengono spesso dimenticati. Inoltre, talvolta, la conoscenza di base non viene affrontata in modo appropriato. Di conseguenza, non è possibile dare per certo il fatto che i docenti in formazione abbiano sviluppato delle conoscenze significative[11] dei concetti insegnati nel primo grado.

[11] Le conoscenze significative vengono sviluppate attraverso il processo dell'apprendimento significativo, il quale implica la ricerca e la rielaborazione delle conoscenze precedentemente acquisite, l'attribuzione di senso a queste ultime e l'integrazione delle nuove informazioni con quelle già possedute. Le conoscenze acquisite attraverso un apprendimento significativo vengono applicate dai soggetti per risolvere problemi e realizzare attività (Ausubel, 1968).

In secondo luogo, si studieranno le difficoltà rispetto alla trasposizione didattica, la quale consiste nel «costruire le […] lezioni attingendo dalla fonte dei saperi, tenendo conto delle orientazioni fornite dalle istituzioni e dai programmi, per adattarli alla propria classe: livello degli allievi, obiettivi perseguiti» (D'Amore & Sbaragli, 2011, p. 40). A tal proposito, secondo Chevallard (1985), vanno distinti diversi tipi di sapere: il *sapere esperto,* ovvero il sapere teorico prodotto da comunità scientifiche, il *sapere da insegnare* destinato alla pratica scolastica (presente nei libri di testo, ad esempio), il *sapere insegnato* che effettivamente viene presentato in aula e, infine, il *sapere appreso* dai singoli. Il docente ha dunque il compito di trasformare il *sapere esperto* e il *sapere da insegnare* per renderlo accessibile agli alunni e alle alunne di un determinato grado scolastico (Chevallard, 1985), attraverso un processo che implica semplificazione, dedogmatizzazione, creazione di artefatti, ma anche decontestualizzazione (si estrae il sapere da un contesto, quello universitario o sociale, per ricontestualizzarlo in un altro, quello della classe) e destoricizzazione (D'Amore & Sbaragli, 2011). Per cui, un concetto che entra in un programma scolastico viene trasformato dall'insegnante, il quale non può semplicemente conoscerlo, ma deve anche saperlo insegnare ad altri (Fandiño Pinilla & Sbaragli, 2011). Inoltre, i docenti che hanno come unico sapere di riferimento il *sapere appreso* durante il proprio percorso scolastico e il *sapere da insegnare* presente nel materiale didattico a loro disposizione, ma non il *sapere esperto*, rischiano di trincerarsi «dietro meccanismi formali ai quali riducono la matematica insegnata e pretesa, essendo dunque disarmati di fronte alle richieste degli studenti in difficoltà» (D'Amore & Fandiño Pinillia, 2013, p. 341). Di conseguenza, è possibile affermare che, le difficoltà riscontrate in classe dai futuri professionisti dell'insegnamento e da loro associate ad una carenza di conoscenze specifiche possano essere la causa di eventuali scelte di insegnamento strumentale della disciplina basato sulla presentazione di regole o algoritmi (Skemp, 1976; Zan, 2007).

In terzo luogo, si ipotizza che le risposte possano fare cenno all'atteggiamento che i futuri docenti hanno nei confronti della materia, il quale influenza la loro autoefficacia nell'insegnamento, indipendentemente dalle loro reali competenze.

Effettivamente, la visione della matematica di un docente incide sulle «sue scelte didattiche nonché [sulle] interazioni con gli studenti» (Panero et al., 2020).
Dall'altro lato, è interessante osservare quali siano gli aspetti positivi dell'esperienza di insegnamento. Anche da questo punto di vista si metterà in evidenza se queste dipendano da conoscenze o strategie didattiche utilizzate, magari acquisite durante il percorso universitario, oppure se fanno riferimento all'influenza del proprio atteggiamento nei confronti della disciplina.
Va poi sottolineato che, essendo gli intervistati e le intervistate degli insegnanti e delle insegnanti in formazione, è molto probabile che le esperienze a cui essi facciano riferimento siano sporadiche: principalmente supplenze di pochi giorni oppure lezioni private.

2. *Pensi che la matematica sia una materia difficile da insegnare alla scuola primaria? Motiva la tua risposta.*

La presente domanda è stata posta da Funghi (2015) con l'obiettivo di indagare le convinzioni degli insegnanti in formazione sull'insegnamento della matematica. Dai suoi studi emerge che, al di là delle difficoltà metodologiche e legate alle conoscenze e competenze del docente, per un numero significativo di insegnanti sia difficile rendere concreti i "meccanismi" della matematica e per altri è complesso insegnare ai bambini a ragionare al posto di imparare le strategie a memoria.
La presente risposta verrà anche messa in relazione con la terza domanda della prima sezione, la quel indaga le difficoltà percepite rispetto all'apprendimento della matematica. D'altronde, secondo Panero e colleghi (2020), il fatto che un insegnante adotti una visione strumentale o relazionale della matematica influisce sul modo in cui concepisce l'insegnamento della stessa.

3. *Quale emozione provi all'idea di insegnare matematica? Perché hai scelto quest'emozione?*

L'obiettivo della domanda, posta anche da Funghi (2015) ai docenti in formazione, è quello di indagare la reazione emotiva che suscita il pensiero di insegnare matematica. Quest'emozione verrà messa in relazione con il primo quesito del questionario volto ad indagare la disposizione emotiva verso la matematica, in quanto per Di Martino e Sabena (2011) le emozioni verso la matematica e quelle verso il suo insegnamento sono come «due facce diverse della stessa medaglia» (p. 91).

Si intende organizzare le emozioni presentate attraverso la classificazione adottata da Di Martino e Sabena (2011): emozioni positive, quando esprimono uno stato di felicità e serenità o piacere, emozioni negative, quando fanno riferimento ad uno stato di disagio, come ansia, o un'avversione verso la disciplina ed emozioni ambivalenti.

In seguito, la richiesta di giustificare la propria risposta è probabile che metta in risalto la presenza o l'assenza di autoefficacia nell'insegnamento della matematica, ovvero la convinzione dei futuri insegnanti nella propria capacità di pianificare ed eseguire con successo obiettivi didattici. Essa dipende anche dall'autoefficacia che essi presentano nella disciplina (Kahle, 2008).

Infine, è possibile che emerga che i futuri docenti che hanno maturato una disposizione emozionale negativa nei confronti della matematica manifestino il desiderio di una *math-redemption* (Coppola et al., 2013), ovvero dichiarino di voler attivare un comportamento che riscatti le proprie esperienze negative.

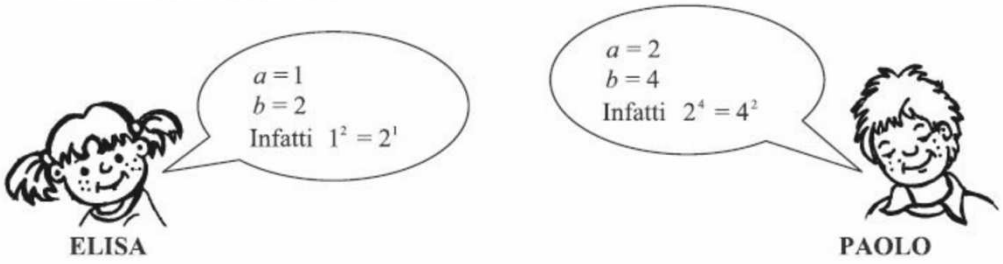
Sezione 3 – Atteggiamento verso un compito matematico specifico

1. Risolvi il seguente problema.

D18. Elisa e Paolo stanno cercando di rispondere a questa domanda:

"Qual è la coppia di numeri interi a, b (diversi fra loro) tali che $a^b = b^a$ ***?"***

Ecco le loro soluzioni.



Chi ha ragione?

- ☐ A. Solo Elisa
- ☐ B. Solo Paolo
- ☐ C. Entrambi
- ☐ D. Nessuno dei due

Figura 1. *Problema proposto*

2. Descrivi il ragionamento che hai seguito per ottenere la tua risposta.

Il presente quesito è stato tratto dalle prove INVALSI dell'anno 2011 sottoposte alle classi terze della scuola secondaria di secondo grado (grado 8).

In riferimento alle *Indicazioni Nazionali del curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione* (MIUR, 2012), gli obiettivi di apprendimento e i traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado a cui fa riferimento, secondo l'archivio interattivo Gestinv[12], sono i seguenti:

[12] Gestinv (https://www.gestinv.it/Index.aspx) è un archivio interattivo delle prove INVALSI. Esso è un servizio gratuito per insegnanti, scuole e famiglie e consente la consultazione di prove e *item* di italiano, matematica ed inglese. Il materiale è classificato sulla base degli anni in cui è stato sottoposto, gradi di scuola a cui è destinato e obiettivi che intende verificare.

- Obiettivi IN - Ob8-53: *Utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevoli del significato, e le proprietà delle potenze per semplificare calcoli e notazioni.*
- Traguardi IN - TP-IX: *Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista degli altri.*
- Traguardi IN - TS-XIX: *Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.*

Si è scelto di sottoporre agli intervistati e alle intervistate un quesito destinato alla scuola secondaria di primo grado, per cui l'obiettivo primario non è misurare le loro competenze e conoscenze matematiche, bensì far emergere le emozioni generate in loro da un problema, così come i costrutti di autoefficacia e di attribuzione causale.

La scelta di un compito che implicasse le potenze deriva dal fatto che quest'argomento matematico viene frequentemente insegnato attraverso la presentazione di regole da memorizzare, come la seguente: $a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ *(n volte)*. Di conseguenza, si ipotizza che si possa trattare di un concetto considerato ostico anche da studenti e studentesse universitarie e che faccia emergere emozioni contrastanti tra gli intervistati. Inoltre, nel momento in cui esso è stato imparato sotto forma di formula meccanica e non ne è stato compreso il suo significato profondo, il rischio è che sia stato dimenticato nel corso del tempo (Ausubel, 1968).

La decisione di aggiungere al quesito originale anche l'argomentazione, ovvero una riflessione su ciò che è stato fatto e una spiegazione della propria scelta (Anichini et al., 2003), è legata soprattutto al fatto che questa richiesta potrebbe generare un maggiore impegno cognitivo da parte di chi risponde e, di conseguenza, una reazione emotiva più rilevante rispetto ad un quesito chiuso. Quest'ipotesi deriva dai risultati delle prove OCSE – PISA del 2003 sottoposte a studenti quindicenni, nelle quali la percentuale di omissioni a quesiti che

richiedevano risposte aperte, ovvero un'argomentazione o una descrizione del procedimento, è risultata del 38% in Italia. In effetti, sembrerebbe che l'educazione all'argomentazione venga destinata solo agli studenti che presentano risultati migliori in matematica poiché ritenuta troppo difficile per gli altri (Di Martino & Mareschi, 2018).

3. *Una volta terminato il compito, rispondi alle seguenti domande:*
    a. *Quale emozione descrive come ti sei sentito/a di fronte a questo problema?*

Questa richiesta si focalizza sull'indagine dello stato emotivo del soggetto intervistato di fronte a un problema matematico, in particolare prima di averlo letto e compreso. Secondo Evans e Zan (2006), infatti, le emozioni coinvolgano reazioni fisiologiche che influenzano i processi cognitivi come l'attenzione e la memoria. Nello specifico, Pekrun (2006) afferma che le emozioni positive e attivanti aumentano la motivazione, la capacità di autoregolazione e migliorano la *performance*, invece quelle negative riducono la motivazione, la partecipazione e quindi peggiorano la prestazione.

Per l'analisi delle risposte al presente quesito si è scelto di fare riferimento alla teoria del controllo-valore di Pekrun (2006), il quale mette in evidenza che le emozioni che si generano nel soggetto di fronte ad un compito dipendono sia delle sue aspettative sul risultato sia dal valore che egli attribuisce all'esito.

Le risposte verranno inserite in una delle seguenti categorie.

Emozioni di successo prospettico:

- gioia anticipatoria (*anticipatory joy*) quando le aspettative di successo sono elevate oppure la convinzione del mancato fallimento è alta;
- speranza (*hope*) quando l'aspettativa di successo è moderata, ma con una parziale mancanza di controllo;
- disperazione (*hopelessness*) quando il controllo interno è basso e l'aspettativa di successo anche;

Emozioni di fallimento prospettico:

- rilassamento anticipatorio (*anticipatory relief*) quando si prevede di fallire e il valore del fallimento è relativamente basso, per cui la situazione stressante viene evitata;
- ansia (*anxiety*) quando l'aspettativa di fallimento è alta e il valore di fallimento altrettanto;

b. *Quando ti sei trovato di fronte al problema proposto, prima ancora di analizzarlo, hai creduto di poterlo risolvere?*

   - *SI*
   - *NO*

   Giustifica la tua risposta.

Il presente quesito ed il successivo intendono far emergere le convinzioni che gli individui hanno di se stessi nell'ambito delle abilità matematiche. Secondo Ligorio e Cacciamani (2013), le credenze nella propria capacità di organizzare ed eseguire azioni necessarie per produrre un esito alimenta i meccanismi di agenticità (*agency*) che determinano la scelta di un soggetto di affrontare o evitare un compito, quindi l'auto-motivazione.

In particolare, il quesito 3.b. intende indagare l'autoefficacia nell'ambito del *problem solving* matematico da parte del soggetto intervistato, ovvero il livello di fiducia riposto nella propria capacità di ottenere buoni risultati nello svolgimento di compiti, in questo caso matematici (Bandura, 1986). Secondo Hoffman e Schraw (2008), le convinzioni di autoefficacia influenzano la prestazione indipendentemente dalle competenze sottostanti, andando a svolgere un ruolo importante nella scelta, nella persistenza, nello sforzo implicato durante la risoluzione di problemi e nell'utilizzo di strategie metacognitive più produttive. Trattandosi di un giudizio riguardo ad un'abilità dominio- specifica e compito-specifica, l'autoefficacia fa riferimento ad una particolare situazione ad un determinato momento di fronte ad un determinato compito (Lucangeli &

Mammarella, 2010). Per questa ragione, si è scelto di presentare il quesito in riferimento ad un problema. Per altro, secondo Schunk e Pajeres (2002), il potere predittivo dell'autoefficacia è massimizzato nel momento in cui i compiti sono molto precisi, come nel caso di problemi matematici.

Si ritiene importante lo studio dell'autoefficacia nei futuri docenti poiché, secondo Kahle (2008), esiste una relazione tra l'autoefficacia in matematica e l'autoefficacia nell'insegnamento di questa materia. Nello specifico, è stato dimostrato che un elevato senso di autoefficacia nell'insegnamento ha come risultato un comportamento di insegnamento positivo e l'adozione di metodi più efficaci derivanti da una visione relazionale della matematica (Zuya et al., 2016).

A tal proposito, Pekrun (2006) fa riferimento alle aspettative causali, definendole come cognizioni prospettiche riguardanti relazioni causa-effetto future. Si tratta di aspettative rispetto al fatto che una situazione produrrà risultati positivi o negativi: sia senza l'impegno del soggetto (aspettative situazione-risultato) sia per mezzo di un'azione che viene avviata ed eseguita consentendo di raggiungere un risultato positivo o negativo.

La richiesta di giustificazione della risposta consentirà di individuare la fonte da cui è generata l'autoefficacia secondo la teoria di Bandura (1986):

- esperienza personale diretta (*mastery experience*);
- esperienze vicarie (*vicarious experiece*);
- persuasioni verbali e sociali (*vicarious experience*);
- stati fisiologici ed emozionali (*emotional and physiological states*).

Inoltre, si ipotizza che possano emergere i principi che secondo Ligorio e Cacciamani (2013) influenzano lo sviluppo dell'autoefficacia come la metacognizione, gli aspetti motivazionali e l'affettività.

c. *Pensi di essere riuscito a risolvere il problema?*
   - *SI*

   Se sì, quali credi che sia/ siano la/le ragione/i del tuo successo?
   - *NO*

Se no, per quale/i ragione/i credi di non essere riuscito a risolvere il problema?

Questa domanda, attraverso la richiesta di giustificazione della risposta dicotomica, intende indagare l'attribuzione causale in relazione al supposto successo o insuccesso (Weiner, 1985). Si intende classificare le risposte sulla base delle tre dimensioni individuate da Weiner (1985): *locus of control, stabilità* e *controllabilità.*

Sulla base dello studio di Cortés-Suárez e Sandiford (2008), è possibile ipotizzare che coloro che credono di aver avuto successo nel compito possano attribuirlo a cause interne, stabili e controllabili. Al contrario, coloro che credono di aver fallito faranno riferimento a cause esterne, instabili e controllabili dall'esterno. Ad esempio, è probabile che il successo venga attribuito all'abilità e allo sforzo, mentre il fallimento alla difficoltà del compito o alla mancanza di capacità.

Capitolo 3 - Analisi

Il capitolo presenta l'analisi delle risposte ottenute al questionario sottoposto agli studenti e alle studentesse di Scienze della Formazione Primaria iscritti all'Università della Valle d'Aosta nell'anno accademico 2024-2025.

Il campione, ovvero «il sottoinsieme della popolazione di riferimento, che riproduce in piccolo (proporzionalmente) le caratteristiche e la struttura della popolazione»[13] (ASSIRM, 1991), è costituito dai 78 soggetti che hanno risposto al sondaggio su una popolazione di 113 persone. Esso viene considerato rappresentativo, in quanto comprende una quota significativa vicina ai 2/3 di studenti e studentesse per ciascuna coorte. Nello specifico, hanno risposto al questionario 15 iscritti su 24 del primo anno, 14 su 25 del secondo, 15 su 21 del terzo, 18 su 21 del quarto e 16 su 22 del quinto anno (Figura 2). Inoltre, la compilazione è avvenuta sia da parte di coloro che hanno già avuto esperienze di insegnamento a scuola, sia da studenti non lavoratori.

A tal proposito, è da considerare il fatto che al primo e al secondo anno è stato presentato il questionario durante un corso non obbligatorio, per questo motivo, coloro che lo hanno compilato sono coloro che partecipano abitualmente alle lezioni. Invece, al terzo e al quarto anno è stato sottoposto durante un corso obbligatorio in cui è richiesta la frequenza anche degli studenti lavoratori che tendenzialmente non seguono le lezioni.

Nel complesso, tutti gli studenti e le studentesse dei primi quattro anni hanno risposto durante la sottoposizione in aula del questionario, ad eccezione di un individuo del quarto anno che ha risposto dopo aver ricevuto l'*e-mail* destinata a tutti gli iscritti a SFP, affinché anche gli assenti potessero contribuire alla ricerca. Invece, per i membri della coorte del quinto anno non è stato possibile organizzare un incontro, per cui ognuno vi ha destinato del tempo in momenti diversi.

---

[13] https://www.assirm.it/glossario/campione-rappresentativo/

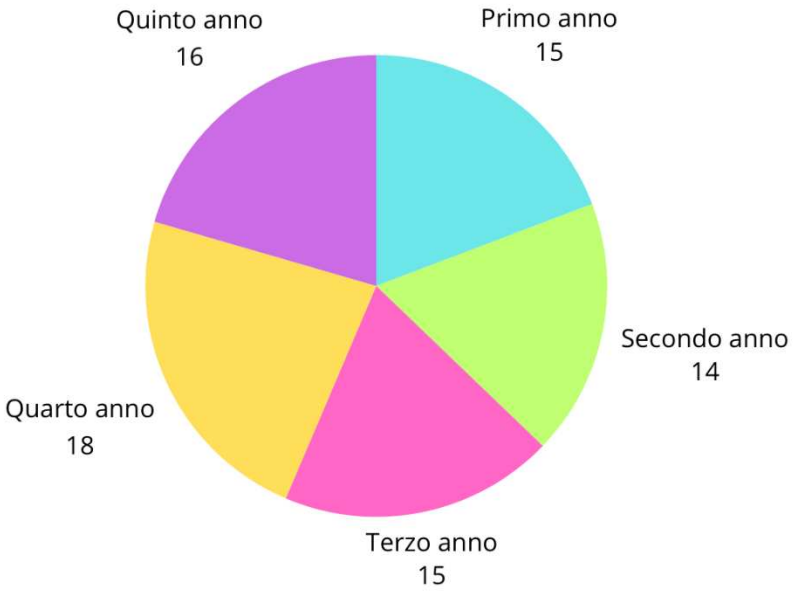


Figura 2. *Il campione*

1. Analisi della prima sezione

La prima sezione del questionario è dedicata all'atteggiamento degli intervistati nei confronti della matematica. Essa include quattro domande inerenti ai seguenti temi: le emozioni nei confronti della disciplina, le esperienze scolastiche ritenute significative nel determinare il rapporto con la materia, le difficoltà riscontrate dai soggetti intervistati in matematica e le ipotetiche caratteristiche di un bambino o di una bambina per avere successo in questo ambito.

1.1. Emozioni nei confronti della matematica

La prima domanda («*Quale emozione descrive il tuo rapporto con la matematica? Perché hai scelto quest'emozione?»)* è stata posta con l'obiettivo di indagare le emozioni provate dagli intervistati nei confronti della matematica. I risultati sono stati classificati secondo il modello dell'origine cognitiva delle emozioni (Ortony et al.,1988) e facendo riferimento allo studio di Di Martino e Sabena (2011).

Gli studenti e le studentesse che hanno espresso emozioni negative, ovvero quelle che fanno riferimento ad uno stato di disagio o un'avversione verso la disciplina, sono stati in 48. Coloro che hanno presentato emozioni positive, ovvero quelle che esprimono uno stato di felicità e serenità o piacere e attrazione verso la matematica, sono stati in 21. Invece, coloro che hanno espresso emozioni ambivalenti, inserendo due o più emozioni contrastanti oppure che hanno mostrato delle spiegazioni non del tutto positive o negative, sono in 9 (Figura 3).

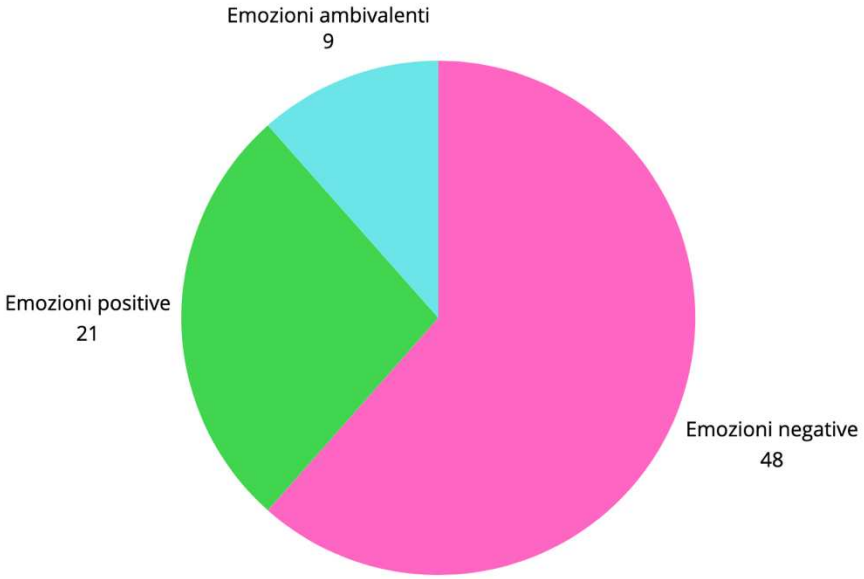


Figura 3. *Classificazione delle emozioni nei confronti della matematica*

1.1.1. Le emozioni negative

Nello specifico, tra le persone che hanno fatto riferimento alle emozioni negative (Figura 4), in 18 hanno fatto riferimento ad *ansia*, *agitazione* e *preoccupazione*, mentre 3 hanno parlato di *paura* e *tensione*. Di fronte a questi risultati è possibile riferirsi alla "matofobia" ovvero una forma di paura, angoscia e avversione nei confronti della materia che può interferire con l'esecuzione di compiti matematici o con la comprensione di qualunque situazione venga recepita come matematica (Papert, 1980). In effetti, nella giustificazione della propria risposta un soggetto manifesta timore nell'affrontare qualsiasi argomento matematico: «Ho paura di

non essere in grado di affrontare il nuovo soprattutto in matematica*»*. Allo stesso modo un altro afferma: «Non so mai se sono all'altezza dell'esercizio o della richiesta».

In molti giustificano le emozioni precedentemente citate facendo riferimento ad una difficoltà innata nei confronti della materia: «Ho sempre avuto difficoltà a relazionarmi con materie scientifico-logiche» oppure «Non mi sento capace e competente in questa materia». Alcuni altri fanno esclusivamente riferimento alla mancanza del pensiero logico: «So di non avere una mente logica» oppure «Mi manca un po' la logica». È dunque possibile osservare in queste risposte la credenza di una predisposizione biologica alla matematica, tale per cui il successo nella disciplina in questione sarebbe frutto di un talento innato (Truffelli & Asquini, 2022).

Anche tra coloro che hanno espresso *insicurezza,* alcuni hanno fatto riferimento a difficoltà innate: «Non mi sento né portata né in grado», «Ho un tipo di pensiero diverso da quello logico matematico» oppure «Non la capisco e non mi sento all'altezza».

Alcuni giustificano l'*ansia* definendosi incerti, insicuri, confusi: «Ogni volta che mi rapporto con questa materia mi vengono dubbi» e «Nel momento in cui mi trovo di fronte ad un problema matematico, mi sento sopraffatta da un senso di confusione mentale che mi porta ad agitarmi».

Per altri ancora, l'*ansia* o la *paura* sono generate dal fatto che non abbiano delle basi solide: «Da piccola ho avuto molte difficoltà in matematica e mi mancano diverse basi che in questi anni non sono state molto colmate di conseguenza mi sento un po' insicura nella materia anche se in realtà è una materia che mi piace molto» oppure «A volte non ritengo di saper fare neanche delle operazioni matematiche basilari». Di conseguenza, è possibile osservare che, per questi intervistati, i primi approcci con la matematica hanno influito in modo significativo nello sviluppo di un rapporto negativo con la disciplina, dovuto principalmente alla non-comprensione degli argomenti che vengono definiti "basilari".

Una sola persona ha fatto riferimento al rapporto negativo con la disciplina: «Non ho mai avuto un buon rapporto con la matematica, quindi tale materia mi suscita molta tensione e angoscia».

Interessante la seguente risposta per giustificare l'*ansia*: «È sempre stata quella disciplina scolastica che, per quanto per la gran parte del tempo mi regalasse risultati molto positivi senza grande sforzo, portava con sé un'incognita, un dubbio, un'ombra di incomprensione». Effettivamente, viene qui dimostrato che il fatto di ottenere risultati positivi non genera automaticamente lo sviluppo di emozioni positive. A tal proposito, Di Martino e Zan (2011) affermano che non è possibile rilevare un nesso causale unidirezionale tra emozioni negative e insuccesso. In questo caso sembrerebbe che il soggetto in questione riuscisse ad applicare le regole che gli venivano presentate, ma senza comprendere davvero il *perché* del procedimento applicato: si tratterebbe di uno dei rischi della matematica insegnata in modo strumentale (Skemp, 1976; Zan, 2007).

La *confusione* e lo *smarrimento* sono altre due emozioni evocate dalla matematica per gli intervistati ed un particolare riferimento è fatto all'applicazione della matematica nella vita quotidiana: «Mi sembra che tutto ciò che riguarda applicare la matematica nella vita di tutti i giorni, per me sia come parlare una lingua straniera».

In 7 intervistati hanno messo in evidenza *inadeguatezza* e *disagio* dovuti, ad esempio, al confronto con gli altri: «Molte volte mi è capitato di necessitare più tempo degli altri per comprendere gli argomenti e gli esercizi, dunque mi sentivo inadeguata» oppure, in un caso, il disagio è dovuto alla consapevolezza di una difficoltà comprovata: «Sono discalculico[14]».

Una forte emozione negativa emersa è la *frustrazione,* dovuta all'esperienza di numerosi fallimenti: «Molto spesso quando svolgo esercizi di matematica mi

[14] La discalculia è «un disturbo specifico del sistema dei numeri e del calcolo in assenza di lesioni neurologiche e di problemi cognitivi più generali. Per questo motivo, come per la dislessia, è importante sottolineare che la discalculia si manifesta nonostante un'istruzione normale, un'intelligenza adeguata, un ambiente culturale e familiare favorevole. Tale disturbo coinvolge, in particolare, l'acquisizione di abilità relativamente semplici, quali, ad esempio la scrittura e la lettura dei numeri e il sistema del calcolo (per citarne alcuni, la memorizzazione delle tabelline, l'esecuzione delle procedure di calcolo, ecc.)» (Genovese et al, 2013).

sembra di aver capito, ma poi alla fine sbaglio e questo mi genera un senso di frustrazione e di incapacità» e anche «La maggior parte dei momenti in cui ho avuto a che fare con la matematica sono stati umilianti».

Emozioni come la *tristezza,* la *delusione* e l'*amarezza* sono legate ad esperienze di fallimento oppure al cambiamento del rapporto con questa disciplina nel corso del tempo: «Ha provocato in me, durante il mio percorso, tristezza nel non riuscire a raggiungere un determinato livello e a comprendere le cose che venivano svolte in classe » e «L'amarezza penso descriva al meglio come mi sento nei confronti della matematica in quanto pur essendomi piaciuta fin da subito, col tempo e con l'aumentare del suo grado di difficoltà ho perso il mio interesse nei suoi confronti».

Anche dallo studio di Funghi (2015) emerge che il peggioramento del rapporto con la disciplina è associato al progredire dei gradi di scuola. A tal riguardo, la ricerca in didattica della matematica evidenzia che le difficoltà dipendono da diversi fattori (cognitivi, metacognitivi, affettivi e linguistici) e spesso anche dal crescente valore attribuito alla valutazione (Di Martino & Maracci, 2009).

Un soggetto, inoltre, ha parlato di *noia,* giustificata dal fatto che, nel corso del suo percorso, l'insegnamento di questa disciplina è sempre stato di tipo strumentale. Infatti, egli dichiara: «Ho sempre capito abbastanza tutto ma da sempre mi annoia un po' soprattutto perché ricordo gli esercizi tutti uguali ed eterni in cui si deve solo applicare una regola per risolverli».

Infine, 3 persone hanno fatto emergere emozioni negative molto forti: *odio* e *rabbia* dovute soprattutto ai numerosi fallimenti in passato e all'incomprensione dell'utilità della disciplina: «Nei confronti della matematica provo un'emozione di rabbia perché ho sempre cercato di capirla, ma quando non riuscivo a svolgere correttamente gli esercizi mi arrabbiavo con me stessa e mi sentivo incapace» e «Perché in moltissimi casi non riesco a comprenderne utilità e praticità».

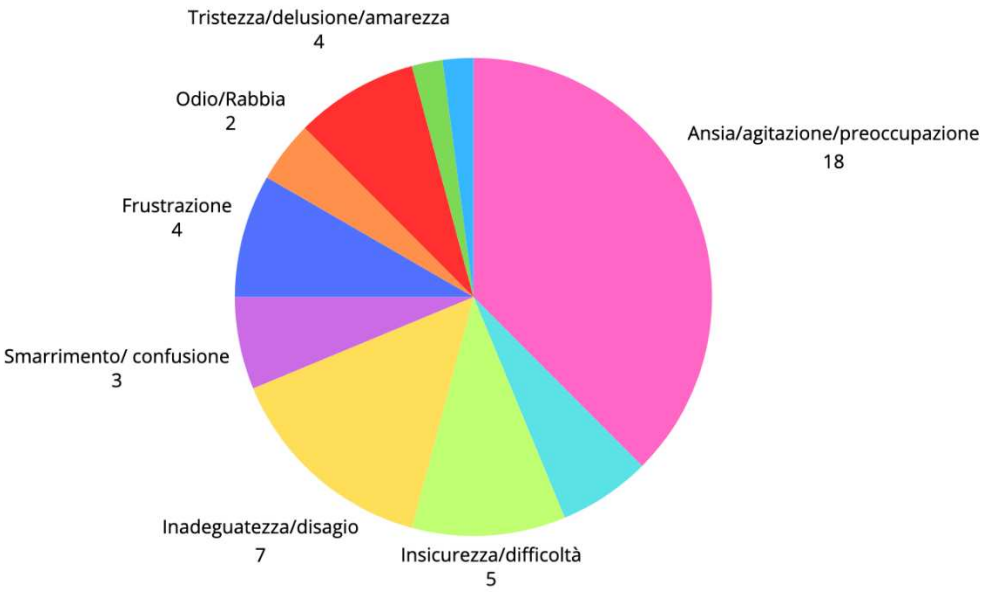


Figura 4. *Emozioni negative*

È possibile osservare che la maggior parte delle emozioni negative sono motivate da eventi (Ortony et al., 1988), ovvero da situazioni vissute dai soggetti, talvolta in passato e talvolta anche nel presente. In effetti, nessuno mette in evidenza il fatto di non gradire la disciplina per alcune sue caratteristiche, ma accennano piuttosto di avvenimenti che li hanno messi in difficoltà. In particolare, coloro che hanno parlato di *inadeguatezza* e *disagio* si sono riferiti a situazioni passate che li hanno fatti sentire "non all'altezza" rispetto ai propri pari; mentre coloro che hanno parlato di *tristezza, delusione, amarezza* e *odio* lo hanno fatto rispetto ad esperienze di fallimento o momenti rilevanti a partire dai quasi hanno cambiato la propria percezione della materia.

Anche i partecipanti che hanno espresso emozioni che sono state correlate alla "matofobia" le hanno giustificate con insicurezza, incertezza e confusione, derivate da avvenimenti nel passato in cui si sono sentiti in difficoltà. Allo stesso modo, coloro che dicono di non avere le basi lo affermano di fronte a fallimenti reiterati. Così come, coloro che sostengono di non essere portati fanno riferimento probabilmente a proprie esperienze passate, ipoteticamente sperimentate già nei primi anni di scuola.

Solo colui che ha parlato di *rabbia*, non comprendendo l'utilità della disciplina, fa riferimento ad un'emozione motivata da oggetti, esprimendo il mancato gradimento della stessa materia (Ortony et al., 1988).

1.1.2. Le emozioni positive

Per quanto riguarda le emozioni positive (Figura 5), in 7 persone hanno espresso *curiosità, interesse* o *sfida* pensando alla matematica. Per giustificarle, alcuni hanno parlato di fascino per la disciplina: «Trovo sempre affascinanti i meccanismi matematici ed il loro essere regolari e logici» oppure «Mi incuriosisce scoprire di più dietro a semplici algoritmi che diamo per scontati e capire il significato matematico alla base». Altri, invece, mettono in evidenza la sua utilità e la sua applicabilità nella vita quotidiana: «Sono sempre curiosa di scoprire cosa c'è dietro ad alcuni procedimenti matematici, si può sempre imparare e utilizzare in maniera utile ciò che si è appreso» e «La matematica è una materia molto interessante in cui non si smette mai di imparare e le cui applicazioni nella vita quotidiana sono infinite».

Tra gli intervistati, in 5 hanno scelto di inserire *soddisfazione* e *piacere* specificando che sono le emozioni provate nel momento in cui riescono a risolvere compiti matematici: «Quando capisco un concetto e riesco ad arrivare alla soluzione mi sento soddisfatta», «È l'emozione che provo quando mi viene un esercizio dopo averlo provato e riprovato o dopo aver capito come si svolge».

È dunque chiaro che le presenti emozioni, secondo la classificazione di Ortony e altri autori (1988) sono motivate da oggetti: in effetti sono le caratteristiche della matematica a generare *curiosità, interesse, sfida, soddisfazione* o *piacere* come i "meccanismi matematici", il "significato matematico" o le applicazioni nella vita quotidiana.

Allo stesso modo, l'unica persona che parla di *amore* per la disciplina fa riferimento a delle caratteristiche specifiche della stessa: «È logica, chiara e offre la soddisfazione di risolvere problemi e scoprire nuove soluzioni».

Tra le 4 persone che hanno scelto *felicità, gioia* o *euforia* in tre le hanno giustificate facendo riferimento al gusto personale: «Mi piace la matematica» o «Trovo interessante la materia». Un soggetto, invece, descrive la gioia che prova quando raggiunge dei successi in questa disciplina, sottolineando il fatto che sono proprio le difficoltà che essa può generare a rendere ancora più soddisfacente il risultato positivo: «[La matematica] può far provare emozioni bellissime ed emozioni bruttissime nel momento in cui ci si trova in difficoltà, come se non si riuscisse a trovare una via d'uscita. Quando però questa via d'uscita si trova è l'estasi intellettuale totale, per questo ho scelto questa emozione, perché è poi quella che più ti resta, che ti fa sentire giusta».

Le emozioni di *serenità* e *tranquillità* sono giustificate dal piacere personale legato alla materia oppure da un cambiamento di percezione avvenuto recentemente: «Perché nei miei ultimi anni scolastici non ho avuta molta ansia nel fare questa materia, anzi mi piaceva».

Una risposta interessante che è emersa è stata la *cordialità,* un comportamento di affetto o simpatia (Treccani, n.d.) giustificato dall'atteggiamento che lo studente o la studentessa ha scelto di adottare nei confronti della disciplina, lasciando quindi sospettare che in passato abbia avuto un rapporto negativo con quest'ultima: «Solo con il tempo ho imparato ad approcciarmi in modo positivo alla matematica».

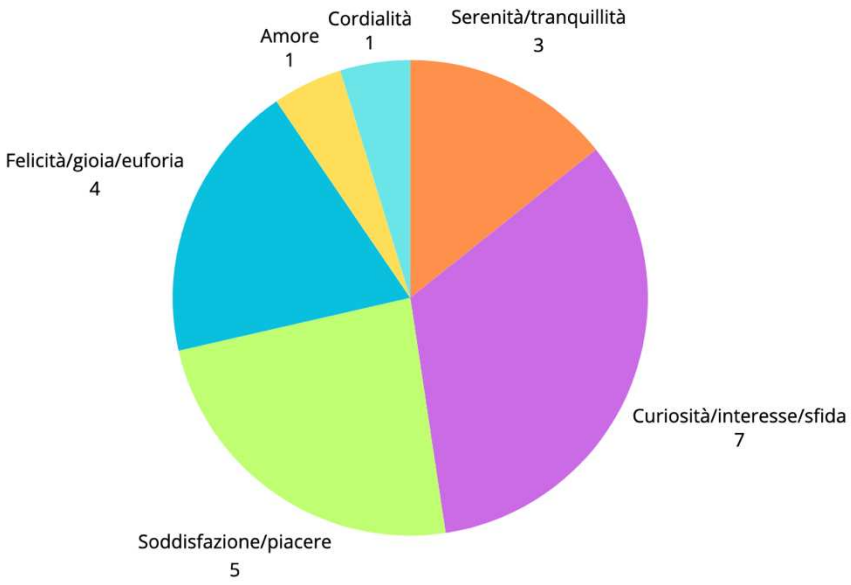


Figura 5. *Emozioni positive*

1.1.3. Le emozioni ambivalenti

In ultimo, 9 persone hanno fatto emergere emozioni ambivalenti nei confronti della matematica, scegliendo di inserire due emozioni contrastanti al posto di una sola, o presentando un'emozione dal significato ambivalente, oppure giustificando la propria scelta con una spiegazione che ha fatto emergere un'interpretazione non del tutto positiva o non del tutto negativa.
Coloro che hanno scelto di inserire due emozioni hanno scelto i seguenti binomi e le relative spiegazioni presenti in tabella 1.

Tabella 1. *Binomi emozioni ambivalenti*

Emozione positiva	Emozione negativa	Spiegazione
Felicità	Paura	«Non sempre mi sono sentita bene durante le lezioni di matematica soprattutto alle medie perché non sempre sono riuscita a capire ma dopo il mio rapporto è migliorato molto alle superiori»
Felicità	Paura	«Perché la matematica mi è sempre piaciuta però la trovo molto difficile»

Curiosità	Ansia	«Da una parte mi incuriosisce, dall'altra talvolta mi crea ansia per le mie esperienze scolastiche passate»
Sicurezza	Odio	«Nel primo periodo della mia vita, soprattutto durante le scuole superiori, ho sviluppato un odio verso questa disciplina che mi sembrava incomprensibile e nella quale commettevo sempre molti errori, faticando ad arrivare alla sufficienza. Anche dovuto al rapporto con il docente, al quale sembrava non fregare che io capissi, quest'odio si è radicalizzato e si è presentato anche nei primi anni di università. In realtà, oggi, futura insegnante anche di matematica, vedo la matematica come una disciplina sicura. Mi trasmette sicurezza perché in matematica c'è sempre un procedimento che porta alla risposta corretta. Non esistono zone grigie: se il risultato è sbagliato c'è un errore, lo si trova, lo si corregge. Questa strada sicura che porta sempre al risultato mi trasmette sicurezza».

Dalle spiegazioni riportate in tabella 1 è possibile evincere che la scelta delle emozioni contrastanti sia stata fatta per sottolineare l'evoluzione della percezione della disciplina nel corso del tempo: in un caso il soggetto è passato dalla *paura* alla *felicità* con l'accesso alla scuola secondaria di primo grado. In un altro, l'*odio* passato viene associato sia alla difficoltà della disciplina che al docente, al quale «sembrava non fregare che io capissi», mentre la *sicurezza* sembra essere giustificata dal raggiungimento di una maggiore consapevolezza e anche dal senso di responsabilità legato al proprio ruolo di futuro insegnante.

Le altre due opposizioni, invece, sono giustificate da un rapporto tutt'oggi ambivalente: da un lato i soggetti sono *curiosi* o hanno *piacere* nell'apprendere la matematica, ma dall'altro, a causa di esperienze passate e presenti, manifestano *ansia* o *difficoltà*. D'altronde, Di Martino e Sabena (2011) affermano che non è detto che coloro che ottengono risultati negativi in matematica provino anche emozioni negative nei suoi confronti, in effetti, in questi casi, sebbene i soggetti abbiano avuto esperienze di insuccesso con la stessa, essi continuano ad esserne attratti.

Inoltre, 2 soggetti, hanno utilizzato termini come *altalenante* e *ambivalente* per rispondere al quesito. Si tratta di aggettivi, non di emozioni, i quali intendono

probabilmente descrivere il loro rapporto con la disciplina. Un individuo afferma che esso dipende dall'argomento: «Ci sono argomenti che comprendo con facilità e altri con cui mi trovo davvero in difficoltà», mentre un altro mette in evidenza due periodi distinti della propria vita in cui esso è cambiato: «Durante una parte della mia carriera scolastica ho avuto un rapporto con la matematica abbastanza positivo. Mentre nell'ultimo periodo (liceo), non ho avuto un bel rapporto».
In 2 persone, invece, hanno scelto l'*indifferenza*, emozione che indica uno stato in cui non si prova né desiderio né repulsione per un determinato oggetto (Treccani, n.d.). Le giustificazioni a questa risposta sono state: «Non ne sono spaventato ma neanche interessato» e «Per quanto non abbia mai riscontrato problemi particolari con la matematica, essa è stata la materia in cui mi sono resa conto di avere una modalità di ragionamento diverso, e forse più lenta rispetto a altre persone (pari o adulti)».
In ultimo un soggetto ha parlato di *diffidenza* mettendo in evidenza il fatto che in base agli argomenti trattati il proprio rapporto cambia perché si sente più o meno sicuro: «Ho un rapporto incerto con la matematica, a seconda degli argomenti mi sento più o meno confidente e di conseguenza provo più o meno piacere nei suoi confronti».

In conclusione, dall'analisi della prima domanda del questionario è emerso che i futuri insegnanti che provano emozioni negative nei confronti della matematica (48) sono in netta superiorità rispetto a coloro che presentano emozioni positive (21). Il presente dato risulta sconcertante se si fa riferimento allo studio di Di Martino e Sabena (2011), i quali considerano le emozioni nei confronti della disciplina e quelle provate per il suo insegnamento come «due facce diverse della stessa medaglia». Inoltre, secondo lo studio di Jackson e Leffingwell (1999), gli studenti e le studentesse fanno proprio l'interesse e l'entusiasmo manifestati dal docente nei confronti della materia. Di conseguenza, non risulta promettente il numero di insegnanti che hanno manifestato "matofobia" nei confronti della stessa (più di 20 su 78). Per altro, non fanno di certo ben sperare neanche le emozioni di *incertezza*, *insicurezza*, *confusione*, *smarrimento*, *inadeguatezza* e *disagio* che

vengono provate da futuri professionisti dell'insegnamento alla scuola primaria. Anche perché, si osserva che gli stessi intervistati colgono il ruolo centrale dei docenti della primaria sia nello sviluppo di un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina, sia nel conferimento degli apprendimenti di base. Infatti, fortunatamente, solo un soggetto fa riferimento all'incomprensione dell'utilità della materia.

Va anche sottolineato il fatto che le emozioni positive provate da 21 studenti e studentesse sono promettenti: *curiosità, interesse, sfida, piacere, soddisfazione, felicità, gioia, euforia* e *amore* giustificate con l'esaltazione di caratteristiche della disciplina.

Infine, va riconosciuto che tra coloro che hanno espresso emozioni ambivalenti emergano 2 soggetti che manifestano il tentativo di voler cambiare volontariamente il proprio atteggiamento negativo, anche in prospettiva del proprio ruolo di futuri insegnanti.

1.2. Episodi significativi dall'esperienza scolastica con la matematica

La seconda domanda è stata la seguente: «*Quale è stata la tua esperienza scolastica con la matematica? Puoi raccontare almeno un episodio che ritieni (nel bene o nel male) particolarmente significativo, ovvero che in qualche modo ha influito sul tuo rapporto con la matematica durante l'esperienza scolastica?*».

Il presente quesito intende indagare i *turning points* (Bruner, 1994), ovvero i momenti di svolta in una narrazione autobiografica, in questo caso in riferimento agli episodi considerati cruciali nello sviluppo dell'atteggiamento dei soggetti nei confronti della matematica.

In primo luogo, è importante sottolineare che soltanto 20 persone hanno fatto riferimento a singoli episodi significativi, siano essi positivi o negativi. Infatti, gli altri hanno presentato principalmente una descrizione della propria esperienza complessiva o hanno fatto riferimento ai propri insegnanti, sia in modo positivo che negativo.

1.2.1. Episodi significativi negativi

In 14 persone hanno scelto di raccontare degli episodi negativi specifici che hanno segnato il loro rapporto con la matematica. Tra questi, in 7 hanno parlato di avvenimenti che riguardano la scuola primaria e 5 di loro hanno fatto riferimento ad un argomento specifico: le tabelline.

Si evince che fossero molto stressanti per gli intervistati sia le interrogazioni scritte o orali di tabelline, sia le cosiddette "gare di tabelline", ovvero situazioni in cui, per vincere, gli alunni e le alunne devono rispondere nel minor tempo possibile alla moltiplicazione enunciata dall'insegnante. Nello specifico, essi fanno emergere il disagio nel doversi sfidare con gli altri o comunque nell'essere messi alla prova di fronte all'intera classe. In effetti, un soggetto racconta:

> Alla primaria, durante le ore di matematica, piangevo frequentemente. La docente, per valutare se sapessimo o meno le tabelline, ci faceva alzare in piedi, vicino alla cattedra, davanti ai compagni. Ci chiedeva di effettuare una moltiplicazione e contava fino a cinque con le dita. Se non avessi risposto entro quei secondi avrebbe segnato una X sulla lavagna. Ogni X corrispondeva a un voto in meno. Il clima era sempre molto teso e il volto della docente sempre arrabbiato. Ero in seconda.

In questa testimonianza emerge chiaramente come la matematica, già a partire dalla seconda primaria, abbia iniziato ad essere associata a situazioni ansiogene per il soggetto. Di conseguenza, facendo riferimento agli studi di Evans e Zan (2006), è possibile ipotizzare che, a seguito delle numerose esperienze negative, l'alunno abbia iniziato a provare ansia di fronte a qualsiasi situazione simile e che quest'emozione sia andata poi ad influenzare i processi cognitivi come l'attenzione e la memoria. Ecco perché, in casi come questo, vi è un rischio elevato di generare un circolo vizioso per cui, a partire da un fallimento, si inizia a provare in situazioni simili un'ansia debilitante che incide inevitabilmente in modo negativo sulle prestazioni. Sostanzialmente, in questo caso, pur avendo studiato a casa le tabelline, i bambini o le bambine che si trovano in una situazione di forte stress emotivo, ottengono risultati negativi, soprattutto perché i loro processi decisionali vengono compromessi (Evans & Zan, 2006).

Dalla descrizione di quest'ultimo episodio, a conferma dello studio di Jackson e Leffingwell (1999), emerge anche chiaramente la rilevanza che ha avuto per l'intervistato o l'intervistata l'atteggiamento del docente in questione, in effetti il soggetto ha ancora impressa in età adulta l'espressione poco accogliente dell'insegnante, la quale è indice della sua disposizione.

Anche un'altra studentessa, parlando di un'esperienza vissuta durante la scuola secondaria di secondo grado, mette in evidenza una situazione in cui è stata messa sotto pressione di fronte alla classe:

> Ricordo quando ero alle superiori e alla lavagna l'insegnante mi chiese di eseguire delle operazioni, mi pare espressioni, senza calcolatrice. Il fatto di non aver mai studiato correttamente le tabelline mi mise in difficolta, mi fermavo ad alcune operazioni che non sapevo fare e non riuscivo ad andare avanti.

In questo caso, però, emerge anche una sensazione di inadeguatezza, di non competenza, dovuta a mancanze precedenti, ma non si esplicita se siano attribuite a sé o all'insegnamento.

Un altro esempio esplicito di blocco del pensiero che esemplifica la teoria di Evans e Zan (2006) fa riferimento, ancora una volta, alla scuola primaria: «Ero alla scuola primaria (non ricordo di preciso la classe) e dovevo compilare una scheda con i numeri da 0-100 e poi da 100-0. Nel momento in cui ho dovuto compilare a ritroso mi sono bloccata e mi sono messa a piangere». La reazione di pianto del soggetto può essere spiegata con la teoria di Pekrun (2006) il quale mette in evidenza, tra le emozioni di successo prospettivo, la disperazione (*hopelessness*), ovvero un'emozione che deriva da una situazione in cui il controllo interno è molto basso, come anche l'aspettativa di successo. Sempre secondo Pekrun (2006), tra le emozioni di fallimento prospettico vi è il rilassamento anticipatorio, emozione che si prova quanto si prevede di fallire, a seguito di numerose esperienze negative, per cui si sceglie arrendersi ancor prima di fronteggiare una situazione che viene percepita come potenzialmente stressante. Ne offre un esempio il soggetto che afferma: «Dopo aver preso ripetizioni di matematica al liceo ed aver studiato ore ed ore senza ottenere dei buoni risultati, ho preso man mano le distanze dalla matematica».

Se dagli episodi precedentemente analizzati scaturiscono emozioni negative che vengono associate a delle difficoltà manifestate durante dei processi matematici, alcuni intervistati si sono focalizzati su situazioni in cui le emozioni negative sono state generate da risultati negativi. Un esempio è il seguente:

> Ricordo di aver fatto tutti i calcoli giusti, se non che per uno nel quale avevo scritto correttamente il risultato sul foglio di brutta ma avevo invertito due numeri nella copiatura del risultato, e per questo errore non avevo preso il massimo. Ricordo benissimo che per me quel momento è stato molto frustante e ingiusto, so benissimo che è stato un errore di distrazione, ma per me è stato un momento molto negativo nei confronti della matematica.

In questo caso, l'origine della frustrazione è l'errore. Da un lato, l'intervistato lo considera come frutto di una distrazione, dall'altro attribuisce parte della conseguente valutazione negativa all'insegnante, considerandola come un'"ingiustizia". D'altronde, Cortés-Suárez e Sandiford (2008), hanno dimostrato che gli studenti e le studentesse tendono ad attribuire i loro fallimenti a cause esterne, instabili e non controllabili, al contrario di coloro che hanno successo.

A partire da questa testimonianza, è possibile anche riflettere sulla gestione dell'errore. In questo caso sembrerebbe che, da un lato, l'insegnante abbia valutato unicamente il risultato e non il procedimento attuato e, dall'altro, che per l'intervistato fosse molto frustrante il fatto di aver commesso un errore.

Allo stesso modo, nei due seguenti racconti, si osserva come un esito negativo abbia influenzato l'autoefficacia in matematica, la quale determina le scelte delle attività e lo sforzo che gli individui sono disposti a mettere in gioco in un contesto specifico (Van Dinther et al., 2011):

> Durante le superiori ho cambiato tre professori di matematica e sono stata rimandata due volte, il che mi ha molto scoraggiato e portato a credere di essere "negata" in questa materia. Ho iniziato quindi a non sforzarmi più di tanto e fare il minimo indispensabile per arrivare alla sufficienza.

Nel seguente esempio, la scarsa autoefficacia ha influenzato addirittura la scelta della scuola secondaria di secondo grado. A tal proposito, secondo Zan (2007), il difficile rapporto con la matematica può avere un costo

individuale, nel momento in cui può influenzare le scelte di vita degli studenti e delle studentesse: si tratta di scelte di evitamento.

> Ricordo di aver preso la mia prima insufficienza di matematica in quinta elementare (se non ricordo male su una verifica di problemi), già prima di questo episodio il mio rapporto con la matematica non era piacevole e da quel momento in poi ho iniziato a sentirmi incapace e a "odiare" la matematica proprio perché la ritenevo una materia difficile tant'è che poi ho scelto di frequentare il liceo linguistico perché speravo di allontanarmi da questa disciplina.

Inoltre, è interessante osservare che l'intervistato parla di «verifica di problemi» come se il *problem solving* fosse un contenuto didattico, come le operazioni, e non una metodologia. D'altronde, anche nei libri di testo i "problemi" «vengono raggruppati per sessione rispetto alle operazioni da usare, e comunque legati al capitolo specifico in cui compaiono» (Di Martino, 2017, p. 24), ecco perché non possono più essere considerati problemi, ma piuttosto esercizi di applicazione di un contenuto didattico.

In generale, a partire da questi episodi, è possibile intuire che i bambini o le bambine in questione non siano mai stati educati alla gestione dell'errore. Effettivamente, «l'errore a scuola è spesso un compagno di viaggio clandestino» (Demattè, 1996, p. 42). A questo riguardo, Zan (2007) afferma che l'errore considerato come indicatore di fallimento sia dovuto ad una visione procedurale della disciplina centrata sui prodotti, secondo la quale «il *capire* viene identificato con l'applicazione corretta di formule» (p. 214). Al contrario, in una visione concettuale, basata sui processi, il bambino o la bambina che commette un errore può essere visto come una persona che si perde durante il suo percorso: se sta correndo verso un appuntamento importante, il fatto di perdersi provoca frustrazione. Invece, se è un turista in esplorazione, il suo perdersi rappresenta un'opportunità per scoprire luoghi inattesi che altrimenti non avrebbe mai conosciuto. (Borasi, 1994). In effetti, secondo l'autore, gli errori possono generare "dubbi positivi" negli studenti per stimolarli e condurli a formulare domande, congetture ed esplorare. Allo stesso modo, Demattè (1996) sostiene che «l'inadeguatezza, l'andare per tentativi, il procedere a tratti fuori carreggiata» sia

parte dell'esperienza e che, se si rimuovesse l'errore, si toglierebbe agli studenti e alle studentesse la possibilità di imparare» (p. 42).

A tal proposito, tra gli avvenimenti che sono stati narrati, ci sono anche casi in cui l'errore è stato esplicitamente demonizzato dagli insegnanti:

> In seconda elementare, si è svolta una lezione di matematica riguardante l'orologio a cui è seguita, qualche mattina dopo, la relativa verifica. Durante quelle ore, nonostante le mie richieste di aiuto nel non aver capito un argomento, la maestra non ha cercato di comprendere il perché stessi sbagliando. Anzi, al momento della verifica il mio compito è "stato preso in giro" davanti a tutta la classe.

Allo stesso modo, altre 2 persone raccontano di essere stati indicati come "esempi negativi" e uno di loro è stato pubblicamente etichettato come "zavorra della classe". In questi termini, è possibile dedurre che, come l'aumento dell'autoefficacia è influenzato dalle persuasioni verbali dei soggetti considerati come modelli dall'individuo (come genitori o insegnanti), anche le critiche giocano un ruolo fondamentale nella riduzione di quest'ultima in un bambino in formazione (Usher & Pajares, 2008). Effettivamente, le tre persone a cui si è fatto riferimento, nella prima domanda del questionario, hanno affermato che le emozioni evocate in loro, nel presente, dalla matematica sono rispettivamente: *inadeguatezza*, *frustrazione* e *tensione*.

1.2.2. Esperienze negative associate agli insegnanti

In risposta alla richiesta di racconto di un episodio significativo, 16 persone su 78 hanno scelto di non narrare un episodio specifico della propria esperienza scolastica con la matematica, bensì di parlare del ruolo che uno o più insegnanti hanno avuto nello sviluppo del loro rapporto con la disciplina. Ad esemplificare quanto siano rilevanti le figure dei docenti durante tutto il percorso scolastico vi è la seguente narrazione, nella quale l'intervistato ripercorre tutte le fasi della propria formazione facendo riferimento all'impatto che hanno avuto i diversi professionisti:

> Alla scuola primaria avevo un bellissimo rapporto con la matematica perché l'insegnante ci faceva apprezzare particolarmente questa materia. Alla scuola secondaria di primo grado il mio rapporto con questa materia è cambiato completamente perché non riuscivo a capire il professore, il quale tendeva a lasciare indietro coloro che non ottenevano risultati positivi. Alla scuola secondaria di secondo grado ho cambiato moltissimi professori negli anni e questo ha generato una discontinuità, anche perché ogni volta dovevo abituarmi ad un modo di spiegare diverso; tuttavia, gli ultimi due anni delle superiori il mio rapporto con la matematica è nuovamente migliorato grazie ai docenti.

Nelle altre narrazioni, la maggior parte degli insegnanti a cui si fa riferimento in modo negativo appartengono al mondo delle scuole secondarie. Le principali caratteristiche che vengono criticate sono: i favoritismi («[…] in quinta superiore ricevetti un 6 al posto di un 8,5 effettivo perché la professoressa era convinta che avessi copiato»), la rigidità dei metodi di insegnamento, l'indifferenza nei confronti dell'incomprensione di alcuni («[…] privilegiavano coloro che avevano meno difficoltà e lasciavano indietro gli altri») e la demonizzazione dell'errore.

In 5 studenti o studentesse, invece, hanno fatto riferimento agli insegnanti della scuola primaria che hanno avuto un impatto negativo su di loro. Uno di essi ha messo in evidenza una visione procedurale della matematica (Zan, 2007): «Alle elementari l'insegnante ci proponeva la matematica tramite algoritmi senza farci capire i veri significati della matematica. Per cui le informazioni che l'insegnante cercava di trasmettere venivano dimenticate abbastanza facilmente». Effettivamente, quando le regole vengono apprese come oggetti isolati, diventa difficile per il soggetto risalire alle relazioni matematiche da cui esse derivano, una volta dimenticata la formula imparata a memoria (Zan, 2007).

Il racconto di un altro soggetto permette di ribadire la criticità precedentemente citata rispetto alla demonizzazione dell'errore (Demattè, 1996): «Ricordo i segni rossi sul quaderno, tanto evidenti da ricoprire tutta la pagina».

Infine, 2 individui presentano una chiara riduzione della propria autoefficacia in matematica dovuta alle critiche degli insegnanti (*Social persuasion*) (Usher & Pajares, 2008): «La mia maestra delle elementari mi disse che non sarei mai stata

brava in matematica, e credo che questo abbia condizionato il mio rapporto con la materia per il resto del mio percorso scolastico» e «Quando ero alla primaria la mia maestra di matematica mi ripeteva sempre che ero troppo lenta e sovente quando mi chiedeva di risolvere problemi o esercizi alla lavagna o davanti ai compagni non mi lasciava il tempo di rispondere e faceva rispondere altri». Effettivamente, alla prima domanda del questionario, questi soggetti hanno scelto le emozioni di *frustrazione* e *ansia* per descrivere ciò che provano quando si trovano in situazioni in cui è coinvolta la matematica.

Infine, 9 persone hanno evidenziato il cambiamento del proprio rapporto con la disciplina contemporaneamente con l'accesso alla scuola secondaria di primo grado (2) e di secondo grado (7). In effetti, essi affermano di aver apprezzato la matematica nel corso della primaria e di aver ottenuto buoni risultati, ma di aver riscontrato difficoltà a partire dai gradi successivi. Nello specifico, è possibile classificare i soggetti in due gruppi: coloro che hanno attribuito il cambiamento alla crescente difficoltà degli argomenti trattati e coloro che hanno fatto riferimento, ancora una volta, ai docenti. D'altronde, le difficoltà riscontrate nel passaggio da un grado di scuola all'altra possono dipendere da fattori cognitivi e metacognitivi, ma anche affettivi e linguistici (Di Martino & Maracci, 2009).

Il primo gruppo racconta esperienze simili a questa:

> Mi ricordo che alle elementari e alla scuola secondaria di primo grado la matematica mi è sempre piaciuta. Arrivando alle superiori e affrontando equazioni, teoremi e altri problemi geometrici le cose si sono decisamente complicate. Mi ricordo il panico alla prima introduzione delle lettere.

Per alcuni invece, le difficoltà di comprensione sono influenzate soprattutto dall'approccio del professore:

> A scuola secondaria di prima grado amavo la matematica, poi alle superiori mi ha messo in grande difficoltà tanto da non riuscire più a rapportarmi in maniera positiva con essa, non la capivo e i docenti non mi aiutavano a capirla; essi volevano che io raggiungessi gli altri (considerati più bravi) senza alcun aiuto. Pensavano solo a insegnare e non vedevano l'insegnamento come un far apprendere.

In conclusione, dall'analisi degli episodi negativi riconosciuti dai soggetti rispondenti come rilevanti nella definizione del proprio rapporto con la matematica, è possibile affermare che, come nello studio di Coppola e colleghi (2013), la maggior parte degli intervistati ha ritenuto significativo il ruolo dei docenti. In effetti, alcuni si sono focalizzati esclusivamente sugli insegnanti che hanno influenzato la riduzione della loro autoefficacia attraverso metodi strumentali («[…] ci proponeva la matematica tramite algoritmi senza farci capire i veri significati della matematica […]»), insegnamenti destinati a pochi («[…] privilegiavano coloro che avevano meno difficoltà e lasciavano indietro gli altri»), valutazioni stringenti, demonizzazione degli errori e critiche personali («[…] la professoressa di matematica mi aveva indicata come esempio negativo di comprensione degli elementi matematici»). Tant'è che anche tra coloro che hanno messo in evidenza il fatto di aver avuto difficoltà solo nei gradi di scuola più elevati, la maggior parte ha fatto riferimento alla figura dell'insegnante e non alla maggiore difficoltà degli argomenti.

Inoltre, è molto rilevante il fatto che, anche dallo studio degli episodi negativi significativi, emerge quasi sempre la responsabilità del docente: l'atteggiamento negativo, la scelta di metodologie che generano ansia negli alunni (interrogazioni in piedi di fronte all'intera classe, risposte cronometrate e valutazioni che lasciano poco margine agli errori) e la reazione degli alunni e delle alunne ai risultati negativi, la quale può essere attribuita ad una mancata educazione all'errore (Demattè, 1996).

1.2.3. Esperienze positive associate agli insegnanti

Così come nelle esperienze negative anche in quelle positive il ruolo del docente è stato rilevato come centrale. Nello specifico, 15 persone hanno focalizzato la propria attenzione sull'influenza dei professionisti dell'insegnamento nello sviluppo del loro atteggiamento, in questo caso positivo, nei confronti della disciplina. Tra questi, 5 soggetti hanno narrato episodi ritenuti significativamente positivi per le strategie didattiche che sono state utilizzate. Viene infatti messo in

evidenza l'approccio ludico alla matematica durante la scuola primaria e i lavori di gruppo sulla risoluzione di problemi (nello specifico durante la partecipazione al *Rally matematico transalpino*[15], competizione a cui partecipano molte scuole della Valle d'Aosta).

Interessante osservare come alcune narrazioni facciano riferimento a strategie didattiche che derivano da una visione relazionale della disciplina (Skemp, 1976; Zan, 2007). Ad esempio, uno studente racconta nel dettaglio una lezione di matematica della primaria in cui ha percepito di aver compreso nel profondo un concetto:

> Mi ricordo di quando alla scuola primaria abbiamo ritagliato dei triangoli per calcolare la somma degli angoli interni. L'insegnante con questa attività ci voleva fare capire che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°. Grazie a questa attività, che mi è rimasta impressa nella memoria, mi ricordo di aver dato un senso a quel numero (180) che avevo imparato a memoria, ma che non voleva dire nulla per me. È stata quasi un'epifania in quel momento che mi ha aperto ad una comprensione sempre maggiore della matematica.

La presente testimonianza è prova dell'affermazione di Skemp (1976), il quale sostiene che l'utilizzo di un insegnamento relazionale che consente la costruzione di schemi mentali è un obiettivo che favorisce intrinsecamente l'aumento dell'autoefficacia nei soggetti.

Un altro intervistato, invece, mette in evidenza nella propria narrazione l'importanza della valorizzazione di punti di vista e metodi di risoluzione diversi in matematica:

> Il mio approccio era positivo nei confronti della matematica che trovavo complessa ma sfidante. Un momento significativo è stato quando, nella risoluzione di un problema che mi metteva particolarmente in difficoltà, la professoressa di matematica

[15] Il *Rally matematico transalpino* «è un confronto fra classi, dalla terza elementare al secondo anno di scuola secondaria di secondo grado, nell'ambito della risoluzione di problemi di matematica che si svolge in Belgio, Francia, Italia, Lussemburgo e Svizzera», esso è organizzato dall'"Associazione Rally Matematico Transalpino", la quale ha l'*obiettivo di promuovere la risoluzione di problemi per migliorare l'apprendimento e l'insegnamento della matematica.* (https://armtint.eu/)

> mi ha offerto un punto di vista specifico e mirato che mi ha permesso di trovare la soluzione. Da quel momento ho compreso che la matematica va rigirata in modo che sia funzionale e favorevole alla comprensione individuale.

D'altronde, se si ha una visione relazionale della matematica si sostiene che ci siano modalità diverse per raggiungere lo stesso obiettivo. Skemp (1976) utilizza l'esempio del viaggiatore che esplora la città per costruirsi una mappa mentale della stessa, di conseguenza nel momento in cui deve andare da un punto ad un altro, è in grado di utilizzare strade diverse per raggiungere il proprio obiettivo.

Così, come nella risoluzione di un problema matematico è possibile ci siano differenti strategie per raggiungere l'obiettivo, esistono anche diverse modalità con cui può essere compreso un concetto: «Durante le superiori, la professoressa riusciva a far piacere o almeno a far capire a tutti la matematica perché riusciva a spiegare a tutti con metodi diversi e non escludeva nessuno e quindi tutta la classe riusciva ad avere successo. Per me questo è davvero molto importante e mi ha lasciato un bel ricordo della matematica».

Infine, un ultimo racconto positivo, a proposito delle metodologie didattiche utilizzate, fa riferimento alle "gare di tabelline". Si tratta di un'attività che è emersa in molti racconti precedentemente analizzati come esperienza negativa, invece, quest'ultimo soggetto afferma: «La mia maestra delle elementari organizzava delle sfide con le tabelline. Ci mettevamo seduti sui banchi e chi aveva la risposta corretta alzava la mano e rispondeva. Chi totalizzava più punti alla fine vinceva una caramella, il che rendeva il tutto più motivante ma senza renderla una sfida troppo competitiva. Ho un bellissimo ricordo di questi momenti!». È chiaro quindi che, in primo luogo, le modalità organizzative sono meno rigide delle competizioni precedentemente citate: ad esempio, non si fa cenno ai voti, ma a delle caramelle come premio e i bambini sono seduti ai banchi (non vi è un unico interrogato sotto gli occhi di tutti) alzando la mano per rispondere su base volontaria. In secondo luogo, va ipotizzato che la percezione positiva o negativa di un'attività dipende molto dai risultati che si ottengono: è probabile che questo bambino o bambina ottenesse esiti positivi in questo gioco. In effetti, l'individuo, dopo aver svolto una specifica attività, interpreta i risultati ottenuti e costruisce dei giudizi personali di

competenza che aumentano o riducono la sua fiducia nello svolgere compiti simili ed il suo desiderio di affrontarli nuovamente (Bandura, 1986).

Oltre a mettere in evidenza le metodologie didattiche, in 6 studenti o studentesse intervistati hanno fatto riferimento ad aspetti che possono essere considerati come indice dell'atteggiamento del docente, il quale, essendo in questo caso positivo, ha inciso positivamente sugli alunni o sulle alunne in questione (Jackson & Leffingwell, 1999). Nello specifico, si tratta di manifestazioni di interesse ed entusiasmo da parte dell'insegnante: si fa riferimento a gentilezza, disponibilità, simpatia e passione. In 3 casi su 5, queste caratteristiche hanno consentito il cambiamento di atteggiamento del discente nei confronti della disciplina:

> Fino alle superiori il mio rapporto con la matematica non era particolarmente bello, ma una volta arrivata alle superiori è cambiato l'approccio perché ho avuto un'insegnante che mi ha fatto piacere questa materia. La professoressa ci metteva passione in quello che faceva e in più con il suo modo di ragionare e di spiegare sono riuscita a capire bene i vari argomenti.

In questo esempio il cambiamento è avvenuto alla scuola secondaria di secondo grado, come anche in altre 2 testimonianze. Addirittura, in un caso, il soggetto è arrivato fino all'ultimo anno delle scuole secondarie di secondo grado prima di mutare il proprio rapporto: «Fino al quinto anno del liceo ho avuto un rapporto con la matematica molto negativo. Poi, in quinta liceo, è arrivata una nuova professoressa che mi ha stimolata e il rapporto è totalmente cambiato. Ho sentito che la mia autoefficacia aumentava e finalmente sono riuscita a capire e anche ad apprezzare la matematica».

Da queste testimonianze emerge dunque che i soggetti per tutta la propria carriera scolastica hanno affrontato la matematica con un atteggiamento negativo, di conseguenza, la loro motivazione, partecipazione e prestazione ne avranno probabilmente risentito (Panero et al., 2020). Nello specifico, il rischio è legato al fatto che le emozioni negative forti possono manifestare atteggiamenti di rifiuto nei confronti della materia, i quali possono arrivare a bloccare il processo di pensiero (Buxton, 1981).

Diverso è invece il caso il cui è l'insegnante di scuola primaria ad avere un atteggiamento positivo che viene ritenuto rilevante:

> Mi ricordo quando una volta, alla scuola primaria, facendo un calcolo è uscito un numero con la virgola. Io andavo in quarta e i numeri razionali non li avevamo ancora affrontati, allora il mio maestro ha fatto finta di rapire la virgola e l'ha chiusa nell'armadio della classe facendoci molto ridere. Quando è stato il momento di affrontare il discorso è andato a riprendere la virgola nell'armadio.

In ogni caso, è possibile che, anche se nei primi anni di scuola viene instaurato un rapporto positivo con la disciplina, esso non venga mantenuto:

> La mia esperienza con la matematica è sempre stata tragica. Non mi è mai piaciuta in quanto facevo molta fatica a capire e soprattutto ricordarne i procedimenti. Un episodio particolarmente significativo che in qualche modo ha influito sul mio rapporto con la matematica è stato in prima elementare quando la nostra maestra, per farci imparare i numeri da 1 a 10, ci ha fatto riempire dei sacchettini con dei giochini (che avevamo portato da casa). Ogni sacchettino aveva un tot di giochini in base al numero che rappresentava. Grazie a questo metodo di apprendimento ho appreso tutti i numeri da 1 a 10.

Al di là dell'episodio narrato, è possibile cogliere dalle prime affermazioni che il soggetto presenta una visione strumentale della matematica in quanto afferma di avere difficoltà nel «ricordare i procedimenti», per cui è chiaro che egli associa la disciplina ad un insieme di regole da memorizzare (Zan, 2007).

Si ritiene significativo anche far riferimento a 3 soggetti che hanno messo in evidenza la presenza di due figure che hanno avuto un ruolo importante per lo sviluppo di un rapporto positivo con la disciplina: i compagni e le compagne in due casi e la mamma in uno («[…] mi ha aperto la strada e aiutata a non vedere la matematica come qualcosa di eccessivamente difficoltoso. Proprio per questo tutt'ora mi cimento per riuscire ad amare la matematica, nonostante non sempre mi riesca bene»).

Inoltre, 4 individui fanno cenno alle proprie capacità, al proprio impegno o al proprio interesse per la disciplina: «Sono sempre andata molto bene ma perché ho sempre studiato», ma tra questi emerge anche una testimonianza in cui

l’apprezzamento della disciplina pare essere associato al fatto che ottenga spesso risultati positivi: «La matematica è sempre stata un piacere per me ed una materia nella quale sapevo che avrei preso voti alti». Analogamente, nel caso seguente si fa riferimento alla media dei voti per giustificare il passaggio da un rapporto negativo ad uno più positivo: «In quarta liceo sono passato ad avere la media dell'8 a fine anno, invece che 4, come negli anni precedenti».

In conclusione, anche per quanto riguarda la narrazione di episodi significativi positivi, gli insegnanti ne sono stati protagonisti (Coppola et al., 2013).
Per cui, da un lato, negli esempi di insegnamento che hanno ridotto l’autoefficacia dei bambini e delle bambine vi erano soprattutto docenti con una visione strumentale della disciplina, i quali focalizzavano i propri insegnamenti sulla proposta di algoritmi incomprensibili per i discenti. Dall’altro, tra gli esempi positivi, vi sono casi in cui gli attuali studenti e studentesse universitarie apprezzano l’opportunità che è stata data loro di comprendere nel profondo alcuni concetti matematici e di aver affrontato uno stesso problema matematico da diversi punti di vista e con diverse strategie, indice di una visione relazionale della matematica da parte del docente (Skemp, 1976; Zan, 2007). Inoltre, sempre a proposito di insegnanti, tra le narrazioni di eventi che hanno avuto conseguenze negative nell’atteggiamento vi erano le valutazioni stringenti, la demonizzazione degli errori e le critiche personali; mentre all’opposto, nelle situazioni positive si è messa in evidenza la disponibilità dei docenti a fornire molteplici spiegazioni, la gentilezza, la trasmissione della passione per la materia.
Infine, tra le esperienze negative si è spesso fatto cenno allo svolgimento di esercizi (processi riproduttivi), mentre in quelle positive è emerso anche l’entusiasmo per la risoluzione di problemi (processi produttivi) (Di Martino, 2017).

1.3. Difficoltà di apprendimento della matematica

La terza domanda che è stata posta agli studenti e alle studentesse di Scienze della Formazione Primaria è stata: «*Pensi che la matematica sia una materia difficile da imparare?*», inoltre si è chiesto loro di motivare la propria risposta.

L'obiettivo di questo quesito è quello di far emergere le credenze in merito alle difficoltà nell'apprendimento della matematica dei futuri docenti. Inizialmente, si intendeva classificare le risposte in tre categorie principali, le quali sono state dominanti nell'indagine di Funghi (2015), ovvero argomenti disciplinari, capacità dell'individuo che apprende e fattori esterni, al fine di far emergere eventuali indizi di visioni relazionali o strumentali dell'insegnamento matematico (Skemp, 1976; Zan, 2007). Tuttavia, a seguito della raccolta dei dati, si è osservato che la maggior parte dei soggetti intervistati ha fatto riferimento alle caratteristiche dell'individuo e alla responsabilità del docente, non facendo mai emergere difficoltà associate a singoli argomenti matematici, ma talvolta a caratteristiche della disciplina in generale.

Alla prima parte della richiesta, in 31 persone hanno risposto positivamente, ovvero confermando la difficoltà della disciplina, altre 31 hanno affermato che la matematica non è difficile da apprendere, mentre 16 intervistati hanno evidenziato i fattori che possono rendere la matematica più o meno semplice da apprendere (Figura 6). Di seguito si analizzano le risposte a partire da questa tripartizione.

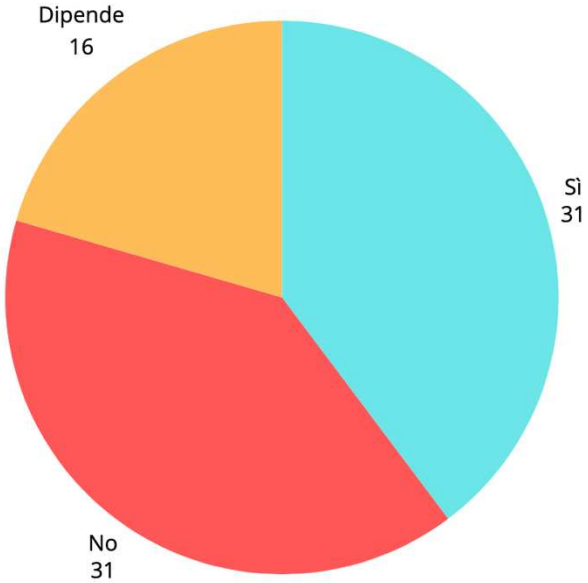


Figura 6. *La matematica è difficile?*

1.3.1. La matematica è una disciplina difficile da imparare

Per 13 soggetti la matematica è difficile a causa di caratteristiche proprie della disciplina. In 3 soggetti mettono in evidenza il fatto che gli argomenti siano dipendenti gli uni dagli altri, motivo per il quale, nel momento in cui non si comprende un concetto, il proprio apprendimento futuro rischia di essere compromesso: «La matematica è una materia difficile da imparare secondo me perché l'apprendimento è continuo, dunque se un pezzo manca oppure non viene capito, si avranno dei problemi successivamente anche su altri argomenti più complessi dato che gli argomenti sono tutti collegati». Appare dunque che la difficoltà della disciplina è legata al fatto che essa è caratterizzata da una didattica elicoidale: «Tale dicitura esprime un movimento che si sviluppa nello spazio in analogia a un'elica: "curva sghemba che può esistere solo nello spazio a tre dimensioni" e distinta da una spirale, la quale "indica una famiglia di curve, per lo più piane, che in vario modo si avvolgono su se stesse"» (Arzarello et al., 2024, pp. 49-50). Di conseguenza, in matematica un contenuto non può essere considerato come "trattato" o "non ancora trattato", perché si va e viene sui

concetti più volte, affrontandoli e guardandoli da diverse prospettive. Grazie a tutti questi passaggi ci si addentra sempre più nella costruzione dei significati attraverso l'uso di tutte le possibili rappresentazioni semiotiche (Arzarello et al., 2024).

Gli altri soggetti che sottolineano la complessità della disciplina in sé mettono in evidenza tre fattori. Il primo è la necessità di comprendere i significati matematici, infatti, più soggetti ribadiscono che non sia sufficiente lo studio mnemonico dei concetti: «Bisogna capire i concetti, non solo impararli a memoria». Un secondo fattore rilevato è la necessità di astrazione: «La matematica insegnata a scuola è una materia complessa perché la ritengo molto astratta. Ovviamente la utilizziamo nel quotidiano, spesso in modo inconsapevole, ma in questo caso la padroneggiamo meglio perché la comprendiamo più facilmente».

Di conseguenza, osservando il riferimento all'utilizzo quotidiano della disciplina, pare che il soggetto rispondente abbia avuto esperienze di apprendimento della matematica molto astratte, al punto da non considerarne la loro utilità nella quotidianità. In effetti, egli afferma di essere consapevole della matematica che utilizza nella vita di tutti i giorni, ma di percepirla come distante da quella appresa a scuola. D'altronde, quando si tratta di uso quotidiano della disciplina, egli "la comprende più facilmente". A tal proposito, è necessario approfondire meglio il significato di astrazione matematica, la quale viene definita da Bramanti (2011) come «una lettura sintetica della realtà concreta, uno sguardo che coglie gli aspetti profondamente comuni presenti in tante realtà concrete […], una forma di comprensione e conoscenza della realtà, che avviene in matematica come in ogni altra disciplina del pensiero, perché in ogni ambito della conoscenza la ragione non fa molti passi senza usare anche delle categorie astratte» (p. 37). Quindi, si ipotizza che l'astrazione pur non essendo una peculiarità della matematica, sia un'operazione che viene associata ad essa a causa di metodologie che non fanno riferimenti alla concreta applicazione della disciplina.

Il terzo riguarda il ragionamento logico: «È una materia complessa in quanto comprende molti ragionamenti logici». A tal proposito, come osservato nelle risposte alla prima domanda, ci sono 4 studenti o studentesse che credono che

la comprensione della matematica sia legata ad una predisposizione biologica al pensiero logico: «Credo che rispetto ad altre sia più difficile da imparare, perché penso che ci sia maggiore predisposizione verso la matematica rispetto alle materie umanistiche, per esempio, dove un maggior studio può portare a migliori risultati, mentre per la matematica, essendo necessaria più logica, è soggettiva la sua difficoltà». Chiaramente la matematica richiede l'attivazione del pensiero logico-matematico, ma sebbene «nel DNA dell'essere umano [ci sia] tutto il corredo che serve a imparare la Matematica, poi saranno mille i fattori che contribuiranno a decidere quale tipo, e come sarà la Matematica appresa» (D'Amore, 2021, p. 7). Per cui, è possibile dedurre che lo sviluppo di questo pensiero è legato per di più alle esperienze, non a capacità innate.

Il fatto che dei futuri insegnanti considerino la disciplina in questione come frutto di un talento innato è allarmante dal momento in cui influenzano inevitabilmente gli stili attributivi dei discenti (Grusec et al., 2000). Un'esemplificazione di quest'affermazione è la seguente: «Mi è sempre stato fatto credere di non essere in grado di capire la disciplina, di non essere "predisposta" o "portata" al punto tale da creare in me un senso di inadeguatezza molto forte che ha reso impossibile per me anche la comprensione anche dei concetti più basici».

La difficoltà nella comprensione dei significati matematici e dell'astrazione dei concetti vengono messi in evidenza anche da altri intervistati (11), i quali fanno riferimento alla responsabilità dei docenti in questi termini. Nello specifico, la seguente spiegazione fa emergere un aspetto importante che riguarda l'atteggiamento di molti insegnanti di fronte alla spiegazione di argomenti matematici:

> La ritengo una materia difficile da imparare perché ci sono tanti fattori da tenere in considerazione, e a volte sembra che gli studenti debbano fidarsi di chi insegna loro la matematica e basta. In realtà, ci sono un sacco di significati dietro a tutto ciò, che molto spesso anche noi adulti ignoriamo. Credo che sia fondamentale avere delle spiegazioni valide e intrise di significati per riuscire ad apprendere efficacemente la matematica.

In effetti, spesso i bambini e le bambine non vengono considerati abbastanza capaci per poter comprendere i significati che si celano dietro a delle regole che si chiede loro di apprendere a memoria. In questo modo però, una volta dimenticata la formula o l'algoritmo, è probabile che essi non siano più in grado di risolvere problemi in cui è presente quel concetto matematico (Zan, 2007). Infatti, anche per un altro individuo «è necessario che chi si occupa dell'istruzione elementare aiuti i bambini a ragionare sulla matematica invece che applicare formule. Se ciò non avviene il resto del percorso diventa un incubo». Al contrario, si osserva che spesso «si tende a insegnare una piccola regolina che nel momento in cui viene imparata viene usata per risolvere i calcoli o i problemi proposti per poi essere dimenticata». In sostanza, emerge la necessità rimarcata dai futuri insegnanti valdostani di adottare un insegnamento relazionale che si focalizzi sulla costruzione di significati e non sull'apprendimento mnemonico di algoritmi (Skemp, 1976).

Molte altre risposte ricevute sottolineano, invece, il fatto che l'insegnamento di questa disciplina rimanga spesso astratto: «Penso sia una materia difficile da imparare perché tendenzialmente tenuta astratta e poco applicabile alla realtà, altrimenti risulterebbe più comprensibile e probabilmente più semplice». Come affermato precedentemente, la matematica richiede necessariamente l'utilizzo di categorie astratte, ma esse servono alla comprensione della realtà (Bramanti, 2011), per cui, forse, si dovrebbero adottare delle metodologie didattiche che cerchino di creare dei legami tra concetti matematici e l'utilizzo di questi ultimi nella vita quotidiana. Ad esempio, un soggetto mette in evidenza la mancanza nelle scuole dell'applicazione di un approccio più laboratoriale.

Infine, è stata proposta da uno studente o una studentessa una riflessione interessante su un fattore che influisce nel rendere la disciplina più o meno difficile: l'autoefficacia. Il soggetto in questione afferma: «L'idea che abbiamo di noi stessi sulle nostre competenze specifiche influenza le nostre azioni in relazione alla matematica. Credo che esista una correlazione tra la percezione delle nostre abilità e l'impegno che impiegheremo nello svolgere le attività». Effettivamente, secondo la teoria dell'autoefficacia di Bandura (1986), le

convinzioni o percezioni che un individuo ha delle proprie abilità in un dominio specifico influiscono sul comportamento dello stesso modificandone l'intensità, la tipologia delle azioni messe in atto, la resilienza e la flessibilità.

In conclusione, la matematica viene ritenuta difficile da apprendere da parte di 31 individui, ma le cause sono solo in parte associate alle caratteristiche della stessa: vengono individuate le implicazioni della struttura elicoidale, la complessità della comprensione dei concetti matematici, la necessità di astrazione e la difficoltà dell'applicazione del pensiero logico-matematico. In ogni caso, emerge nella maggior parte delle risposte che la complessità della matematica sia soggettiva: sono svantaggiati coloro che non hanno un pensiero logico, non hanno buone capacità di astrazione o comunque che "non sono portati per la matematica". D'altronde, tra le credenze largamente diffuse sull'apprendimento della matematica vi è l'idea che il successo in questa disciplina sia dovuto a capacità innate e stabili, non all'impegno che il soggetto ci mette per affrontare i diversi compiti (Cornoldi, 1995).
Infine, viene ritenuto che una variabile che incide particolarmente nel semplificare o meno l'apprendimento della matematica sono gli insegnanti in quanto responsabili dell'organizzazione di contesti di apprendimento che favoriscano la costruzione di significati e la concretizzazione di concetti apparentemente astratti.

1.3.2. La matematica può essere una disciplina difficile da imparare

È possibile osservare che molti di coloro che sostengono che la matematica è complessa, in realtà mettono in evidenza delle variabili che rendono tale questo apprendimento. In effetti, molte delle giustificazioni che sono state fornite da coloro che hanno risposto positivamente, sono molto simili a quelle di coloro che hanno esplicitato che la difficoltà dipende da diversi fattori.
Il primo aspetto che emerge è la presunta esistenza di una predisposizione biologica (Cornoldi, 1995): gli intervistati evidenziano l'importanza di avere un "pensiero matematico" e, appunto, di "essere portati per questa disciplina".

Interessante l'affermazione di un soggetto che dice: «Dal mio punto di vista è una materia come le altre, in cui, però, se non sei proprio portato riuscirai a svolgere ciò che è domandato dal professore ma non riuscirai ad andare oltre». Si sostiene che la presente risposta voglia far emergere il fatto che la matematica insegnata in modo strumentale può essere imparata da tutti, dal momento che qualunque alunno o alunna è in grado di ricordare una formula e applicarla negli esercizi proposti dal docente; invece, non tutti riescono ad "andare oltre", ovvero, probabilmente, ad attribuire un significato ai concetti matematici (Zan, 2007).

Il secondo fattore, individuato da 10 persone, riguarda il ruolo del docente nel rendere un apprendimento più o meno semplice: «Penso che se viene spiegato bene il concetto e il procedimento tutti possano capire prima o poi» oppure «Ho avuto la prova che il giusto insegnante e il giusto metodo, può far superare le sue difficoltà a qualsiasi alunno». Tra di essi, uno studente o una studentessa ha approfondito la propria risposta mettendo in evidenza quali accortezze sia necessario che un insegnante prenda:

> Dipende dall'insegnante che hai: se l'insegnante ha voglia di mettersi in gioco, ti mostra diversi modi per raggiungere la stessa strada o comunque valorizza i ragionamenti altrui, l'apprendimento può non essere difficile. Se, al contrario, si ha un insegnante che esige che gli alunni seguano il suo ragionamento allora direi che l'apprendimento sarà difficile.

Infine, in 2 delle risposte che hanno parlato del ruolo del docente, è emerso anche che l'atteggiamento dell'alunno o dell'alunna, e dell'insegnante stesso, nei confronti della disciplina può influenzare la percezione della sua difficoltà: «Dipende dall'approccio che si ha, sia in quanto studente, sia in quanto docente». Altri 3 intervistati, allo stesso modo, hanno messo in evidenza che con un atteggiamento positivo e la giusta motivazione da parte dello studente, la matematica può non essere una disciplina ostica: «Con la giusta motivazione ogni studente può riuscire a impararla». D'altronde, come precedentemente affermato, sia le emozioni positive generate da una situazione specifica che un'elevata autoefficacia in un ambito preciso influenzano positivamente l'apprendimento (Bandura, 1986; Evans & Zan, 2006).

1.3.3. La matematica NON è una disciplina difficile da imparare

Tra le 31 persone che hanno affermato che, a loro avviso, la matematica non è una disciplina difficile da imparare, 25 soggetti hanno fatto riferimento alla rilevanza del ruolo dell'insegnante: «Penso che non sia difficile da imparare se l'insegnante è competente, propone delle attività portatrici di significato e coinvolgenti, ha un atteggiamento positivo nei confronti della materia e degli alunni». Nello specifico, da questa testimonianza emergono tre aspetti fondamentali che vengono anche messi in evidenza da altri soggetti rispondenti: la necessità di organizzare attività che siano portatrici di significato matematico, l'organizzazione di contesti coinvolgenti e l'importanza di adottare un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina.

Rispetto al primo elemento individuato, un intervistato ha affermato: «Tutto dipende dal modo in cui viene insegnata. Se riduciamo l'insegnamento della matematica ad una mera ripetizione mnemonica di regole, tabelline, formule e quant'altro non permettiamo ai bambini di apprendere veramente. Bisognerebbe insegnare a ragionare». Chiaramente, in questo caso emerge la contrapposizione di due visioni della matematica richiamate più volte in precedenza: la visione strumentale e la visione relazionale (Skemp, 1976; Zan, 2007).

Per quanto riguarda il coinvolgimento, altre due persone ne hanno messo in evidenza l'importanza. A tal proposito, è possibile affermare che quest'ultimo e la partecipazione fanno parte delle condizioni minime per la creazione di un ambiente di apprendimento (Paparella, 2012). In effetti, secondo Paparella (2012), l'apprendimento non può avvenire se il soggetto non è coinvolto attivamente nell'attività: non si tratta esclusivamente di partecipazione in situazioni di scambi collettivi, ma anche di essere coinvolto nello svolgimento di un compito assegnato. Chiaramente, affinché la partecipazione avvenga, è necessario che il compito rientri nella zona di sviluppo prossimale[16] del bambino o della bambina.

---

[16] La zona di sviluppo prossimale (ZSP) è: «la distanza tra lo sviluppo attuale e quello potenziale, colmabile grazie all'aiuto di altri più capaci», per cui lo sviluppo è caratterizzato dal «passaggio da una zona di sviluppo attuale, ovvero la zona delle capacità raggiunte e consolidate, a una zona di

Il terzo punto messo in evidenza dalla testimonianza analizzata è l'importanza dell'adozione di un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina, sia da parte dell'insegnante che dei singoli alunni, come affermato anche da quest'altro intervistato: «È l'atteggiamento con cui la si affronta che influisce e quindi l'atteggiamento che anche l'insegnante pone nei suoi confronti». Effettivamente, come emerso nel corso dell'analisi delle precedenti risposte, da un lato gli alunni e le alunne vengono influenzati dall'atteggiamento del docente (Jackson & Leffingwell, 1999), dall'altro l'atteggiamento positivo o negativo del discente, inteso secondo la definizione tridimensionale di Di Martino e Zan (2011), influenza positivamente o negativamente la motivazione, la capacità di autoregolazione e di conseguenza la *performance* (Panero et al., 2020).

Sempre a proposito di strategie didattiche che vengono ritenute importanti da adottare affinché la matematica non risulti difficile da apprendere, viene messa in evidenza l'importanza dell'affrontare lo stesso argomento adottando delle strategie didattiche differenti e cercando di essere il più aperti possibile all'ammissione di visioni differenti: «È necessario che l'insegnante dia modo agli alunni di trovare i propri metodi e che li valorizzi, al posto di imporre il proprio». In effetti, le Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) sottolineano il fatto che la risoluzione di problemi è una caratteristica fondamentale della matematica e soprattutto che «stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, […], congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive» (p. 49). Di conseguenza, è dovere dell'insegnante accompagnare gli alunni e le alunne nella ricerca di soluzioni alternative a problemi, non imporre metodi di risoluzione di esercizi. Per altro, il rispetto della diversità e della legittimità dei pensieri "altri", da intendersi in questo caso come diverse modalità di interpretazione di una stessa situazione problematica, è un'altra condizione

---

sviluppo prossima, vicina a quella attuale che già contiene i *semi* delle capacità che sbocceranno nella nuova zona» (Ligorio & Cacciamani 2013, p. 66).

minima per la costruzione di un ambiente che favorisca l'apprendimento (Paparella, 2012).
Gli ultimi due aspetti ritenuti fondamentali dagli intervistati per una pratica didattica che rende semplice la matematica sono la concretizzazione delle situazioni matematiche, ad esempio attraverso un approccio più laboratoriale e una didattica più ludica. Un esempio è la seguente suggestione: «Credo che il modo più efficace per apprendere la matematica sia quella di usarla nella vita quotidiana (ad esempio far finta di pagare la spesa, oppure imparare le unità di misura in gastronomia, ecc.)», d'altronde, spesso, come precedentemente affermato, la matematica viene ritenuta difficile poiché associata a processi unicamente astratti (Bramanti, 2011).
Tra gli studenti e le studentesse, in 5 mettono ancora in evidenza un aspetto fondamentale, ovvero l'influenza che hanno sui discenti le credenze dei docenti, in questo caso rispetto alla matematica: «Sicuramente ci sono spesso preconcetti e pregiudizi per cui la matematica è ritenuta essere una disciplina per pochi, ciò porta a credere che sia difficile da imparare» oppure «Penso che gran parte delle difficoltà derivino dall'idea della matematica come una disciplina compresa solo da alcune persone e insormontabile per altre». Effettivamente, Grusec e colleghi (2000) affermano che le credenze e gli stili attributivi degli insegnanti influenzano le convinzioni degli alunni e delle alunne sull'apprendimento matematico.
In ultimo, tra le risposte di coloro che hanno sostenuto che la matematica non fosse difficile da imparare emerge solo una caratteristica della disciplina che inciderebbero sul renderla più complessa per alcuni: la necessità di fare molto esercizio («Non credo che sia una materia difficile, ma credo che sia una materia che richiede molto esercizio»). È probabile che quest'affermazione derivi da un'esperienza di apprendimento strumentale della matematica in cui a partire da regole o algoritmi, si propongono esercizi per l'apprendimento ed il consolidamento dell'applicazione di questi ultimi (Skemp, 1976).

In conclusione, è possibile affermare che le giustificazioni di coloro che hanno risposto che la matematica è difficile da apprendere sono molto simili a quelle di

coloro che hanno ritenuto di dover esplicitare i fattori che incidono sul rendere questa materia più o meno difficile. Tra gli aspetti considerati dalla maggior parte come responsabili delle criticità riscontrate in matematica, si osserva innanzitutto la predisposizione biologica per il pensiero logico-matematico. In secondo luogo, la responsabilità dei docenti che riducono la disciplina a concetti astratti senza favorire l'acquisizione dei significati matematici. In terzo luogo, l'atteggiamento negativo dei professionisti nei confronti della materia.

Invece, tra coloro che hanno affermato che la matematica non è una disciplina difficile da imparare, si osservano dei riferimenti soprattutto alle strategie didattiche, le quali, per rendere più semplice la comprensione della materia, dovrebbero favorire la costruzione di significati, essere coinvolgenti, concrete e ludiche. Al contempo, il docente dovrebbe presentare un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina ed essere aperto a visioni differenti.

Insomma, è rassicurante il fatto che per la maggior parte degli studenti e delle studentesse di Scienze della Formazione Primaria (46), la matematica non è difficile di per sé, ma richiede il supporto di professionisti dell'insegnamento per essere appresa. Quindi, sebbene siano presenti 10 soggetti che attribuiscono ancora il successo in questa materia alla predisposizione biologica, nel complesso è possibile scorgere la consapevolezza di molti intervistati rispetto alle proprie responsabilità di insegnanti. Inoltre, lascia positivamente colpiti anche il fatto che alcuni studenti o studentesse facciano riferimento anche all'importanza dell'atteggiamento e delle credenze.

1.4. Le caratteristiche di un discente che ha successo in matematica

La quarta domanda è stata proposta per indagare le qualità ipotetiche che un bambino o una bambina dovrebbero avere per raggiungere il successo in matematica secondo i futuri docenti valdostani (*«Quali qualità dovrebbe avere un bambino per avere successo in matematica? Motiva la tua risposta.»*).

La ragione per cui si ritiene importante far emergere le credenze degli studenti e delle studentesse di Scienze della Formazione in quest'ambito è legata al fatto

che l'esteriorizzazione diretta o indiretta di queste ultime può influenzare lo sviluppo dell'autoefficacia dei loro futuri alunni o alunne (Lipari & D'Amico, 2008). Per altro, da alcuni studi è emerso anche che lo stile attributivo degli insegnanti incide sulla motivazione che questi ultimi hanno nel fornire il proprio supporto ai discenti: secondo Weiner (1985), quando le difficoltà nella disciplina vengono attribuite dall'insegnante alla mancanza di impegno, gli alunni o le alunne riceveranno meno supporto; invece, se le cause degli insuccessi sono incontrollabili, come nel caso della mancanza di abilità, i docenti tendono a fornire maggiore aiuto.

Di conseguenza, si è ritenuto rilevante classificare i fattori che gli insegnanti hanno considerato importanti utilizzando le categorie rilevate da Weiner (1985) nei suoi studi sull'attribuzione causale. Nello specifico da questa domanda sono emersi fattori di tre nature (Figura 7): interni e controllabili dall'individuo (motivazione, impegno, curiosità e desiderio di mettersi in gioco); interni, incontrollabili e stabili (ad esempio, intelligenza logico-matematica, pensiero astratto); esterni, incontrollabili e instabili (ambiente, insegnanti).

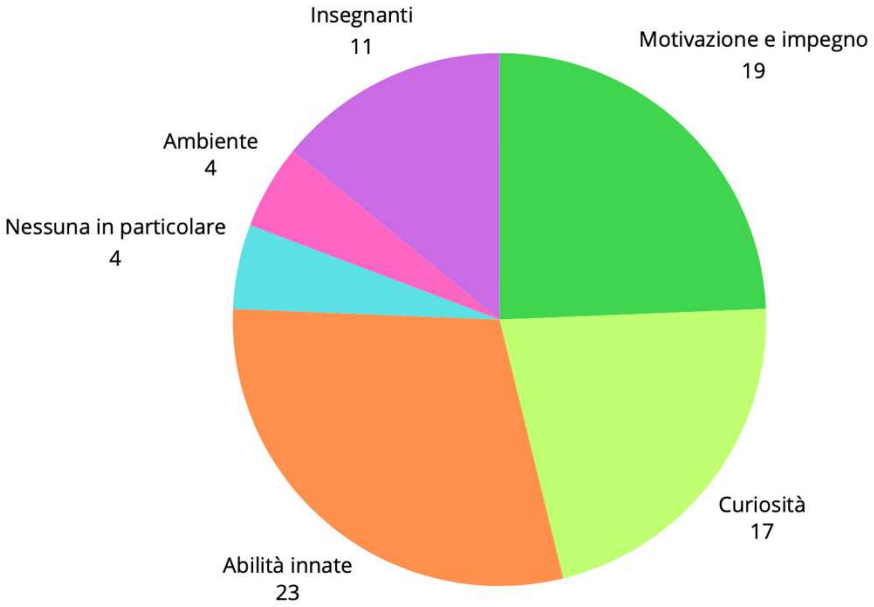


Figura 7. *Fattori che influenzano il successo di un alunno in matematica*

1.4.1. Fattori interni e controllabili

In primo luogo, i fattori che sono stati maggiormente messi in evidenza sono interni e considerati come controllabili dall'individuo. In particolare, 19 studenti e studentesse hanno fatto riferimento a motivazione e impegno e 17 alla curiosità, intesa come desiderio di mettersi in gioco.

Coloro che hanno definito impegno e motivazione come motore del successo in matematica considerano il soggetto come responsabile della loro attivazione; infatti, affermano che l'alunno dovrebbe «essere motivato ad imparare, ad attivare il proprio coinvolgimento perché senza motivazione e auto coinvolgimento difficilmente sperimenterà successi» oppure che egli dovrebbe «avere la voglia di imparare e non arrendersi quando ci sono piccole complicazioni». D'altronde, la motivazione può essere definita come sorgente di energia interna che spinge le persone verso esiti desiderati e lontano da esiti indesiderati (Van Nuland et al., 2010, p. 535, tradotto dall'autrice). Tuttavia, si ritiene importante sottolineare che dalla lettura delle risposte, la motivazione sembra essere una caratteristica del soggetto, un qualcosa che egli possiede oppure no. Di conseguenza, secondo questa prospettiva, la spiegazione dei risultati dell'apprendimento sono la "motivazione" o la "demotivazione". Ecco perché l'insegnante non sarebbe responsabile di questa condizione. Al contrario, la motivazione è «uno stato dinamico, modificabile, che si evolve nel tempo e al variare delle situazioni, sul quale è pertanto possibile agire didatticamente, in sede di programmazione, a partire da una corretta analisi dei bisogni e da un'opportuna preparazione delle situazioni di apprendimento» (Grange, 2013, p. 9). Chiaramente, allora, l'insegnante è il principale responsabile dello sviluppo della motivazione presso i bambini e le bambine, attraverso la predisposizione di attività accessibili che consentano la mobilitazione delle conoscenze da parte di ciascuno, rendendolo protagonista del proprio apprendimento e promuovendo così la sua autonomia (Grange, 2013).

Al contrario, per molti, la fonte principale della motivazione è la curiosità, intesa come carattere costitutivo dell'alunno o dell'alunna: «Non credo che un bambino

debba avere o meno delle qualità per avere successo in matematica. Forse la curiosità che predispone il bambino a volersi impegnare nello svolgimento della materia e a scoprire nuove cose». La curiosità, però, come la motivazione, non è una caratteristica innata del soggetto, perché può essere favorita dal contesto. Secondo Berlyne (1960), in effetti, gli esseri umani tendono a mantenere un livello ottimale di attivazione dell'organismo che dipende dalle caratteristiche di sorpresa, di novità, di complessità e incongruenza che, producendo nell'individuo incertezza e conflitto, attivano uno stato motivazionale di curiosità e una conseguente attività esploratoria rivolta a un superamento dell'incertezza o del conflitto attraverso la ricerca di nuove informazioni. Ecco perché il docente dovrebbe lavorare nell'ottica del principio della sfida cognitiva ottimale[17] proponendo compiti sufficientemente difficili per favorire la sensazione di autoefficacia, la quale sta alla base della generazione della curiosità (Harter, 1974).

Dalle risposte che mettono in evidenza l'importanza della curiosità, emergono almeno altri tre fattori interessanti: l'atteggiamento, l'autoefficacia e l'allontanamento delle false credenze. In effetti, un intervistato afferma che l'alunno o l'alunna dovrebbe avere «un approccio positivo verso la materia e voglia di imparare». A questo proposito, considerando il modello teorico di Di Martino e Zan (2011), è possibile considerare l'autoefficacia e le credenze sulla disciplina come elementi che costituiscono l'atteggiamento complessivo di un soggetto nei confronti della matematica. Quest'ultimo viene considerato, appunto, come costrutto tridimensionale in cui rientrano anche le emozioni associate alla disciplina e in cui i tre aspetti sono tra loro interconnessi. Ad esempio, le credenze sulla matematica possono influenzare la percezione di autoefficacia di un soggetto in apprendimento. D'altronde, l'autoefficacia non è una qualità innata del bambino come viene invece considerata dal presente intervistato: «Secondo me un bambino per avere successo in matematica non deve avere particolari qualità,

[17]Il «principio di sfida ottimale», secondo Susan Harter (1974), implica la scelta di obiettivi scolastici che si collocano tra l'assenza di sfida, che potrebbe generare noia, e il suo eccesso, che potrebbe generare ansia e frustrazione (Lucangeli, 2023).

se non una buona autoefficacia e curiosità», bensì un costrutto generato e alimentato da quattro fonti: esperienze personali dirette, esperienze vicarie, persuasioni verbali e sociali ed esperienze somatiche connesse a stati fisiologici ed emozionali (Bandura, 1986). Di conseguenza, il ruolo dell'insegnante risulta centrale anche in questi termini nella proposta di sfide accessibili che favoriscano esperienze di successo e stati fisiologici positivi, oppure nel conferimento di rinforzi positivi.

Per quanto riguarda le false credenze, è interessante osservare che un intervistato sostiene che esse possono essere superate grazie alla curiosità: «Il bambino curioso non etichetta la matematica come qualcosa di difficile ancora prima di affrontarla e in questa materia, colui che non si arrende mai, alla fine riesce ad ottenere dei risultati».

In un'altra affermazione, invece, pare che sia l'alunno l'alunna a doversi liberare da queste credenze per poter essere pronto ad essere supportato dal docente nel suo percorso di apprendimento: «Essere sé stesso e non lasciarsi guidare dai pregiudizi nei confronti della matematica come "disciplina difficile", perché in questo modo l'insegnante potrà aiutarlo a costruire degli strumenti (concreti o di pensiero) che si adattano alle sue caratteristiche».

1.4.2. Fattori interni, stabili e incontrollabili

Come emerge nelle ricerche di Cornoldi (1995), l'insuccesso in matematica viene considerato spesso come definitivo e irreversibile. Effettivamente, 23 futuri insegnanti fanno riferimento ad abilità innate come chiave del successo in questa disciplina.

La seguente risposta porta alla luce sia fattori interni controllabili dal soggetto sia fattori interni non controllabili e stabili:

> Un bambino per avere successo in matematica, secondo me, dovrebbe avere: buona memoria, dovrebbe essere molto curioso e resiliente, dovrebbe essere molto abile nel ragionamento e prestare attenzione ai dettagli. Tutte queste abilità consentono al bambino di ricordare i vari procedimenti implicati nel ragionamento logico, di saper

lavorare con costanza e impegno, di non distrarsi e quindi di prestare molta attenzione ai dettagli così da evitare di fare errori, di cercare delle soluzioni capendo il "perché" e di sviluppare la perseveranza di fronte agli errori.

Tra i fattori interni, stabili e non controllabili è possibile mettere in evidenza il pensiero logico e la capacità di attenzione. Effettivamente, anche altri 12 intervistati hanno evidenziato la rilevanza del ragionamento logico che viene ritenuto fondamentale nei processi di *problem solving*: «Sicuramente la logica, perché è necessaria per saper risolvere i problemi». Inoltre, in due risposte, la logica viene affiancata anche alla flessibilità cognitiva e alla memoria: «Capacità logiche, buona memoria, flessibilità mentale sufficiente a trovare più di un metodo per arrivare alla stessa soluzione». Altre due risposte, invece, fanno riferimento al pensiero astratto («Essere in grado di non pensare alla matematica come a qualcosa di solo concreto»).

Ulteriori aspetti messi in evidenza come caratteristiche importanti di un soggetto sono la capacità riflessiva e la capacità di argomentazione («Buone capacità nello spiegare il suo modo di ragionare»). È dunque possibile osservare come la matematica, più di altre materie, venga associata al possesso di abilità intellettive, influenzando negativamente gli atteggiamenti motivazionali degli individui (Cornoldi, 1995). In effetti, il fatto che dei futuri insegnanti sostengano l'esistenza di un'intelligenza innata può essere rischioso, dal momento in cui essi trasmetteranno in modo diretto o indiretto queste credenze ai loro alunni, rischiando di produrre disinvestimento in termini di impegno e perseveranza da parte di chi ha sperimentato insuccessi in questa disciplina (Lipari & D'Amico, 2008).

Va inoltre sottolineato che i processi di attenzione, la memoria, la flessibilità cognitiva, il ragionamento logico, le capacità riflessive e la capacità di argomentazione sono tutti aspetti su cui è possibile lavorare, non sono caratteristiche innate del soggetto. Infatti, i processi di attenzione e di memorizzazione dipendono, secondo i cognitivisti, sia da aspetti di maturazione (ad esempio, l'aumento delle capacità di immagazzinamento delle informazioni), sia da fattori esperienziali (è il caso dell'apprendimento da parte del soggetto di

direzionare la propria attenzione selezionando gli stimoli utili tra tanti altri) (Ligorio & Cacciamani, 2013). Così come, la flessibilità cognitiva, ovvero la capacità di spostamento dell'attenzione o della risposta, secondo Huizinga e colleghi (2006), può essere migliorata attraverso compiti specifici.

Il ragionamento logico, le capacità riflessive e la capacità di argomentazione, infine, sono traguardi di sviluppo al termine della classe quinta della scuola primaria (MIUR, 2012), per cui è chiaro che essi possano essere sviluppati attraverso la pratica didattica e non siano caratteristiche intrinseche del soggetto.

1.4.3. Fattori esterni, instabili e incontrollabili

In 16 persone fanno riferimento a fattori esterni instabili e incontrollabili dal soggetto, ovvero l'ambiente di apprendimento e il ruolo dell'insegnante. Dal loro punto di vista, non sono l'alunno o l'alunna a dover possedere determinate caratteristiche per poter per apprendere in modo efficace; al contrario, ciò che risulta determinante è la qualità e la varietà degli stimoli educativi a cui viene esposto.

In primo luogo, viene messa in evidenza la responsabilità dei docenti. Nello specifico, una caratteristica della pratica didattica che viene citata è la flessibilità. Si parla, infatti, della necessità da parte dell'insegnante di avere a disposizione diverse strategie, di comprendere le esigenze dei singoli e di adottare insegnamenti individualizzati quando è necessario: «Secondo me l'alunno non dovrebbe avere nessuna capacità in particolare, ma dev'essere l'insegnante ad avere le competenze per adattarsi ai metodi di apprendimento degli alunni».

Inoltre, secondo un intervistato, il docente dovrebbe essere in grado di cogliere i punti di forza dei singoli al fine di sfruttarli come punto di partenza per l'apprendimento:

> Penso che ogni bambino possa avere successo in matematica, non dovrebbe avere nessun "prerequisito" per essere considerato bravo. Quindi, ritengo che l'insegnante (nonostante sia un compito molto difficile) dovrebbe cercare di cogliere le risorse che ognuno possiede e cercare di "sfruttarle" per avere successo. Anche perché alcune

competenze che si possono sviluppare attraverso la matematica poi possono essere utili durante tutta la propria vita (capacità di problem solving, il pensiero critico ecc.)

In effetti, in qualsiasi contesto di apprendimento è fondamentale assumere l'eterogeneità come dato di fatto. Di conseguenza, è fondamentale compiere delle scelte didattiche che favoriscono l'apprendimento di tutti e di tutte. Si tratta quindi di moltiplicare gli itinerari variando «contenuti, materiali, formati comunicativi, strategie, metodi, procedure, strumenti, *setting* didattici, gradi di strutturazione, gestione del tempo, fattori motivazionali, permettendo a ciascun allievo un percorso più congeniale» (Grange, 2011, p. 76). In questo modo, il docente è un supporto per tutti e tutte e non esclude nessuno dal processo di apprendimento: «È compito dell'insegnante far raggiungere a tutti i suoi allievi lo stesso obiettivo». Chiaramente, se il fine ultimo dell'insegnante è sempre l'apprendimento degli alunni e delle alunne, da un lato egli è tenuto ad assumere la flessibilità come caratteristica alla base della propria metodologia di lavoro, dall'altro un aspetto che lo deve caratterizzare è sicuramente la perseveranza: «Un bambino dovrebbe avere più che altro insegnanti che siano disposti a spiegare e rispiegare laddove non ha capito». D'altronde, alla base dell'insegnamento dovrebbe esserci l'ottimismo pedagogico basato sul concetto di educabilità, tale per cui si presuppone che l'educazione abbia sempre un certo grado di efficacia nel raggiungere i suoi scopi, viste le possibilità rinnovative di ogni soggetto (Freire, 1992). Infine, oltre all'adozione delle tecniche di insegnamento più adeguate, anche la motivazione e il supporto nello sviluppo dell'autoefficacia vengono considerati fondamentali: «Chiunque è in grado di apprendere e avere successo in tutti gli ambiti della matematica elementare. Ciò che conta sono le tecniche di insegnamento di questi concetti e il senso di autoefficacia che ogni bambino sviluppa nel corso della sua esperienza scolastica».

Per quanto riguarda l'ambiente di apprendimento si evidenzia l'importanza di costruire situazioni di apprendimento attivo in cui gli alunni e le alunne possano sperimentare la concretezza dei processi matematici: «È importante che un bambino sia abituato a manipolare oggetti (contarli, classificarli, misurarli), questo potrebbe aiutare a rendere concrete delle regole che sono del tutto astratte,

ragionando su ciò che sta facendo» oppure «È fondamentale poter sperimentare l'utilità della matematica nella vita di tutti i giorni». Le presenti affermazioni riprendono le riflessioni fatte precedentemente rispetto alla dominanza dei processi astratti nell'insegnamento della matematica. A tal proposito, si è detto che l'astrazione è «una forma di comprensione e conoscenza della realtà» (Bramanti, 2011), per cui partire dalla manipolazione di oggetti potrebbe essere un modo per far sviluppare nei bambini e nelle bambine la comprensione della necessità dei processi astratti a partire da esperienze concrete.

Un altro aspetto fondamentale dell'ambiente di apprendimento è il fatto che esso consente ai soggetti di sentirsi liberi di potersi mettere in gioco: «Nessuno nasce "portato per la matematica". Semplicemente dovrebbe poter avere la possibilità di mettersi in gioco, di capire, di sbagliare». In effetti, tra le condizioni minime nella costruzione di un ambiente di apprendimento, Paparella (2012) individua la *sospensione di giudizio*. L'insegnante, infatti, ha il compito di far apprendere, di conseguenza, di fronte all'errore del discente egli deve comprendere le ragioni che vi sono alla base, senza giudicare. In questo modo, è possibile creare delle situazioni in cui gli alunni e le alunne si sentono liberi di sperimentare e anche di sbagliare, poiché l'errore viene considerato parte del processo di apprendimento (Demattè, 1996).

Infine, si ritiene importante il superamento delle false credenze che vengono associate alla matematica: «Tutti possono avere successo in matematica. È necessario essere parte di un ambiente di apprendimento in cui non viene stereotipata la matematica come materia difficile in cui alcuni ce la fanno e gli altri non hanno speranza, perché semplicemente questo non sarebbe un ambiente di apprendimento». D'altronde, come precedentemente affermato, le credenze dei docenti influenzano negativamente gli stili attributivi dei bambini e delle bambine andando a compromettere in partenza la possibilità di sviluppare apprendimento in un determinato ambito (Grusec et al., 2000).

In conclusione, la motivazione e la curiosità sono gli aspetti interni e controllabili dagli individui che vengono rilevati maggiormente. La prima viene ritenuta una caratteristica intrinseca dei soggetti, quando invece è stata dimostrata la responsabilità degli insegnanti nella creazione di ambienti di apprendimento che possano favorirla (Grange, 2013). Lo stesso vale per la curiosità, la quale può essere incentivata dal docente che costruisce situazioni didattiche basate sul principio della sfida cognitiva ottimale (Berlyne, 1960).

Invece, gli aspetti interni, incontrollabili e stabili che vengono rilevati sono i processi di attenzione, la memoria, la flessibilità cognitiva, il ragionamento logico, le capacità riflessive e di argomentazione. Essi vengono considerati dai futuri docenti come caratteristiche innate, quando è stato invece dimostrato che possono essere migliorati (Ligorio & Cacciamani, 2013; Huizinga et al., 2006; MIUR, 2012). I presenti risultati potrebbero rilevare dunque un'importante criticità nel caso in cui i futuri docenti ritenessero, come emerge dai dati, che i discenti siano gli unici ad essere responsabili del proprio processo di apprendimento, anche solo per il fatto di possedere o meno determinate abilità.

Dall'altro lato, risultano maggiormente incoraggianti le risposte di coloro che si soffermano su fattori esterni, incontrollabili e instabili, facendo emergere una maggiore consapevolezza della propria responsabilità di docenti nel successo o nell'insuccesso degli alunni e delle alunne in questa disciplina. Essi hanno fatto riferimento, infatti, alla flessibilità nella pratica didattica, alla perseveranza dell'insegnante, all'adozione di uno stile di insegnamento che renda concreti i processi matematici, alla sospensione del giudizio. Inoltre, è interessante osservare come la motivazione, l'autoefficacia e l'allontanamento delle false credenze vengano considerati da questo gruppo di studenti e studentesse come responsabilità del docente e non del discente, come effettivamente dovrebbe essere secondo Grange (2013) e Grusec e colleghi (2000).

2. Analisi della seconda sezione

La presente sezione si focalizza sull'analisi dell'atteggiamento degli studenti e delle studentesse di Scienze delle Formazione Primaria dell'Università della Valle d'Aosta rispetto all'insegnamento della matematica. Nello specifico, sono state poste loro tre domande per indagare i seguenti aspetti: le difficoltà che hanno riscontrato o gli aspetti che hanno ritenuto semplici in un'eventuale esperienza di insegnamento della disciplina, le convinzioni che essi hanno rispetto a questo insegnamento e le emozioni che provano all'idea di dover intraprendere la docenza.

2.1. Esperienze di insegnamento della matematica

La prima domanda della seconda sezione è stata destinata unicamente a coloro che hanno dichiarato di aver avuto un'esperienza di insegnamento della matematica. Di preciso, è stato chiesto loro di raccontare le difficoltà riscontrate o gli aspetti ritenuti semplici in questa situazione: «*Quali sono state le maggiori difficoltà che hai incontrato? Descrivi un aspetto che, invece, ti è risultato facile nel processo di insegnamento?*».

Dato che la maggior parte degli studenti e delle studentesse di Scienze della Formazione Primaria dichiara di non aver avuto esperienze di insegnamento della disciplina, sono state raccolte 24 risposte positive su 78 intervistati totali (Figura 8).

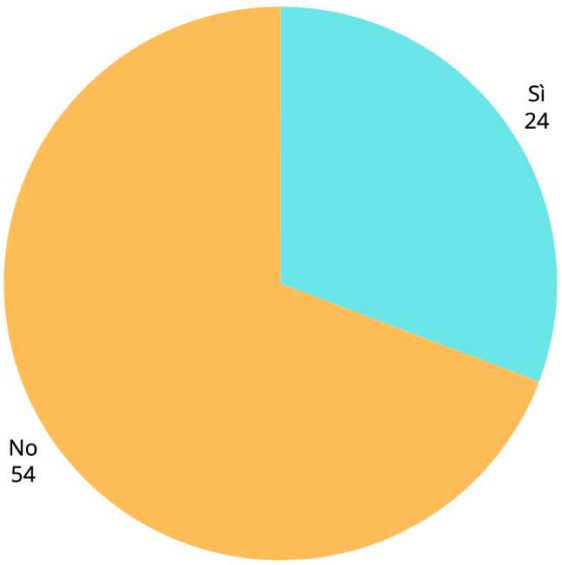


Figura 8. *Esperienze di insegnamento della matematica*

2.1.1. Difficoltà riscontrate in un'esperienza di insegnamento della matematica

Le difficoltà riscontrate dai docenti in formazione verranno classificate secondo tre diverse categorie: difficoltà legate ad una carenza di conoscenze specifiche di base, difficoltà di trasposizione didattica (ad esempio legate alla spiegazione) e difficoltà legate alle convinzioni che i futuri docenti hanno rispetto alle proprie competenze matematiche. D'altronde, è stato dimostrato che non sempre gli studenti e le studentesse di Scienze della Formazione Primaria posseggono tutte le conoscenze di base della disciplina: quest'insicurezza si riflette sulla trasposizione e quindi sulle scelte didattiche che essi compiono (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2013). Inoltre, spesso, l'atteggiamento negativo nei confronti della matematica influenza l'autoefficacia nell'insegnamento (Di Martino & Sabena, 2011).

Per quanto riguarda le difficoltà legate alle conoscenze disciplinari, un'intervistata ha fatto riferimento ad un argomento specifico, ovvero le divisioni in colonna: «Per me è stato difficile spiegare le divisioni in colonna perché dopo tanti anni mi ero dimenticata l'algoritmo». Quest'affermazione conferma la tesi di D'Amore e

Fandiño Pinillia (2013), secondo i quali anche il sapere matematico appreso alla scuola primaria può essere fonte di difficoltà per gli studenti e le studentesse universitarie. In questo caso, è possibile ipotizzare che il significato profondo della divisione non sia stato mai costruito dal soggetto intervistato. In effetti, Skemp (1976) afferma che, quando la matematica viene affrontata con un approccio strumentale, non si presta attenzione alla costruzione di significati, ma all'apprendimento di regole, formule e procedure da applicare all'occorrenza. In questo caso è possibile affermare che l'algoritmo sia considerato come un oggetto isolato una volta appreso a memoria. Di conseguenza, il soggetto, avendo probabilmente perso di vista il processo logico che consente di tradurre la relazione tra quantità in un procedimento meccanico, non è in grado di ricostruirlo una volta dimenticato (Zan, 2007).

Molti intervistati, invece, hanno fatto riferimento soprattutto a difficoltà legate alla trasposizione didattica, ovvero al fatto di dover rendere accessibile la conoscenza ai bambini e alle bambine. Per molti di loro il problema maggiore è legato all'accompagnamento nella costruzione di significati matematici. Nello specifico, uno studente o una studentessa ha fatto riferimento ad un'esperienza in cui si è trovato a dover spiegare le sottrazioni con il riporto:

> Ho avuto una breve esperienza di insegnamento delle sottrazioni con il riporto durante una supplenza di qualche giorno. Le maggiori difficoltà che ho incontrato sono derivate dalla difficoltà dei bambini e delle bambine di uscire dagli schemi e di vedere quel "riporto" non più come un numero da inserire meccanicamente, ma dargli un significato.

Per il soggetto, la difficoltà non è legata alla propria conoscenza dell'argomento, ma al fatto di saper svolgere adeguatamente il proprio ruolo di mediatore per l'apprendimento altrui. Lo stesso è accaduto a un altro intervistato che dichiara quanto per lui sia stato complesso il fatto di dover interpretare la reale comprensione del concetto da parte degli alunni e delle alunne: «La maggiore difficoltà che ho incontrato è quella di riuscire a capire se gli alunni e le alunne avessero realmente capito in modo profondo l'argomento. Ho trovato complicato trovare un modo per "scavare" nelle loro conoscenze».

È interessante osservare da queste risposte il desiderio dei futuri docenti di adottare un insegnamento relazionale della matematica incentrato sulla costruzione di significati (Skemp, 1976), ma, allo stesso tempo, il fatto di essere coscienti delle proprie difficoltà in merito. Queste ultime possono essere associate sia alla mancanza di strategie didattiche adeguate, ma anche alla conoscenza specifica che essi hanno a disposizione, la quale potrebbe non essere significativa (Ausubel, 1968). A tal proposito è rilevante analizzare la seguente testimonianza:

> Alcune conoscenze di base non me le ricordavo e ho dovuto rivederle. Inoltre, ho avuto timore di insegnare quelle "operazioni/passaggi automatici" (senza un motivo apparente e spiegato, perché "in matematica si fa così") sapendo che nel corso di Didattica della Matematica ci è stato insegnato diversamente.

È dunque possibile dedurre che il soggetto sia consapevole dei benefici dell'insegnamento di tipo relazionale, rispetto a quello strumentale, ma, al contempo, lo ritenga più complesso perché, probabilmente, lui stesso non ha avuto l'opportunità di apprendere quei concetti in modo significativo (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2013).

Un'altra situazione interessante viene richiamata dalla presente testimonianza: «Ho insegnato le divisioni in una classe prima durante una supplenza di due giorni e ho notato come utilizzassero un metodo differente rispetto a quello che mi era stato insegnato. Di conseguenza, essendo una delle mie prime esperienze ho fatto un po' fatica a comprendere i loro passaggi e procedimenti». In questo caso, si può ipotizzare che il soggetto sia stato abituato durante la propria carriera scolastica all'utilizzo di un unico metodo che, probabilmente, è stato da lui automatizzato. Al contrario, un apprendimento significativo è caratterizzato anche dalla flessibilità con cui il soggetto riesce ad utilizzare le proprie conoscenze, andando al di là di un unico processo di risoluzione (Ausubel, 1968).

Rispetto alla trasposizione del sapere matematico la maggiore difficoltà che è stata riscontrata riguarda la scelta della metodologia adeguata alla comprensione di tutti i bambini e delle bambine («Trovare un altro modo di spiegare alcuni argomenti che certi bambini non riuscivano a capire» oppure «Trovare modi

diversi affinché tutti potessero capire l'argomento»). Si è dunque di fronte ad una manifestazione di una carenza di conoscenze di tipo didattico derivante dalla consapevolezza che l'accesso alle informazioni per i bambini e le bambine può avvenire attraverso diversi canali e che ognuno può prediligerne uno piuttosto che un altro. Nello specifico, le informazioni possono essere trasmesse, secondo la psicologia cognitiva, attraverso il canale visivo–verbale, visivo–non verbale, uditivo e cinestesico (Mariani, 1999). Di conseguenza, affinché ogni alunno e alunna possa apprendere è importante fare in modo che le strategie didattiche scelte dal professionista coinvolgano alternativamente o contemporaneamente tutti i canali.

In generale, si ritiene complessa proprio la trasposizione didattica ovvero il fatto, secondo Chevallard (1985), di dover adattare la conoscenza accademica a dei bambini e delle bambine della scuola primaria. In questo caso gli intervistati riportano: «È stato difficile riuscire a rendere contenuti apparentemente semplici per un adulto, comprensibili anche a un bambino, usando un linguaggio chiaro, comprensibile, accessibile per l'età». Effettivamente, la trasposizione implica proprio l'adattamento del sapere da insegnare al livello degli allievi e delle allieve di una determinata classe sulla base anche degli obiettivi che si intendono raggiungere (D'Amore & Sbaragli, 2011).

Infine, sono state osservate delle risposte in cui i soggetti hanno manifestato insicurezza rispetto alle proprie abilità di insegnamento, ad esempio, per un'intervistata è stato difficile il fatto di dover «spiegare concetti base pensando di non riuscire ad essere sufficientemente chiara nella spiegazione». Si tratta di una situazione in cui il soggetto presenta una bassa autoefficacia poiché afferma di "pensare di non riuscire", con il rischio di influenzare inconsapevolmente l'applicazione delle proprie conoscenze e competenze professionali (Zuya et al., 2016). Altri 6 futuri docenti hanno fatto emergere una bassa autoefficacia nei processi di insegnamento mettendo in evidenza insicurezze personali: «È stato difficile il fatto di dover rispondere agli alunni velocemente ai calcoli mentali e il ricontrollare più volte di non aver sbagliato nella correzione dei compiti» oppure «Essendo stata una supplenza breve, non ho avuto il tempo di preparare la

lezione e ho dovuto risolvere insieme ai bambini dei problemi senza essere sicura al 100% della soluzione». In queste due situazioni, si osserva che i soggetti non sono certi delle proprie competenze, ipoteticamente a causa della propria esperienza personale con la matematica (Kahle, 2008).
È importante sottolineare che alcune delle testimonianze analizzate in precedenza potrebbero far riferimento ad esperienze avvenute prima dei due corsi di "Didattica della matematica" previsti al secondo e al terzo anno del percorso di studi. In effetti, uno studente o una studentessa afferma: «Ho insegnato senza che avessi frequentato didattica della matematica, per cui non avevo le basi per spiegare degli argomenti».

In conclusione, si osserva che per la maggior parte degli intervistati, le difficoltà riscontate siano frutto di un'interconnessione tra carenza di conoscenze significative e difficoltà legate alla trasposizione didattica. Nello specifico, si fa riferimento alle problematiche legate al favorire la costruzione di significati matematici e all'utilizzo di strategie differenti per insegnare lo stesso concetto.
Per quanto riguarda l'atteggiamento, sono emerse delle testimonianze in cui le insicurezze personali, dovute ipoteticamente ad esperienze negative precedenti, hanno influenzato l'autoefficacia dei futuri docenti nell'ambito dell'insegnamento.

2.1.2. Esiti esperienze di insegnamento della matematica

La maggior parte di coloro che hanno fatto riferimento ad aspetti che hanno ritenuto semplici nel corso di un'esperienza di insegnamento della disciplina, hanno parlato della rilevanza dell'utilizzo di alcuni strumenti.
In primo luogo, si fa riferimento al libro di testo o comunque a materiale teorico reperito, ad esempio, in rete: «Mi è risultato facile far leggere la spiegazione scritta sul libro» oppure «Ho trovato facile reperire materiale *online* e trovare svariati metodi e strategie per far sì che tutti arrivassero alla soluzione di problemi».

Oltre agli strumenti, le metodologie che vengono messe in evidenza implicano principalmente il canale cinestesico, ovvero la proposta di attività concrete basate sull'*imparare facendo* (Robotti & Bionaz, 2016).

Nello specifico, la seguente testimonianza evidenzia come, su suggerimento dell'insegnante di classe, la docente in formazione abbia scelto di utilizzare un'attività di manipolazione per affrontare con i bambini e le bambine il concetto di decine e unità:

> Durante questa esperienza di insegnamento ho sostituito un'insegnante che mi ha supportata durante il lavoro con la sua classe; quindi, non mi sono sentita del tutto spaesata. Dovevo riprendere l'argomento delle decine e delle unità (in seconda verso l'inizio del primo quadrimestre). Mi ero trovata molto bene perché l'insegnante mi aveva suggerito di iniziare facendo manipolare ai bambini delle cannucce (es. rappresentare un numero creando fascetti di cannucce, decine, o lasciando libere delle cannucce, unità). Ricordo che i bambini si erano divertiti molto e dopo aver svolto diversi esercizi utilizzando le cannucce abbiamo formalizzato il tutto sul quaderno, i bambini hanno poi svolto con facilità degli esercizi sulle schede.

Dalla presente narrazione è possibile cogliere almeno due aspetti paradigmatici. Il primo riguarda la modalità con cui è stata proposta la manipolazione delle cannucce: infatti, l'intervistata afferma che sono stati svolti diversi esercizi seguiti da una formalizzazione sul quaderno. A tal riguardo, è possibile affermare che sebbene sia stato scelto di utilizzare un artefatto ad alto potenziale semiotico[18] che consente di costruire sapere matematico (Mariotti & Maffia, 2018), l'obiettivo delle attività, nello specifico degli esercizi, sembra essere l'utilizzo degli artefatti, non la costruzione del sapere matematico in gioco. Inoltre, Mariotti e Maffia (2018) mettono in evidenza che per consentire il processo di mediazione semiotica gli

[18] Il potenziale semiotico di un artefatto può essere inteso come «la doppia relazione che può istaurarsi tra un artefatto, i significati personali che emergono dal suo utilizzo per svolgere un compito (attività strumentale) e i significati matematici evocati dal suo utilizzo e riconoscibili come matematica da un esperto» (Mariotti & Maffia, 2018, p.53). Di conseguenza, le cannucce sono un artefatto con un alto potenziale semiotico perché funzionano da ponte tra prassi e significato matematico rendendo l'esperienza concreta un'occasione per la costruzione condivisa e personale del sapere matematico (PerContare, https://www.percontare.it/).

artefatti dovrebbero essere utilizzati in una prima attività per portare a termine un compito, poi per produrre spontaneamente segni individuali e, infine, è necessario prevedere una discussione collettiva che consenta a tutti la costruzione del significato matematico. In questo caso, invece, l'artefatto è stato utilizzato per svolgere degli esercizi, i quali, per definizione, implicano l'utilizzo di «regole e procedure già apprese, anche se ancora in corso di consolidamento; gli esercizi rientrano dunque nella categoria delle prove a scopo di verifica immediata o di rafforzamento» (D'Amore & Sbaragli, 2011, p. 95). Infine, è stata proposta una formalizzazione, ma non si fa cenno ad alcuna discussione o comunque occasione in cui gli alunni e le alunne possano confrontarsi sulla costruzione del sapere matematico.

Il secondo aspetto paradigmatico riguarda il fatto che si parli di divertimento dei bambini prima che di apprendimento. Si tratta di un rischio che può essere associato alla didattica ludica, la quale viene messa in evidenza in altre due esperienze positive. Effettivamente, il gioco è un «evento autenticamente autotelico (ovvero come fenomeno che ha in sé il proprio fine)». Per cui, esso ha come unico obiettivo il piacere del giocare, del divertirsi giocando. Invece, viene spesso utilizzato per come «dispositivo eteroformativo […] volto a propinare […] contenuti culturali e mezzo attraverso cui l'adulto induce il discente a compiti ed impegni non graditi, all'interno di strategie e velleità anticipatorie e di precoce acquisizione di abilità e competenze»[19] (Bobbio, 2005). Ritornando alla testimonianza, pare che, al contrario rispetto a quanto appena affermato, si voglia preservare l'autotelicità del gioco, ecco perché si considera il divertimento come obiettivo principale al posto dell'apprendimento.

Tra gli aspetti legati alle conoscenze personali del soggetto, emergono argomenti specifici di cui si è ritenuto semplice l'insegnamento: per un soggetto è stato facile affrontare le operazioni durante una supplenza alla primaria, per un altro le equazioni e per un altro ancora la spiegazione di algoritmi durante delle lezioni private a ragazzini della secondaria di primo grado.

---

[19] https://www.regione.vda.it/istruzione/Publications/ecole_valdotaine_archives/68/05.htm

All’opposto, rispetto ad alcune risposte analizzate nel paragrafo precedente, ne emerge una che fa riferimento alla differenziazione: «Un aspetto che mi è risultato più facile è stato quello di differenziare gli esercizi in base alle difficoltà degli alunni e alle conoscenze acquisite». Oppure, in un’altra simile, un soggetto sostiene che il fatto di trovare diverse strategie per spiegare lo stesso concetto sia risultato semplice per lui: «Mi è risultato abbastanza semplice trovare più modi diversi per spiegare lo stesso concetto». È dunque importante sottolineare che solo 2 studenti dichiarano di essere in grado di differenziare l’apprendimento, ovvero di organizzare intenzionalmente «metodi, tempi, strumenti e modalità di valutazione in funzione delle differenze individuali degli studenti, allo scopo di garantire a ciascuno opportunità reali di apprendimento e successo formativo» (Tomlinson, 1995), nonostante si tratti dello strumento per eccellenza di garanzia del diritto allo studio (MIUR, 2011).

In conclusione, tra le risposte che hanno messo in evidenza aspetti positivi riscontrati in un’esperienza di insegnamento, la maggior parte fa riferimento a diversi aspetti della trasposizione didattica, come il fatto che è stata favorita da materiali, come il libro di testo, o metodologie didattiche, come quella ludica.
In ogni caso, complessivamente, la maggior parte di coloro che hanno risposto alla presente domanda hanno fatto riferimento ad esperienze negative legate alla carenza di conoscenze e di metodologie didattiche per favorire l’apprendimento significativo.
Si osserva, infine, che, se da un lato l’atteggiamento negativo viene messo in evidenza nei casi in cui le esperienze di insegnamento siano andate male, dall’altro, nessuno accenna all’atteggiamento positivo o comunque l’autoefficacia per giustificare le proprie occasioni di successo.

2.2. Difficoltà nell’insegnamento della matematica

La seconda domanda della seconda sezione ha come obiettivo quello di indagare le credenze dei futuri docenti valdostani in merito alle difficoltà percepite

nell'apprendimento della matematica («*Pensi che la matematica sia una materia difficile da insegnare alla scuola primaria? Motiva la tua risposta*.»)
Si intende mettere in relazione queste risposte con la terza domanda della prima sezione, dal momento che le credenze sull'apprendimento della matematica influenzano inevitabilmente quelle sull'insegnamento (Di Martino & Sabena, 2011).
Prima di tutto, è importante portare alla luce il fatto che, 43 dei 78 futuri docenti che hanno risposto al questionario ritengono difficile l'insegnamento della matematica. In 10, invece, mettono in evidenza le variabili che rendono, a loro avviso, più o meno difficile la pratica didattica della disciplina e in 28 non ritengono complicato insegnare questa materia (Figura 9).

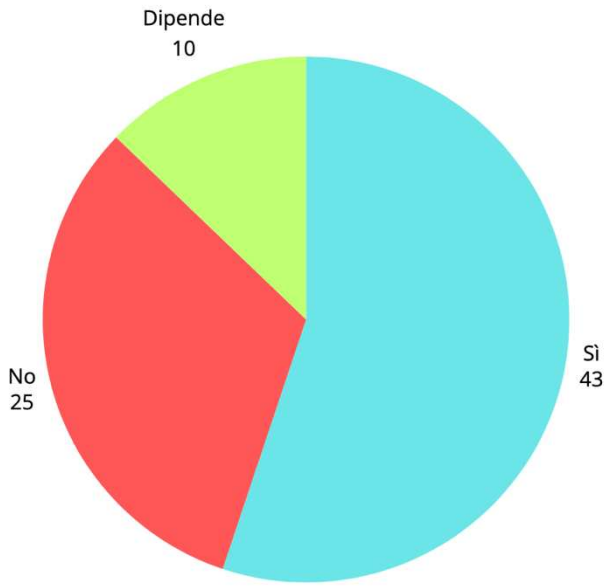


Figura 9. *La matematica è difficile da insegnare*

2.2.1. La matematica è difficile da insegnare

Per la maggior parte degli studenti e delle studentesse di Scienze della Formazione Primaria intervistati la matematica è una disciplina difficile da insegnare. Si tratta di un dato rilevante, nel momento in cui le credenze sono

cornici dei processi decisionali e influenzano lo sviluppo dell'autoefficacia, ovvero la competenza percepita dai soggetti, nell'insegnamento della matematica (Di Martino & Zan, 2011). Ad esempio, una convinzione che è stata intercettata a più riprese, ma esplicitata chiaramente solo da un solo intervistato, e che potrebbe influenzare negativamente l'autoefficacia di quest'ultimo, è la seguente: «È risaputo che la matematica sia una delle materie che crea più difficoltà ai bambini nei primi anni di scuola».

Tra gli intervistati, in 12 hanno messo in evidenza le difficoltà che, a loro avviso, si possono riscontrare facendo riferimento soprattutto al metodo. In primo luogo, emerge la necessità di superare gli approcci che vengono definiti come "tradizionali": «Penso sia una materia difficile da insegnare alla scuola primaria in quanto, per arrivare a tutti e a tutte, è importante non limitarsi ad un lavoro tradizionale, con grande appoggio di manuali, libri, schede, ma discostarsi sempre più da ciò che noi abbiamo vissuto come alunni». Quest'osservazione consente di far riferimento alle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012), le quali suggeriscono la proposta, in matematica e nelle discipline scientifiche, dell'approccio laboratoriale: esso si distacca dalla lezione magistrocentrica in cui il docente è protagonista e pretende che i bambini e le bambine replichino ciò che egli ha insegnato loro attraverso la compilazione di schede o di esercizi sui libri di testo. Infatti, il laboratorio va inteso «come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati» (MIUR, 2012, p.49). A proposito di approccio che vuole rendere i discenti protagonisti attivi, un altro intervistato afferma: «Ritengo che sia una materia davvero difficile da insegnare. Penso che l'insegnante debba davvero mettersi in gioco nel suo insegnamento, molto di più rispetto ad altre materie, che debba trasformare molti compiti proposti in materiale reale e attivo al fine di raggiungere la comprensione da parte dei suoi allievi».

Nello specifico, l'aspetto che viene ritenuto più difficile rispetto alla scelta del metodo dipende dalla responsabilità che alcuni futuri docenti manifestano nel far sviluppare un apprendimento significativo, ovvero un apprendimento che implica

la costruzione di significati attraverso la creazione di legami tra le conoscenze che i soggetti già posseggono e quelle nuove (Ausubel, 1968). Un soggetto sostiene appunto: «Penso che sia difficile da insegnare bene, andando a costruire i giusti significati dietro ogni concetto». Chiaramente la costruzione di significati implica il ragionamento, il chiedersi *perché* di fronte a qualsiasi concetto: aspetto che viene ritenuto difficile da molti («La cosa difficile penso sia proprio insegnare a ragionare»). Nel dettaglio, la seguente testimonianza mette alla luce un esempio che chiarifica la costruzione del significato:

> La matematica è una materia molto difficile da insegnare perché è difficile fare il passaggio tra concetti matematici senza perdere il significato pregnante di ognuno di essi. Ad esempio, il contare non è semplicemente enumerare ma ha intorno una grande quantità di significati che vanno preservati. L'insegnamento alla scuola primaria prevede una semplificazione obbligata che deve essere fatta coscientemente e che deve avere come obiettivo quello di cercare di mantenere intatta la complessità dei concetti che si vanno a insegnare.

Emerge in questa testimonianza anche la consapevolezza della complessità della trasposizione didattica, che implica, effettivamente, la semplificazione dei contenuti nel passaggio da *sapere esperto a sapere da insegnare* e poi a *sapere insegnato,* nel momento in cui il professionista sceglie cosa insegnare e come insegnare (D'Amore & Sbaragli, 2011). Di conseguenza, è lecito il timore manifestato dall'intervistato rispetto al voler «mantenere intatta la complessità dei concetti che si vanno a insegnare» poiché «il *sapere da insegnare* è per così dire frutto di un "filtraggio" della scelta epistemologica da parte dell'insegnante». Di conseguenza, l'insegnante deve agire consapevolmente per evitare di trasmettere le proprie concezioni implicite o addirittura concetti inadeguati o errati (D'Amore & Sbaragli, 2011, p. 41).

Inoltre, 2 intervistati mettono in evidenza il fatto che la costruzione di significati negli alunni è possibile se gli insegnanti stessi hanno una buona conoscenza della disciplina: «Penso che sia difficile da insegnare alla scuola primaria perché bisogna costruire il senso di quello che si fa e del *perché* lo si fa, oltre al mero esercizio di consolidamento. Per questo bisogna avere una grande conoscenza

della disciplina e della didattica». Come affermato nell'analisi della prima risposta della presente sezione, se gli insegnanti non hanno ricevuto a loro volta un insegnamento basato su una visione relazionale della disciplina e quindi non hanno sviluppato un apprendimento significativo, allora avranno difficoltà nel favorire nei bambini e nelle bambine un apprendimento di questo tipo (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2013). Infatti, uno studente o una studentessa afferma:

> Penso che la matematica sia difficile da insegnare se non si hanno delle basi solide e se *in primis* non si capisce il perché di determinati processi. Si deve conoscere ed essere consapevole di quello che si sta insegnando e anche il modo in cui lo si sta facendo perché si potrebbero trasmettere delle misconcezioni che poi si porteranno dietro.

Da queste risposte emerge, quindi, una grande consapevolezza da parte dei futuri insegnanti rispetto alla scelta del metodo e si evince soprattutto la preponderanza di una visione relazionale della disciplina, centrata sull'apprendimento significativo (Skemp, 1976; Ausubel, 1968). Nonostante ciò, i futuri docenti si presentano molto incerti rispetto alle modalità di lavoro più efficaci da adottare in classe per favorire la costruzione di significati.

Un altro aspetto rilevante riguarda la consapevolezza che non tutti i bambini e le bambine apprendono nello stesso modo e che possano coesistere diverse rappresentazioni dello stesso concetto matematico: «Penso sia abbastanza difficile insegnare matematica alla scuola primaria poiché si deve riuscire a stimolare tutti i bambini nel modo adeguato e riuscire a dare valore e soprattutto un senso alle loro interpretazioni» oppure «È difficile scegliere il "giusto" approccio e tenere in considerazione le numerose strade per raggiungere un obiettivo e i numerosi modi di ragionare». In effetti, «lo studente nel tempo costruisce un concetto e se ne fa un'immagine, [la quale] può essere stata validata e rinforzata nel corso del suo curricolo scolastico da prove, esperienze ripetute, figure, esercizi risolti ed accettati dall'insegnante come corretti» (D'Amore & Sbaragli, 2011, p. 53). Inoltre, «molti dei concetti della matematica sono raggiunti grazie a passaggi, nei mesi o negli anni, da un'immagine ad un'altra più comprensiva, più vasta, più potente e si può immaginare questa

successione di costruzioni concettuali come una specie di scalata». Ecco che, «il modello di un concetto sarebbe, tra le immagini, la definitiva, quella che racchiude (o sembra racchiudere) il massimo delle informazioni» (D'Amore & Sbaragli, 2011, p. 56).

Chiaramente, il ruolo dell'adulto in questo processo è fondamentale nell'accompagnare l'alunno o l'alunna nella costruzione di modelli sempre più complessi e nel superamento delle eventuali misconcezioni (D'Amore & Sbaragli, 2011).

Emerge, inoltre, la complessità dei processi di astrazione, i quali sono già stati citati precedentemente mettendo in evidenza il fatto che si tratta di «una forma di comprensione e conoscenza della realtà, che avviene in matematica come in ogni altra disciplina del pensiero, perché in ogni ambito della conoscenza la ragione non fa molti passi senza usare anche delle categorie astratte» (Bramanti, 2011, p. 37). Su questo tema, uno studente o una studentessa afferma:

> È complessa perché devi trasmettere dei concetti astratti per mezzo di strumenti che sono concreti. Trasporli, per non vincolarli a quello specifico esempio portato in classe, è complesso. Inoltre, da un punto di vista culturale si è restii ad apprezzarla; quindi, è possibile che alcuni alunni siano influenzati dai pensieri negativi dei genitori.

Dalla seconda parte della risposta emerge un altro aspetto che, secondo alcuni studenti e studentesse di Scienze della Formazione Primaria, incide sul rendere complesso l'insegnamento della disciplina in questione: l'atteggiamento dei bambini e delle bambine nei confronti della matematica («Probabilmente trovo difficile insegnare matematica per l'atteggiamento che rimane attorno ad essa»). Quest'ultimo, come precedentemente affermato, è influenzato da credenze, emozioni e autoefficacia (Di Martino & Zan, 2011). Nel seguente caso, infatti, si sottolinea come le credenze largamente diffuse nella società influenzino lo sviluppo di una considerazione negativa della disciplina:

> Penso che la matematica sia difficile da insegnare perché sovente i bambini partono prevenuti pensando che sia una materia difficile; quindi, la prima vera sfida è quella di "rompere" questo stereotipo. In più, penso che richieda un'accurata

programmazione che possa permettere agli studenti di fare matematica in modo divertente, ludico e il più concreto possibile.

Per favorire un apprendimento efficace e positivo della matematica, l'intervistato propone un apprendimento concreto. A questo proposito, bisogna porre attenzione alla differenza tra la concretezza dei compiti di realtà e la concretezza della costruzione dei significati che avvenire attraverso compiti autentici. Questi ultimi sono attività che riflettono situazioni reali, significative e complesse, che richiedono agli studenti di mettere in gioco conoscenze e competenze in modo integrato, mentre i primi cercano di simulare contesti reali, ma non è detto che coinvolgano pienamente l'autenticità e la complessità delle situazioni reali (Tessaro, 2014). Quindi, rendere l'apprendimento concreto non significa unicamente svolgere compiti che riproducono delle situazioni di realtà, bensì lavorare su una concreta costruzione dei significati. Questo è possibile, ad esempio, attraverso un approccio laboratoriale (precedentemente analizzato), oppure un approccio ludico, il quale viene a sua volta consigliato dalle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012): «Nella scuola primaria si potrà utilizzare il gioco, che ha un ruolo cruciale nella comunicazione, nell'educazione al rispetto di regole condivise, nell'elaborazione di strategie adatte a contesti diversi» (p. 49).

Secondo Di Martino e Zan (2011), le emozioni sono una delle tre componenti dell'atteggiamento. A tal proposito, un intervistato afferma: «[…] in matematica si gioca su un terreno scivoloso che è quello dell'emotività dei bambini: se essi sperimentassero di non riuscire o di non essere bravi in questa materia, ci potrebbero essere delle conseguenze che segnano il loro percorso/relazione con quest'ultima». Effettivamente, l'autoefficacia è influenzata anche dagli stati emozionali (Bandura, 1986), ad esempio, dall'analisi delle esperienze significative (cfr. 1.2.1. *Episodi significativi negativi*) si osserva come le situazioni in cui hanno gli intervistati hanno sperimentato dei fallimenti, abbiano poi provocato l'innescarsi di emozioni negative di fronte a situazioni simili, specialmente ansia e agitazione. Il manifestarsi di queste emozioni negative provoca conseguentemente l'adozione di una visione pessimistica che influenza la capacità di svolgere le attività assegnate (Usher & Pajares, 2008).

Le emozioni sono anche legate alla motivazione intrinseca, la quale è generata dall'interesse e dal piacere delle esperienze stesse (Deci et al., 2017). Quest'ultima viene ritenuta difficile da attivare dai partecipanti: «Penso che sia più difficile di altre perché non è facile attivare la motivazione verso questa disciplina». In primo luogo, è interessante osservare che il futuro docente colga la propria responsabilità nello sviluppo della motivazione dei discenti, in quanto quest'ultima non è un attributo dei singoli, ma di uno «stato dinamico, modificabile, […] sul quale è pertanto possibile agire didatticamente» (Grange, 2013, p. 9). In secondo luogo, per quanto riguarda il fatto che lo sviluppo della motivazione in matematica è percepito come più complesso rispetto alle altre discipline, è in linea con le credenze diffuse rispetto alla difficoltà di questa disciplina: «Si ha più paura della matematica e delle sue prove che di quelle relative ad altre materie» (Cornoldi, 1995, p. 298).

Un futuro docente mette invece in evidenza la propria difficoltà personale legata all'atteggiamento che lui stesso ha nei confronti della matematica: «Sinceramente la trovo più difficile rispetto ad altre materie, anche per l'atteggiamento che ho sempre avuto con essa». Confermando quanto descritto dalle ricerche di Di Martino e Sabena (2011), le emozioni nei confronti della disciplina e quelle provate per il suo insegnamento dipendono le une dalle altre.

Per 7 intervistati, l'insegnamento della matematica alla scuola primaria non è semplice perché si hanno di fronte bambini e bambine che non hanno mai avuto a che fare con questa disciplina: «Penso sia difficile insegnare tutte le materie alla scuola primaria poiché è la scuola che avvicina il bambino a tutte le discipline oppure è difficile perché ci sono tante cose che i bambini vedono per la prima volta». Interessante la risposta di un altro soggetto che sottolinea il desiderio che i bambini hanno di apprendere, ma al contempo il fatto che essi non abbiano alcuna conoscenza in merito: «Penso sia difficile perché i bambini hanno tanto desiderio di imparare a conoscere questo ambito ma spesso hanno poche preconoscenze, il che significa partire da zero». In realtà, si ritiene importante sottolineare il fatto che, secondo il filosofo Polanyi, «noi sappiamo più di quanto sappiamo dire» (1966, p. 4, traduzione dell'autrice) e dunque la conoscenza di

chiunque si fonda sulla dimensione esplicita, che riguarda il sapere che possiamo comunicare o spiegare (la conoscenza dichiarativa) ma anche sulla dimensione implicita, legata alla rielaborazione dell'esperienza personale e delle capacità intuitive (il *saper fare*). Di conseguenza, le conoscenze implicite dei bambini vanno considerate come punto di partenza per ogni processo di apprendimento, perché sebbene essi non riescano ad esplicitarle, non significa che siano *tabula rasa*. Ad esempio, i bambini e le bambine che entrano in classe prima primaria possono conoscere il concetto di maggiore o minore, senza essere in grado di esplicitarlo, ma riconoscendo tra due gruppi in quale sono presenti più elementi.
Infine, 2 soggetti mettono in evidenza il fatto che la difficoltà della disciplina dipende anche dalla predisposizione biologica dei bambini e delle bambine:

> È difficile perché non tutti i bambini sono inclini a questa materia. Diventa quindi difficile mediare tra chi apprende subito e chi rimane più indietro. diventa anche complicato utilizzare un metodo che tutti possano apprezzare, dove nessuno si deve annoiare o sentire in difficoltà perché non riesce a stare al passo.

Quest'ultima osservazione dimostra che le abilità in ambito matematico vengono spesso associate anche dagli insegnanti all'intelligenza innata di un soggetto. Al contrario, secondo Cornoldi (1995), spesso le difficoltà matematiche si sviluppano a partire dalle convinzioni che vengono trasmesse ai discenti rispetto alle loro capacità matematiche. In sostanza, nel momento in cui gli adulti di riferimento affermano che la causa di un fallimento, in questo caso un compito matematico, sia dovuta ad una mancata predisposizione genetica alla disciplina, il soggetto in questione tenderà ad assumere un atteggiamento di arrendevolezza di fronte alle future difficoltà in situazioni analoghe. Questo atteggiamento può portare a nuovi insuccessi, che a loro volta rafforzano l'idea di una limitazione innata.

In conclusione, gli intervistati che ritengono difficile l'apprendimento della matematica sottolineano principalmente la complessità nello scegliere il metodo più adeguato, preoccupandosi della costruzione dei significati matematici e delle differenze tra i discenti in termini, ad esempio, di rappresentazioni dello stesso concetto. Si evince, dunque, una visione prevalentemente relazionale della

disciplina (Skemp, 1976). In secondo luogo, l'atteggiamento negativo degli alunni (legato a emozioni, credenze e autoefficacia) viene riconosciuto dagli intervistati come una variabile che può rende più difficile lo svolgersi dei percorsi didattici, come dimostrato da Di Martino e Zan (2011). Inoltre, è stato constatato che anche l'atteggiamento dei docenti, influenzato dalle loro credenze, come, ad esempio la convinzione che l'intelligenza matematica sia innata, incide sull'insegnamento della disciplina (Di Martino & Sabena, 2011).

2.2.2. La matematica NON è difficile da insegnare

Secondo 25 studenti e studentesse di Scienze della Formazione Primaria, l'insegnamento della matematica non è complesso.

È fondamentale osservare che le credenze positive, in questo caso la convinzione che la matematica non sia una disciplina difficile da insegnare, influenzano lo sviluppo dell'autoefficacia (Di Martino & Zan, 2011), la quale favorisce l'adozione di metodi più efficaci e l'apertura a nuove idee (Zuya et al., 2016). Effettivamente, la maggior parte degli studenti e delle studentesse (9) che ha ritenuto che la disciplina non fosse difficile da insegnare ha fatto riferimento alla propria formazione o comunque alla conoscenza di strategie didattiche che possono, a loro avviso, supportarli nella pratica, rendendola, appunto, più semplice.

Nello specifico, tre soggetti fanno riferimento alla formazione («Non è difficile se equipaggiati di conoscenze e competenze adeguate»). Per altri 3, è fondamentale riuscire a rendere l'approccio con la matematica il più ludico possibile. In primo luogo, per rendere la disciplina più comprensibile: «Non è difficile perché la matematica può essere traslata sull'ambito del gioco permettendo a tutti di comprenderla meglio». In secondo luogo, per favorire lo sviluppo di un atteggiamento positivo nei suoi confronti e di conseguenza l'autoefficacia dei discenti (Di Martino & Zan, 2011): «Secondo me non è difficile, dobbiamo solo cercare di trasformare argomenti difficili in gioco, ad esempio, in modo che la matematica non sia vista solo come disciplina che impone dei limiti ma anche come disciplina che apre la porta a grandi possibilità».

Inoltre, 4 soggetti fanno riferimento alla creatività del docente nella proposta di metodi diversificati che vadano incontro alle esigenze della classe e ai singoli. D'altronde la sfida alla creatività è da ritenersi come una responsabilità dell'insegnante dal momento in cui, secondo il principio di educabilità, tutti gli esseri umani possono apprendere e quindi sta al docente la ricerca del metodo migliore affinché questo avvenga (Meirieu, 2017). Quando si parla di creatività pedagogica, si fa riferimento soprattutto al momento della programmazione («Forse la cosa più difficile è saper programmare bene»), che è essenziale per qualsiasi azione messa in atto da un professionista riflessivo (Schön, 1983).

Sempre rispetto alle tecniche e ai metodi da utilizzare, si mette in evidenza il fatto che, sebbene la matematica non sia difficile da insegnare, nella realtà scolastica si trovano ancora esempi di insegnamento poco funzionali: «Non è difficile da insegnare, anche se credo che molte tecniche oggi utilizzate per il suo insegnamento siano obsolete».

È interessante osservare che per 3 intervistati, la matematica non è complessa di per sé, ma la sua percezione da parte degli alunni è fortemente influenzata dall'atteggiamento diffuso che si ha nei suoi confronti: «Non credo sia difficile perché l'italiano e l'imparare a leggere e scrivere penso siano ancora più complessi. Ciò che la rende difficile sono i pregiudizi, le idee e le aspettative sbagliate che la rendono automaticamente difficile, dovendo eliminare questi pensieri molto radicati nella nostra società» oppure «A causa di esperienze pregresse, la matematica può risultare disprezzata dalla maggior parte delle persone e proprio per questo credo che i nuovi insegnanti vogliano dare a questa materia una nuova forma che faccia in modo che ciò che è successo in precedenza a loro possa non ricapitare ai loro alunni». Si tratta di considerazioni che emergono anche dagli studi di Di Martino e Zan (2011) e nell'analisi delle risposte di coloro che hanno sostenuto la difficoltà dell'insegnamento matematico. Allo stesso modo Cornoldi (1995) afferma che «la matematica non god[e] di un alto tasso di popolarità […] e la motivazione alla matematica non è necessariamente connessa al successo nella disciplina» infatti «i vissuti emotivi

negativi nei confronti della matematica hanno radici più generali delle sole esperienze».

Infine, per 5 persone l'insegnamento della matematica non è complesso alla scuola primaria perché gli argomenti che vengono trattati sono di semplice comprensione, concreti e non richiedono molto ragionamento. All'opposto, Di Martino e Zan (2020) affermano che l'insegnamento della matematica alla primaria non sia da sottovalutare in quanto a questo livello scolare i bambini e le bambine iniziano ad acquisire le conoscenze e le competenze sulle quali ancorare quelle future, così come a plasmare le proprie convinzioni sulla matematica e su di sé in relazione a essa. Per cui, prima di tutto è chiaro che responsabilità del docente rispetto all'apprendimento degli alunni sia molto elevata, inoltre, vanno fatte due ulteriori considerazioni. La prima riguarda la teoria della trasposizione didattica (Chevallard, 1989) secondo la quale conoscere un argomento non vuol dire saperlo spiegare e, per altro, per poter insegnare, il docente è tenuto ad avere una conoscenza non solo del *sapere da insegnare*, ma anche del *sapere esperto*, soprattutto per evitare di trasmettere agli alunni e alle alunne delle misconcezioni (D'Amore & Sbaragli, 2011). La seconda riguarda il fatto che, se si considerasse un insegnamento trasmissivo si potrebbe effettivamente considerare semplice il sapere da presentare, ma se si sceglie un insegnamento costruttivista (privilegiato oggi dalla didattica della matematica), trovare la strategia affinché tutti gli alunni e le alunne costruiscano la propria conoscenza e le diano un senso è chiaramente più complicato (Zan, 2007).

Un solo intervistato, pur sostenendo che l'insegnamento di questa disciplina non è complesso, affida la responsabilità dell'apprendimento alla motivazione dei singoli alunni. Tuttavia, come si è affermato precedentemente, è compito dell'insegnante quello di agire sulla motivazione attraverso la creazione di situazioni di apprendimento che rispondano alle esigenze dei bambini e delle bambine (Grange, 2013).

2.2.3. La matematica può essere difficile da insegnare

In 10 studenti o studentesse hanno evidenziato delle variabili che rendono l'insegnamento della matematica più o meno difficile.

In primo luogo, emerge un aspetto che è venuto alla luce anche dalle risposte di coloro che hanno ritenuto difficile l'insegnamento di questa disciplina: il metodo. Infatti, in 4 affermano che è fondamentale trovare «[…] il giusto approccio e le giuste metodologie per una determinata classe in un determinato periodo». Inoltre, si evidenzia l'importanza di scegliere gli strumenti adeguati tra quelli che si hanno a disposizione per spiegare i diversi concetti matematici.

Per 2 intervistati, invece, la variabile che rende più o meno difficile l'insegnamento è il grado scolastico. Infatti, essi sostengono che alla scuola primaria non sia complesso come nei livelli scolastici successivi: «Complicata ma non difficile, alla scuola primaria si può giocare molto e concretizzare i saperi in modo da renderli accessibili ai bambini». È chiaro, dunque, che essi non stiano considerando le difficoltà legate alla trasposizione didattica (Chevallard, 1985) e la necessità di adottare un insegnamento basato sulla costruzione della conoscenza (Zan, 2007).

Viene sottolineata anche una terza variabile: la necessità di differenziare l'insegnamento, la quale dipende dal fatto che il gruppo sia più o meno eterogeneo. Visto che ogni bambino o bambina sviluppa la costruzione dei concetti matematici in modo differente (D'Amore & Sbaragli, 2011), per l'insegnante potrebbe essere complesso il fatto di essere una buona guida per tutti: «Nel contesto classe penso che sia difficile perché ogni bambino potrebbe avere bisogno di spiegazioni o metodi differenti per arrivare a comprendere il ragionamento, ma l'insegnante è uno e penso che potrebbe essere difficile riuscire a stare dietro a tutti».

Per concludere, tra coloro che sostengono che la matematica non sia difficile da insegnare e coloro che esplicitano delle variabili non è possibile osservare se abbiano una visione relazionale o strumentale della disciplina (Skemp, 1976), poiché nessuno fa cenno alla costruzione di significati. Infatti, si esplicita

l'importanza del metodo scelto, ma l'unica strategia a cui si accenna concretamente è la ludodidattica, ritenuta importante per favorire la comprensione e la partecipazione di tutti e di tutte.
In entrambi i gruppi emerge poi una profonda attenzione all'eterogeneità delle classi, la quale, sulla base del principio di educabilità (Meirieu, 2017), richiede al docente di essere il più creativo possibile.
Si considera anche importante il superamento dei pregiudizi e della diffusa visione negativa della matematica che possono ostacolare l'apprendimento dei singoli; infatti, si ritiene altresì importante il lavoro sulla motivazione.

2.2.4. Confronto tra le difficoltà percepite in matematica e nel suo insegnamento

Facendo riferimento allo studio di Di Martino e Sabena (2011), si è scelto di confrontare le risposte al terzo quesito della prima sezione sulla difficoltà della matematica (cfr. *1.3. Difficoltà di apprendimento della matematica*), con le risposte alla presente domanda, in modo da osservare la rilevanza delle esperienze di apprendimento sull'insegnamento.
In generale, emerge che l'insegnamento sia ritenuto più difficile rispetto all'apprendimento, in effetti, 32 studenti hanno risposto che l'apprendimento della disciplina è complesso, mentre 43 hanno messo in evidenza delle difficoltà nell'insegnamento (Figura 10).

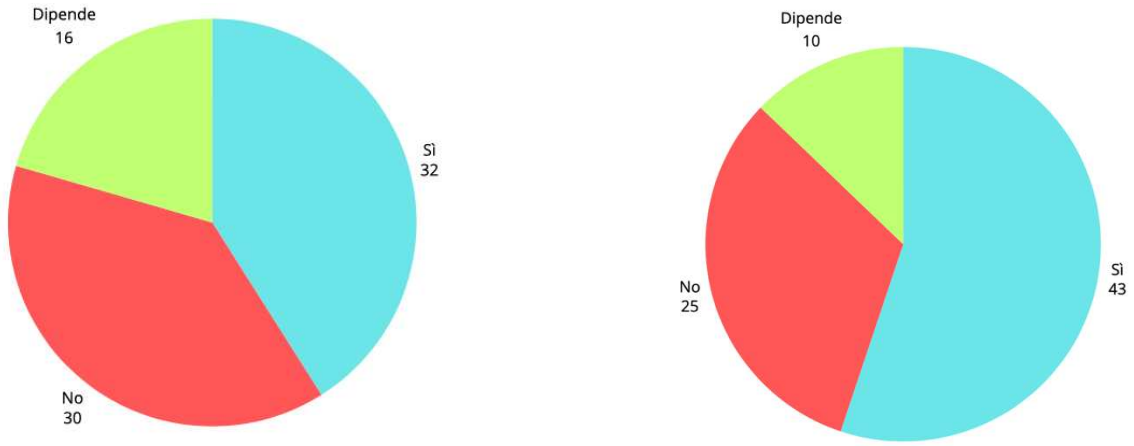


Figura 10. *Confronto tra difficoltà nell'apprendimento e nell'insegnamento della matematica*

Dal confronto delle singole risposte, a conferma dell'affermazione di Di Martino e Sabena (2011), si osserva che per 19 persone la matematica è difficile sia da apprendere che da insegnare. Dall'altro lato, per 10 partecipanti la matematica non è né difficile da apprendere né da insegnare e per uno soltanto ci sono delle variabili che rendono più o meno facile sia l'apprendimento che l'insegnamento. Di conseguenza, i restanti 48 rispondenti hanno dato risposte non concordi ai due quesiti.

Nel dettaglio, 15 soggetti tra quelli che avevano affermato che la matematica non fosse difficile, hanno invece definito l'insegnamento come complesso. Principalmente, essi hanno fatto riferimento alla difficoltà di favorire la costruzione di significati e di rendere più concreti i processi di astrazione. Inoltre, essi si sono soffermati sulla difficoltà nel migliorare l'atteggiamento negativo che è diffuso nei confronti della disciplina e di motivare gli alunni scegliendo il giusto approccio e considerando le differenze individuali.

Al contrario, 8 intervistati che avevano affermato che l'apprendimento era per loro difficile, hanno poi sostenuto che l'insegnamento non lo fosse. Le ragioni di quest'affermazione sono legate al fatto che, secondo loro, l'insegnamento di questa disciplina alla primaria non richiede la spiegazione di concetti complessi (affermazione smentita precedentemente) e al fatto che si ha la possibilità di utilizzare del materiale di supporto.

Invece, 4 persone tra coloro che avevano definito difficile l'apprendimento, hanno poi sostenuto che l'insegnamento fosse più semplice o più complesso in base agli strumenti di cui il docente sceglie di dotarsi, dei metodi (come, ad esempio, la didattica ludica) e dal grado di scuola ("alla primaria è più semplice", secondo un intervistato). Allo stesso modo, coloro che non hanno ritenuto complesso l'apprendimento, hanno affermato che la difficoltà dell'insegnamento dipende dalla scelta dell'approccio più adeguato, dalle capacità dell'insegnante, dalla sua creatività nel riuscire ad andare incontro alle esigenze di tutti e di tutte, ma anche dai bambini e dalle bambine stesse.

Infine, i 9 che avevano affermato che l'apprendimento poteva essere difficile in determinate condizioni, hanno sostenuto che l'insegnamento della matematica è

difficile perché è complesso supportare la motivazione, l'accompagnamento nello sviluppo di un atteggiamento positivo e perché è necessario che il docente abbia numerose conoscenze matematiche.

Ecco che, nelle risposte di 29 intervistati si osserva una forte corrispondenza tra difficoltà di apprendimento e di insegnamento. Per quanto riguarda gli altri, è possibile rilevare una coerenza tra le due risposte. Infatti, coloro che ritengono semplice la disciplina in sé, fanno riferimento principalmente alle difficoltà legate alla trasposizione didattica delle proprie conoscenze, allo sviluppo di un apprendimento significativo e al superamento dell'atteggiamento negativo con cui molti discenti si approcciano alla matematica. Invece, coloro che considerano difficile la matematica, sostengono che gli argomenti trattati alla primaria non siano ancora complessi o che ci siano numerosi strumenti a supporto del professionista.

2.3. Emozioni nei confronti dell'insegnamento della matematica

La presente domanda indaga la reazione emotiva che suscita nei futuri insegnanti l'insegnamento della matematica: «*Quale emozione provi all'idea di insegnare matematica? Perché hai scelto questa emozione?*».

Le emozioni sono state classificate, come nella prima domanda della prima sezione, attraverso le tre categorie individuate da Di Martino e Sabena (2011). In generale, dalle risposte a questo quesito sono emerse 38 emozioni positive, 37 negative e 3 ambivalenti (Figura 11).

Inoltre, è stata analizzata la giustificazione delle risposte, dalla quale è possibile osservare la presenza o l'assenza di autoefficacia nell'insegnamento, ovvero «la convinzione personale nella capacità di pianificare ed eseguire con successo obiettivi didattici in matematica» (Zuya et al., 2016, p. 93, tradotto dall'autrice). Infine, le risposte sono state rapportate con quelle ottenute nella prima domanda della prima sezione, la quale è focalizzata sull'indagine di un'emozione suscitata dalla matematica negli intervistati (cfr. *1.1. Emozioni nei confronti della matematica*). La ragione di questo confronto deriva dallo studio di Di Martino e

Sabena (2011), che, come affermato precedentemente, evidenzia il rapporto tra emozioni verso la matematica ed emozioni provate nei confronti del suo insegnamento.

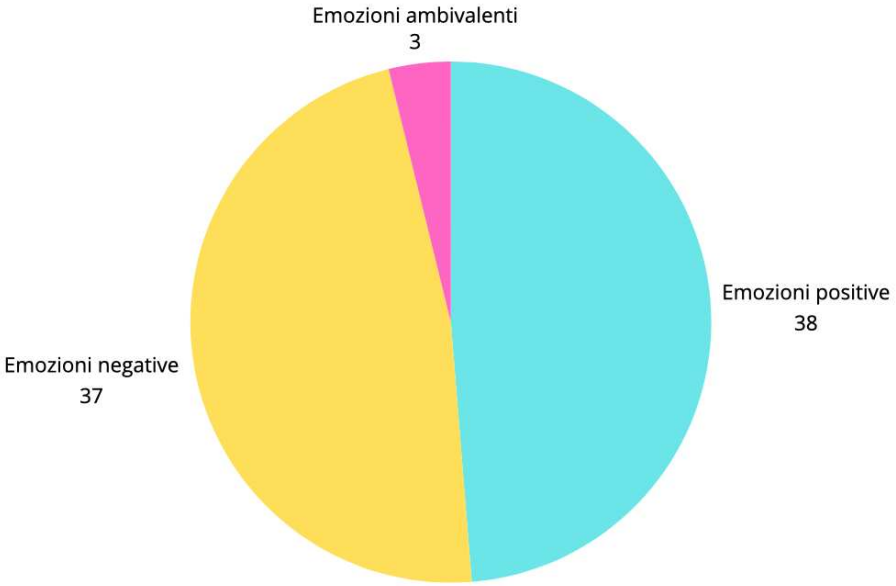


Figura 11. *Emozioni generate dall'insegnamento della matematica*

2.3.1. Emozioni negative

Sono state espresse emozioni negative rispetto all'insegnamento della matematica da 37 studenti o studentesse di Scienze della Formazione Primaria. La Figura 12 presenta una rappresentazione quantitativa delle emozioni negative espresse. Per rendere l'analisi più efficace, le emozioni ritenute sinonimiche, come ad esempio ansia e preoccupazione, sono state raggruppate all'interno di un'unica categoria.

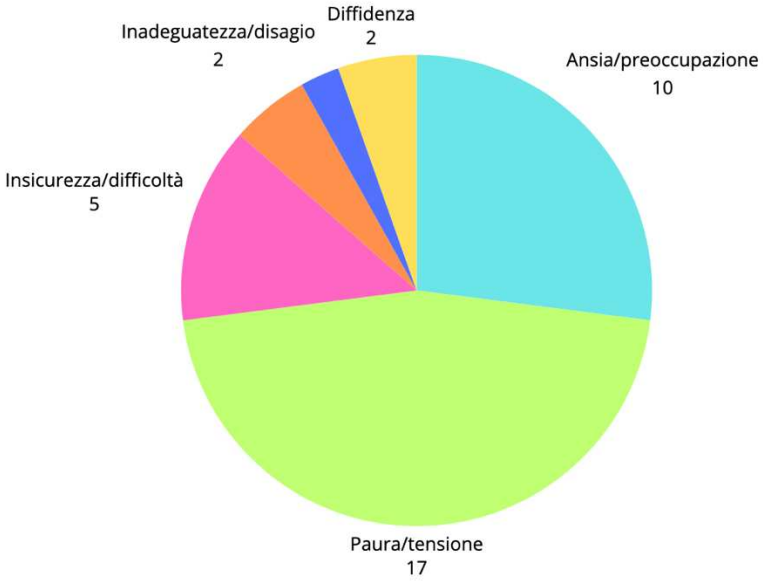


Figura 12. *Emozioni negative generate dall'insegnamento della matematica*

Come è possibile osservare dalla rappresentazione grafica (Figura 12), la *paura* e la *tensione* sono le emozioni negative che sono state citate maggiormente (17 persone), seguite dall'*ansia* e dalla *preoccupazione* (10 persone).

Gran parte delle giustificazioni rispetto alla scelta di queste emozioni fanno riferimento alla mancanza di autoefficacia in matematica sviluppata generalmente a seguito di esperienze scolastiche negative. In effetti, Brady e Bowd (2005) sostengono che, per gli insegnanti, le emozioni evocate dalla matematica sono in gran parte un prodotto dell'esperienza vissuta con questa materia nella loro carriera di studenti e studentesse. Un esempio è la seguente risposta: «Faccio fatica a capire la matematica e ciò mi porta alla paura di non farla capire agli altri nel momento in cui sono io ad insegnarla». In questo caso emerge chiaramente la scarsa autoefficacia in matematica del soggetto, dalla quale dipende anche l'autoefficacia nell'insegnamento della materia. La presente relazione viene esplicitata anche nella seguente risposta: «Ho paura perché temo di non essere in grado di conoscerla/capirla sufficientemente bene e quindi di non poterla insegnare nel migliore dei modi ai miei alunni».

Inoltre, un individuo ha fatto riferimento a difficoltà che egli sostiene di avere in due argomenti specifici, i quali sono centrali nell'insegnamento della matematica alla scuola primaria: «Ho paura di non essere all'altezza di questo insegnamento a causa delle mie difficoltà nella risoluzione dei problemi e nel calcolo mentale». In effetti, nei *Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria* delle Indicazioni Nazionali per la disciplina di matematica si legge: «L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale» e «Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati» (MIUR, 2012, p. 49).

La bassa autoefficacia nell'insegnamento della disciplina si scorge anche in altre risposte, le quali fanno emergere, da un lato, il sentimento di ansia per la docenza, dall'altro la responsabilità dei futuri professionisti nei confronti dei discenti: «Credo di non avere delle buone competenze pratiche per insegnare questa disciplina e di conseguenza non credo sia proficuo, né per me come futura insegnante né per i bambini, una trasmissione insicura delle conoscenze».

Il timore di alcuni futuri insegnanti non si limita all'aspetto dell'apprendimento, ma riguarda anche la contribuzione allo sviluppo di un atteggiamento più o meno negativo nei confronti della disciplina: «Ho paura di non essere all'altezza e di creare a mia volta rapporti disfunzionali con la materia nei bambini». Effettivamente, all'opposto, secondo Kahle (2008), gli insegnanti con una buona autoefficacia nell'insegnamento hanno un ruolo fondamentale nella formazione di un clima di apprendimento positivo in classe, per la promozione del successo, la riduzione dell'ansia e dello sviluppo di convinzioni negative sulla materia.

Inoltre, per tre soggetti, l'ansia non è generata dalle mancate competenze acquisite in età scolastica, ma dal rapporto che negli anni essi hanno costruito con la stessa:

> Ho scelto l'ansia perché è ciò che provo all'idea di dover insegnare una materia che in primis non mi appassiona e so perfettamente che, come prima cosa, è l'insegnante che deve essere appassionato della disciplina che sta insegnando per auspicare alla trasmissione di questa passione direttamente agli studenti. Perché ovviamente se il

> primo a non essere interessato è l'insegnante, sarà difficile avere successo nel processo di insegnamento.

Di conseguenza, si coglie che per gli intervistati, non è solo l'incompetenza del docente a poter causare un atteggiamento negativo nei confronti della disciplina, ma anche l'atteggiamento di quest'ultimo: «Avendo un rapporto conflittuale io in primis con la materia, mi spaventa l'idea di doverla insegnare a qualcuno e magari infondere i miei dubbi o insicurezze» oppure «Mi sento un po' intimorita, in quanto non mi sento tanto sicura e ho paura di non essere in grado di riuscire ad avere quell'atteggiamento positivo che permetta agli alunni di sviluppare a loro volta un'attitudine positiva nei confronti della matematica». In effetti, uno studio di Antograzza e Sbaragli (2020) ha messo in evidenza che l'atteggiamento del docente influenza il modo in cui egli propone contenuti e problemi ai propri allievi e alle proprie allieve, può stimolare la partecipazione, promuovere l'autonomia, la collaborazione, la perseveranza o la velocità nell'esecuzione. Tra l'altro, secondo Zan (2007), «la visione della matematica che uno studente costruisce nel corso della propria esperienza scolastica riflette, più che le caratteristiche della disciplina, lo stile dell'insegnamento ricevuto» (p. 220).

In alcune altre risposte a questa domanda emerge la convinzione che esista una predisposizione biologica alla matematica, la quale incide, in questo caso, nella generazione di un sentimento di paura per l'insegnamento: «Non essendo molto dotata nella disciplina ho paura di commettere molti errori». A seguito di un'affermazione di questo tipo è possibile ipotizzare che il soggetto attribuisca i propri fallimenti ad una causa interna, stabile e non controllabile (Weiner, 1985). Dunque, è probabile che egli creda che l'impegno non possa incidere sul proprio processo di apprendimento della disciplina, il quale dipenderebbe, invece, da una dote innata. Di conseguenza, risulta evidente la compromissione del ruolo di docente dell'intervistato, dal momento che egli dovrebbe insegnare una materia in cui è convinto di non riuscire. In questo caso è chiaro che, in accordo con la teoria di Di Martino e Zan (2011), le credenze dell'individuo sulle proprie capacità (autoefficacia generata principalmente da esperienze personali dirette) sono influenzate dalle sue credenze (l'origine biologica delle capacità matematiche) e,

al contempo incidono sullo sviluppo di emozioni negative (in questo caso, la paura).

Un ultimo aspetto che emerge dalle risposte di coloro che hanno parlato di *ansia, preoccupazione, paura* e *tensione* riguarda la considerazione della matematica come una disciplina in cui è difficile la costruzione di significati, ovvero la costruzione di legami tra le conoscenze che i soggetti già posseggono e quelle nuove (Ausubel, 1968). Uno studente o una studentessa, infatti, scrive: «Ho paura di non essere in grado di spiegare in modo adeguato alcuni argomenti e di far comprendere a fondo alcuni concetti agli alunni». Da quest'affermazione si evince una visione relazionale della disciplina (Skemp, 1976), d'altronde, secondo Zan e Di Martino (2007) una disposizione emozionale negativa non dipende necessariamente da una visione strumentale.

In seguito, 6 persone hanno espresso emozioni di *insicurezza* e *difficoltà* parlando di insegnamento della matematica e hanno fatto per di più riferimento alle proprie competenze: «Un po' mi sento insicura perché non credo di conoscere sufficientemente i contenuti, ma mi ispira l'idea di mettermi in gioco e sperimentarmi» o «Non credo di avere tutti gli strumenti necessari per insegnare appieno questa materia».

Simili sono le risposte di due persone che hanno parlato di *inadeguatezza* e *disagio*: «Ad oggi, non sono sicuro di avere gli strumenti adatti per insegnare matematica o comunque di insegnarla in modo migliore di come sia stata impartita a me». Emerge dunque l'esigenza di una migliore formazione sia in termini di conoscenze disciplinari che professionali, in effetti, «i saperi disciplinari da soli non bastano per insegnare, se non inseriti nel quadro più ampio dei saperi professionali» (D'Auria & Cavinato, 2020, p. 63).

Infine, due intervistati hanno parlato di *diffidenza* mettendo in evidenza la propria insicurezza rispetto a quest'insegnamento: «Con le capacità attuali temo di non poter trasmettere nel modo giusto i concetti base ai bambini, oppure di insegnare cose errate, o non riuscire far comprendere bene le applicazioni pratiche» e «Per le mie capacità e per i miei traumi scolastici dubito che sarei in grado di spiegare la disciplina agli altri». Si tratta di affermazioni rilevanti visto che sono state dette

da persone che sono chiamate a livello professionale ad insegnare anche la matematica conseguendo il titolo di una laurea abilitante. Tuttavia, si tratta di timori fondati se si prende in esame il fenomeno delle misconcezioni evitabili, le quali «derivano direttamente dalla trasposizione didattica del sapere e […] dipendono dalla prassi scolastica "minata" da improprie consuetudini proposte dagli insegnanti ai propri allievi» (D'Amore & Sbaragli, 2011, p. 67).
Un ultimo intervistato ha affermato di provare *noia* all'idea di insegnare matematica giustificandola dicendo: «La matematica non mi piace». È possibile ipotizzare che l'autoefficacia del presente soggetto sia molto bassa, poiché, secondo Bandura (1986), gli stati emozionali ne influenzano lo sviluppo. Di conseguenza, essa impatterà negativamente anche sull'insegnamento e soprattutto nella scelta dei metodi (Zuya et al., 2016).

In conclusione, l'espressione delle emozioni negative dei futuri insegnanti rispetto all'insegnamento della matematica è stata collegata dalla maggior parte degli intervistati alle difficoltà che si temono di avere nell'ambito didattico. Nello specifico, si osserva una bassa autoefficacia dovuta soprattutto alla convinzione degli insegnanti in formazione di non avere buone capacità nella disciplina, talvolta dovute alla credenza di non essere biologicamente predisposti, e anche di adottare un atteggiamento negativo nell'approcciarsi con essa.
Inoltre, si evince la preoccupazione da parte dei partecipanti di non garantire l'apprendimento degli alunni e delle alunne, anche in termini di costruzione di significati, così come di contribuire allo sviluppo di un atteggiamento negativo nei confronti della materia.

2.3.2. Emozioni positive

In 38 intervistati hanno scelto delle emozioni positive per descrivere il proprio stato d'animo rispetto all'insegnamento della matematica (Figura 12). Come nell'analisi delle emozioni negative, si è scelto di raggruppare alcune emozioni ritenute sinonimiche in un'unica categoria.

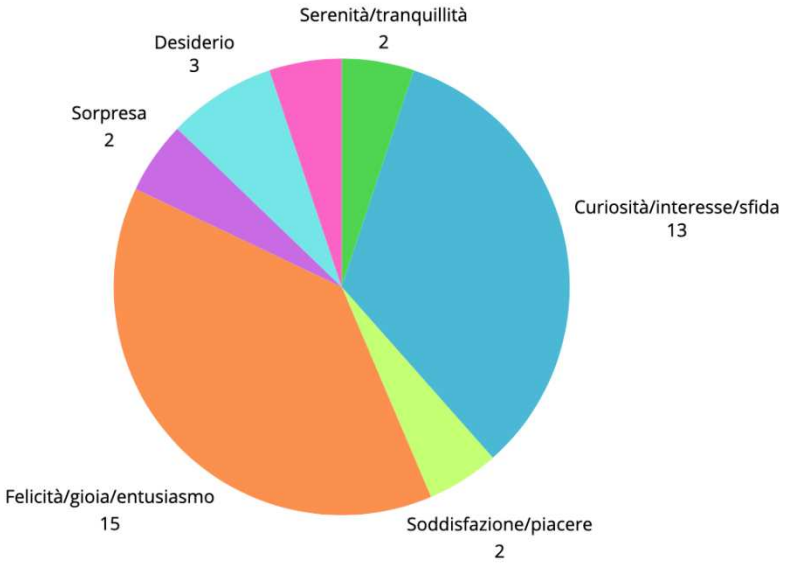


Figura 13. *Emozioni positive generate dall'insegnamento della matematica*

In particolare, 15 persone provano *felicità, entusiasmo* e *gioia*, emozioni che sono state giustificate dalla convinzione che l'insegnamento di questa disciplina possa essere soddisfacente: «Trovo che insegnare questa materia possa essere gratificante per i bambini che la imparano e per gli insegnanti che vedono i bambini avere successo di fronte ai problemi».

Anche altri insegnanti in formazione fanno riferimento alle soddisfazioni professionali che può generare l'insegnamento di questa disciplina:

> Credo che l'insegnare questa disciplina possa essere molto stimolante per la professione dell'insegnante, poiché (a parer mio), obbliga a cercare strategie sempre diverse in modo che tutti i bambini possano apprendere. E ciò che mi piace molto è il fatto che mi permette di fare una ricerca continua delle infinite possibilità di insegnamento; infatti, ogni classe e ogni bambino è a sé ed è quindi necessario cercare sempre nuovi stimoli.

Di fronte alla scelta delle emozioni in questione, alcuni soggetti hanno espresso la consapevolezza dell'importanza dell'adozione di un atteggiamento positivo per favorire all'apprendimento dei discenti: «La matematica è una bella materia

secondo me e se insegnata con entusiasmo è più probabile che venga accolta con più facilità da chi ascolta». In effetti, secondo Kahle (2008), la formazione di un clima di apprendimento positivo in classe promuove il successo, riduce ansia e convinzioni negative sulla materia e aumenta anche lo sviluppo dell'autoefficacia personale dei discenti.

A proposito di atteggiamento nei confronti della matematica, alcuni futuri insegnanti provano *gioia* o *entusiasmo* nel pensare di poterne favorire lo sviluppo positivo negli studenti: «Voglio trasmettere ai bambini e alle bambine l'entusiasmo e la soddisfazione per la matematica». Oltre alle considerazioni sullo sviluppo di emozioni positive nei confronti della disciplina, sono presenti anche delle risposte che fanno riferimento al superamento delle false credenze: «Mi piacerebbe insegnare matematica e far capire ai bambini che alla fine non è così difficile come si crede». In effetti, come affermato precedentemente, la matematica viene considerata da molti come una materia complessa e destinata alla comprensione di pochi, infatti, Cornoldi (1995) sostiene la diffusione della convinzione che l'ottenimento di buoni risultati in questa disciplina dipenda dalle capacità innate e stabili, non dall'impegno. Secondo la definizione tridimensionale dell'atteggiamento nei confronti della matematica, l'atteggiamento del singolo, può dunque essere influenzato negativamente da una convinzione di questo tipo, come anche da emozioni negative e mancanza di autoefficacia (Di Martino & Zan, 2011). Dunque, è chiaro che il docente ha un ruolo fondamentale nel favorire lo sviluppo di un'idea di intelligenza incrementabile con l'impegno e non innata (Lipari & D'Amico, 2008).

Se da un lato si osserva l'espressione di emozioni positive da parte di soggetti che dichiarano di avere un buon rapporto con la disciplina, dall'altro è molto interessante osservare le testimonianze di coloro che affermano che non hanno mai avuto un'elevata autoefficacia nella disciplina, ma sono comunque entusiasti di potersi mettere in gioco per insegnarla al loro meglio: «Nonostante io abbia un po' di paura di insegnare una materia così complessa per me, sono molto felice di pensare di essere un catalizzatore per gli apprendimenti basilari di una materia così pregnante e sono anche felice di sperimentare le molteplici strategie

didattiche per insegnare matematica». Si ritiene possibile interpretare la presente affermazione come un caso di *math-redemption,* ovvero di riscatto e di rivincita sulle esperienze negative da ottenere attraverso la possibilità di proporre questa materia in modo diverso rispetto all'insegnamento ricevuto (Coppola et al., 2013).
Infine, alcuni di coloro che hanno espresso emozioni di *gioia, entusiasmo* e *felicità* hanno fatto riferimento all'apprezzamento dell'insegnamento in generale: «Perché tutto ciò che riguarda la formazione di giovani menti mi crea entusiasmo».
In seguito, 13 studenti e studentesse hanno espresso *curiosità, interesse* e *sfida.* Per alcune persone l'emozione è giustificata dal loro apprezzamento per la disciplina: «Essendo una materia che mi è sempre piaciuta è qualcosa che sarei curiosa e contenta di provare». Altri intervistati, invece, sono incuriositi soprattutto dall'insegnamento della stessa: «Mi interesserebbe molto insegnare matematica e guardare tante procedure, tante possibilità di soluzione, piuttosto che partire da problemi quotidiani. Mi piace molto l'idea di ricerca e costruzione della lezione in questi termini, lasciandomi guidare dalle difficoltà e dalle idee dei bambini».
Tra i futuri insegnanti, 5 mettono in evidenza il desiderio di affrontare l'insegnamento della disciplina come una sfida personale motivata dal fatto di volerla rendere accessibile a tutti i bambini e le bambine: «Vorrei potermi mettere alla prova e trovare modi per rendere la matematica di accessibile comprensione anche per gli alunni che provano più difficoltà».
La sfida riguarda sia l'offerta di insegnamento a tutti i bambini e le bambine, sia il miglioramento dell'atteggiamento negativo che spesso, come confermato dallo studio di Di Martino e Zan (2010), viene associato alla disciplina: «Ho scelto questa emozione perché mi piacerebbe insegnarla in maniera divertente, curiosa, reale e accessibile a tutti e questa è una grande sfida, la quale genera insicurezza, ma anche voglia di migliorarsi». Nello specifico, in riferimento all'esistenza di atteggiamenti contrastanti nei confronti della disciplina, un altro intervistato afferma: «Vedo questo insegnamento come una sfida personale, nel senso che mettere tutti gli studenti sullo stesso livello è molto difficile proprio per il fatto che la matematica divide in due classi opposti gli alunni: quelli a cui piace

e quelli a cui non piace. La sfida consiste nel far amare a tutti la materia, che tutti siano in grado di capirla ed applicarla».

Emergono, inoltre, 2 risposte interessanti che giustificano sempre dei sentimenti di *sfida:* «Durante i corsi di didattica della matematica ho capito che la modalità d'insegnamento a me proposta alle elementari è stata limitante e quindi vorrei a provare a fare diversamente per le mie classi future» e «Viste le difficoltà che ho dovuto affrontare in questa materia in passato, sono curiosa di potermi metterei alla prova insegnando questa materia». Come precedentemente affermato, è frequente il desiderio di riscatto e di rivincita sulle esperienze negative vissute nel contesto dell'apprendimento matematico in veste di alunni e alunne, attraverso l'adozione di modalità di insegnamento diverse (Coppola et al., 2013). Infatti, allo stesso modo, 2 intervistati che hanno espresso *soddisfazione* come emozione hanno evidenziato la volontà di rivalsa sulla disciplina attraverso l'offerta di supporto ai propri futuri alunni: «Mi renderebbe fiera aiutare tanti bambini visto che con me non è stato fatto». Per altro, anche i 2 soggetti che hanno fatto riferimento alla *speranza* hanno evidenziato, da un lato, il desiderio di *math-redemption* (Coppola et al., 2013) e, dall'altro, la volontà di migliorare l'atteggiamento negativo diffuso tra gli alunni e le alunne della scuola primaria nei confronti della matematica (Di Martino & Zan, 2010): «Spero nel mio piccolo di poter cambiare il pensiero e l'atteggiamento dei miei futuri studenti verso la matematica in modo tale che non la vedano come una materia difficile a priori. In più, ho questo desiderio di "riscatto" per evitare che altri possano vivere le mie stesse esperienze negative».

I 2 soggetti che hanno espresso *desiderio* come emozione hanno manifestato la volontà di offrire ai bambini e alle bambine delle migliori esperienze di apprendimento attraverso una scelta accurata delle metodologie: «Non vedo l'ora di poter portare nuove metodologie di insegnamento di questa materia».

Coloro che hanno scelto come emozione la *sorpresa* non hanno fatto riferimento a loro stessi quanto all'emozione che vorrebbero generare nei discenti proponendo loro delle situazioni di apprendimento entusiasmanti e anche che consentano di sviluppare apprendimento significativo: «Ho immaginato

l’emozione dei bambini quando si sentono protagonisti di un apprendimento, una situazione nella quale possono manipolare oggetti e costruire significati. Vorrei una matematica che induca al ragionamento e non alla noia».
In ultimo, 2 intervistati fanno riferimento a *serenità* e *tranquillità* affermando che non si tratta di una disciplina difficile da insegnare alla scuola primaria («Credo che alla scuola primaria l'insegnamento della matematica non sia complesso come quello alla scuola secondaria»).

In conclusione, coloro che hanno espresso emozioni positive rispetto all’insegnamento della matematica hanno fatto riferimento al desiderio di intraprendere quest’esperienza poiché la immaginano come soddisfacente. Molti altri, hanno messo in evidenza il fatto di voler sviluppare un atteggiamento positivo nei confronti della matematica: alcuni vorrebbero far provare ai bambini e alle bambine le emozioni positive che loro stessi hanno sperimentato nel corso del proprio percorso, altri, invece, vorrebbero riscattare il proprio rapporto negativo con la disciplina attraverso la proposta di un processo di insegnamento migliore rispetto a quello ricevuto (*math- redemption*). Infine, per molti è importate la scelta delle metodologie più adeguate a consentire il raggiungimento di un apprendimento significativo.

2.3.3. Emozioni ambivalenti

Tabella 2*. Binomi emozioni ambivalenti rispetto all’insegnamento della matematica*

Emozione positiva	Emozione negativa	Spiegazione
Felicità	Timore	«Perché la matematica mi affascina molto ma talvolta penso di non essere sufficientemente preparata»
Sfida	Preoccupazione	«Perché nonostante il mio bagaglio riguardante la matematica sia carente so che ci sono diverse strategie e strumenti da usare per poter insegnare al meglio la materia»
Attrazione	Insicurezza	«Un po’ mi sento insicura perché non credo di conoscere sufficientemente i contenuti ma mi ispira l’idea di mettermi in gioco e sperimentare»

Dall'analisi delle presenti risposte (Tabella 2) è possibile affermare che coloro che hanno scelto di utilizzare due emozioni contrapposte per definire il proprio stato d'animo rispetto all'insegnamento della matematica condividono l'insicurezza legata all'autoefficacia sia nei confronti della disciplina che della docenza della stessa: «[…] penso di non essere sufficientemente preparata», «[…] il mio bagaglio riguardante la matematica [è] carente […]» e «[…] mi sento insicura perché non credo di conoscere sufficientemente i contenuti […]». D'altro canto, però, 2 di essi fanno emergere il desiderio di mettersi in gioco per favorire l'apprendimento dei bambini e delle bambine: «[…] ci sono diverse strategie e strumenti da usare per poter insegnare al meglio la materia» e «[…] mi ispira l'idea di mettermi in gioco e sperimentare». Il rimanente, invece, fa emergere il fascino che la matematica esercita in lui, emozione che potrebbe favorire lo sviluppo della propria autoefficacia, sia in matematica che nel suo insegnamento, visto che secondo la teoria di Bandura (1986), essa è influenzata dalle esperienze emozionali.

2.3.4. Confronto tra le emozioni generate dalla matematica e dal suo insegnamento

Le emozioni presentate come risposta al presente quesito sono state messe in relazione con quelle espresse nella prima domanda della prima sezione (cfr. *1.1. Emozioni nei confronti della matematica*), facendo capo allo studio di Di Martino e Sabena (2011).

È emerso che 56 futuri insegnanti hanno presentato risposte concordanti in entrambe le sezioni: coloro che avevano espresso emozioni classificate come negative rispetto alla matematica lo hanno fatto anche per quanto riguarda il suo insegnamento e viceversa.

Al contrario, 18 intervistati che avevano utilizzato emozioni negative per descrivere il proprio stato d'animo rispetto alla matematica, hanno optato per emozioni positive in riferimento al suo insegnamento. Mentre 4 persone sono passate da emozioni positive nella prima risposta ad emozioni negative nella

seconda. Di seguito verranno commentate le situazioni in cui è stato colta una discrepanza tra le emozioni espresse nei confronti della disciplina e quelle espresse rispetto al suo insegnamento.

2.3.4.1. Emozioni positive nei confronti della matematica e negative nell'insegnamento

La tabella 3 ha l'obiettivo di evidenziare le situazioni in cui i soggetti hanno presentato emozioni positive evocate dalla matematica ed emozioni negative in riferimento al suo insegnamento: si intende analizzare le spiegazioni fornite alla scelta delle emozioni al fine di comprendere le ragioni di questa discordanza.

Tabella 3. *Emozioni discordanti tra insegnamento e apprendimento*

Matematica	Insegnamento	Spiegazione
Curiosità	Ansia	«Per la paura di non essere in grado di mostrare la bellezza della matematica e di generare esperienze negative che rischiano di influenzare l'approccio alla materia dei bambini anche nel loro futuro»
Amore	Paura	«Perché sin da piccola faccio fatica a capire le difficoltà degli altri nella comprensione del funzionamento di questa materia. Quindi ho paura di non capire quello che impedisce agli alunni di comprendere»
Soddisfazione	Paura	«Perché non essendo mai riuscita a capirla al primo colpo ho paura di fare lo stesso con gli alunni»
Euforia	Insicurezza	«Perché riconosco l'enorme responsabilità e riconosco i miei limiti attuali»

In generale, si osserva che i sentimenti di *ansia* a *paura* dipendano dall'insegnamento stesso: nel primo caso si teme di non poter generare un atteggiamento positivo negli alunni e nelle alunne, nel secondo viene percepito il rischio di non riuscire a cogliere le difficoltà dei discenti e nel terzo emerge il timore di non essere in grado di spiegare adeguatamente i concetti.
Nelle prime due testimonianze, *amore* e *curiosità* sono giustificati dalla passione per la disciplina, la quale potrebbe essere la ragione del timore di non insegnarla come si desidererebbe.

Per quanto riguarda l'emozione di *soddisfazione,* essa è giustificata nel seguente modo: «È l'emozione che provo quando mi viene un esercizio dopo averlo provato e riprovato o dopo aver capito come si svolge un esercizio», di conseguenza, è possibile ipotizzare che la *paura* dell'intervistato rispetto all'insegnamento sia dovuta proprio al rischio di non poter garantire la comprensione immediata dei concetti da parte dei suoi alunni, e, forse, al contempo, il rischio che essi non presentino la sua stessa perseveranza.
Infine, il soggetto che presenta l'emozione di *insicurezza* fa riferimento alla propria responsabilità, mettendo anche in evidenza una basa autoefficacia nella disciplina («[…] riconosco i miei limiti»). Effettivamente, anche esprimendo l'emozione di *euforia* nella prima sezione, egli aveva affermato che «la stessa disciplina può far provare emozioni bellissime ed emozioni bruttissime nel momento in cui ci si trova in difficoltà, come se non si riuscisse a trovare una via d'uscita». Per cui è chiaro che egli abbia vissuto sia esperienze positive che negative in matematica e che l'euforia si riferisse al superamento degli ostacoli: «Quando però questa via d'uscita si trova è l'estasi intellettuale totale, per questo ho scelto questa emozione, perché è poi quella che più ti resta, che ti fa sentire giusta».

2.3.4.2. Emozioni negative nei confronti della matematica e positive nell'insegnamento

In 19 studenti o studentesse che avevano espresso emozioni negative rispetto alla matematica hanno, invece, utilizzato emozioni positive in riferimento al suo insegnamento.
In primo luogo, è interessante osservare che la maggior parte di loro ha espresso *curiosità* e *sfida* nei confronti dell'insegnamento, nonostante nella prima sezione avessero presentato: *difficoltà*, *odio*, *ansia* (2), *preoccupazione*, *diffidenza*, *indifferenza*, *tristezza*, *inadeguatezza*.
In un caso, ad esempio, è possibile ipotizzare che il soggetto abbia scelto l'emozione di *odio* nella prima sezione, in riferimento alla propria esperienza

scolastica, ma che oggi egli provi emozioni più positive nei confronti della disciplina. In effetti, egli manifesta un chiaro esempio di *math-redemption*, ovvero di desiderio di rivincita sulle esperienze negative vissute nel suo passato di alunno o alunna (Coppola et al., 2013), motivo per cui si dichiara *curioso* di andare ad insegnarla adottando strategie differenti rispetto a quelle che sono state utilizzate con lui:

> Ho scelto questa emozione perché è quella che vorrei far provare agli alunni presentando i contenuti matematici, facendo sì che la loro curiosità li motivi, anche di fronte alle difficoltà eventuali. Vorrei inoltre trasmettere loro un senso di sicurezza e addirittura di facilità: vedere la matematica come facile perché, se si ragiona, se si attuano le regole, tutto torna.

Al di là dell'atteggiamento propositivo del soggetto in questione, è chiaro che egli abbia sviluppato una visione strumentale della matematica. En effetti, sembra che per lui il «*capire* venga identificato con l'applicazione corretta di formule» (Zan, 2007, p. 214) e che l'applicazione di regole nella risoluzione di esercizi gli ha consentito di sviluppare un "senso di sicurezza" («se si attuano le regole, tutto torna»).

Emergono anche altre situazioni simili in cui, dalle emozioni negative provate nel corso dell'apprendimento, nasce il desiderio dei futuri insegnanti di proporre un insegnamento che sia «accessibile a tutti», anche agli «alunni che provano più difficoltà». Inoltre, un individuo afferma di voler «partire dalle difficoltà dei bambini per trovare delle soluzioni»: si tratta di una proposta simile a quella di Demattè (1996), il quale consiglia di partire dall'errore nei processi di apprendimento.

Allo stesso modo, altri intervistati che avevano espresso *ansia*, *smarrimento*, *confusione* e *disagio* rispetto alla matematica hanno presentato *entusiasmo* nell'immaginare di poterla insegnare. Quest'emozione è stata riferita prima di tutto al desiderio di mettersi in gioco («Sarebbe un bel modo per mettersi alla prova come professionista») e, nello specifico, di trovare nuove metodologie, come l'utilizzo del gioco. Anche in questo caso, emerge dunque il desiderio di voler offrire una nuova possibilità alla disciplina, superando le emozioni negative che essa ha fatto provare ai soggetti durante il proprio percorso di studi (Coppola et

al., 2013). Un esempio di questo fenomeno si osserva in un individuo che passa dall'*inadeguatezza* alla *soddisfazione*, mettendo in evidenza che «insegnare una materia in cui si ha avuto delle difficoltà fa apprezzare di più quello che si ha ottenuto e dunque è più soddisfacente insegnarla».

Una testimonianza interessante riguarda un intervistato che aveva scelto la *tristezza* come emozione evocata dalla matematica, mentre per il suo insegnamento ha espresso *speranza*. La sua giustificazione si è fondata sul fatto che egli si augura che i pregiudizi rispetto a questa disciplina vengano superati e che egli possa fare in modo che tutti i suoi alunni e le sue alunne la apprezzino.

In conclusione, complessivamente, coloro che hanno espresso emozioni positive rispetto alla matematica e negative rispetto all'insegnamento hanno fatto riferimento principalmente a timori legati alla pratica dell'insegnamento a causa, ad esempio, della percezione di una carenza di conoscenze disciplinari e professionali o alla pratica didattica e quindi alla preoccupazione di non riuscire a far apprendere gli alunni e le alunne o di comprendere i loro bisogni.

Invece, coloro che sono passati da emozioni negative per la disciplina ad emozioni positive per la docenza, rientrano quasi tutti nel fenomeno chiamato *math-redemption*, ovvero il desiderio di redimersi con la disciplina, spesso avendo acquisito consapevolezza della sua importanza e avendo sperimentato situazioni di apprendimento più felici rispetto a quelle vissute in prima persona durante il percorso scolastico.

3. Analisi della terza sezione

La presente sezione è incentrata su una proposta di attività di *problem solving,* a partire dal quale si intende indagare l'atteggiamento degli studenti e delle studentesse di Scienze della Formazione Primaria di fronte a un problema matematico da risolvere. In particolare, davanti ad una richiesta di risoluzione di un problema sono state rilevate: le emozioni provate dai soggetti che saranno classificate secondo la teoria di Pekrun (2006), l'autoefficacia che verrà analizzata sulla base della teoria di Bandura (1986) e, infine, l'attribuzione causale rispetto all'esito percepito della propria risposta, facendo riferimento alla teoria di Weiner (1985).

3.1. Quesito di problem solving

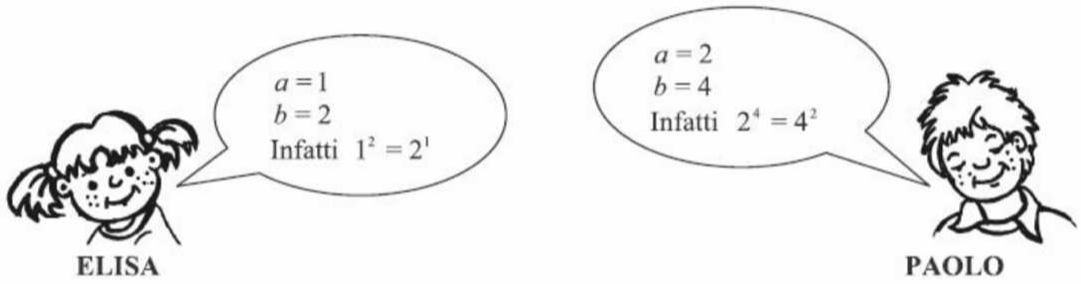
L'attività di *problem solving* proposto agli intervistati consiste nel quesito, mostrato in Figura 14, e tratto dalle prove INVALSI dell'anno 2011 destinate all'ottavo grado, ovvero alla classe terza della secondaria di primo grado. Per saper risolvere il presente problema è necessario conoscere il concetto di uguaglianza e il significato dell'elevamento a potenza. Quest'operazione viene spesso appresa meccanicamente dagli studenti e dalle studentesse, di conseguenza, come per ogni apprendimento meccanico, vi è il rischio che essa venga dimenticata o che comunque generi incertezza nel momento in cui deve essere applicata, soprattutto se non viene utilizzata per svariato tempo (Ausubel, 1968). La richiesta di argomentazione della risposta fornita, ovvero una riflessione su ciò che è stato fatto e una spiegazione della propria scelta (Anichini et al., 2003), è stata fatta soprattutto per generare un maggiore impegno cognitivo e, di conseguenza, una reazione emotiva più rilevante rispetto alla proposta di una risposta chiusa (Di Martino & Mareschi, 2018). Va inoltre specificato che, nel momento in cui si è scelto di presentare il quesito tratto dalle prove INVALSI, mantenendone il formato, si era consapevoli del fatto che la presenza delle

immagini avrebbe potuto influenzare positivamente l'autoefficacia per alcuni e, al contempo, avrebbe scaturito in altri ricordi negativi su questo tipo di test.

D18. Elisa e Paolo stanno cercando di rispondere a questa domanda:

"Qual è la coppia di numeri interi a, b (diversi fra loro) tali che $a^b = b^a$ ***?"***

Ecco le loro soluzioni.



Chi ha ragione?

- ☐ A. Solo Elisa
- ☐ B. Solo Paolo
- ☐ C. Entrambi
- ☐ D. Nessuno dei due

Figura 14. *Problema proposto*

Per quanto riguarda i risultati ottenuti, nonostante si trattasse di un quesito destinato al terzo anno della scuola secondaria di primo grado, solo 59 dei 78 intervistati hanno risposto correttamente (risposta B), mentre in 19 hanno scelto una delle opzioni sbagliate (Figura 15). Nello specifico, 11 hanno risposto che entrambi hanno ragione (risposta C), per 4 partecipanti la risposta corretta è quella fornita da Elisa (risposta A) e, infine, per altri 4 nessuno dei due ha ragione (risposta D).

Confrontando le risposte presentate con i risultati emersi dalla sottoposizione dello stesso quesito ai ragazzini e alle ragazzine del terzo anno della scuola secondaria di primo grado (grado 8) nel corso delle prove INVALSI del 2011, si osservano sostanziali similitudini. Infatti, più di 2/3 degli studenti universitari ha

risposto correttamente, mentre tra gli alunni e le alunne la percentuale è di risposte esatte è del 63,9%, quindi poco meno di 2/3 (Figura 15; Figura 16). Inoltre, anche la distribuzione delle risposte errate è simile, come rappresentato approssimativamente nella Figura 17. Effettivamente, la seconda risposta più frequente in tutti e due i campioni è stata la C (entrambi hanno ragione): poco più di 1 studente su 6 per la scuola secondaria di primo grado (17,9%) e per i futuri docenti circa 1 soggetto su 7. D'altronde, era possibile ipotizzare che questa risposta sarebbe stata scelta da molti, in quanto riflette una misconcezione evitabile (D'Amore & Sbaragli, 2011) molto diffusa, secondo la quale la potenza viene considerata come una moltiplicazione tra base ed esponente tale per cui $1^2 = 1x2$ (al posto di 1x1).

Per quanto riguarda le altre opzioni, se negli universitari si è ottenuto lo stesso numero di risposte (4) sia per la risposta A e che per la D, nei più piccoli l'11,1% ha scelto l'opzione D e il 6,4% la A.

Il fatto che i risultati siano simili consente di accennare ad una riflessione rispetto ad una didattica elicoidale della matematica. Se l'apprendimento di un concetto, in questo caso delle potenze, non fosse stato confinato a un solo momento dell'istruzione o comunque ad occasioni isolate, ma fosse ritornato e fosse stato approfondito più volte, secondo una spirale ascendente, ovvero in modo elicoidale (Arzarello et al., 2024), gli studenti e le studentesse universitarie avrebbero dovuto ottenere una percentuale maggiore di risposte corrette.

Figura 15. *Esiti delle risposte al problema matematico*

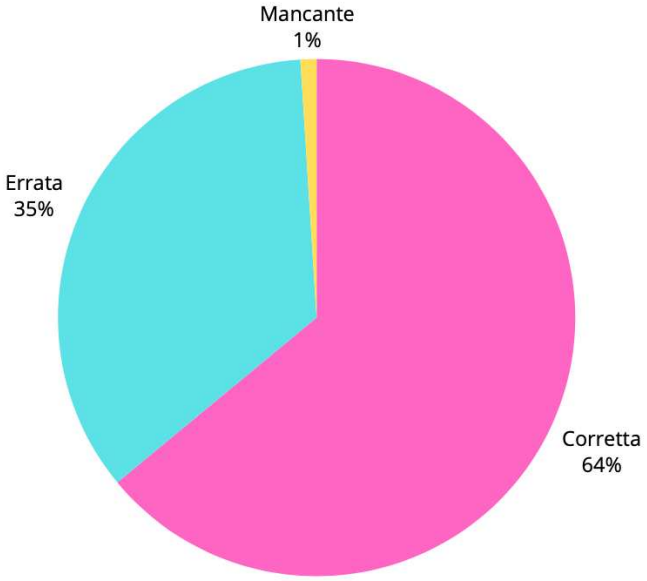


Figura 16. *Esiti delle risposte al problema matematico nelle prove INVALSI del 2011*

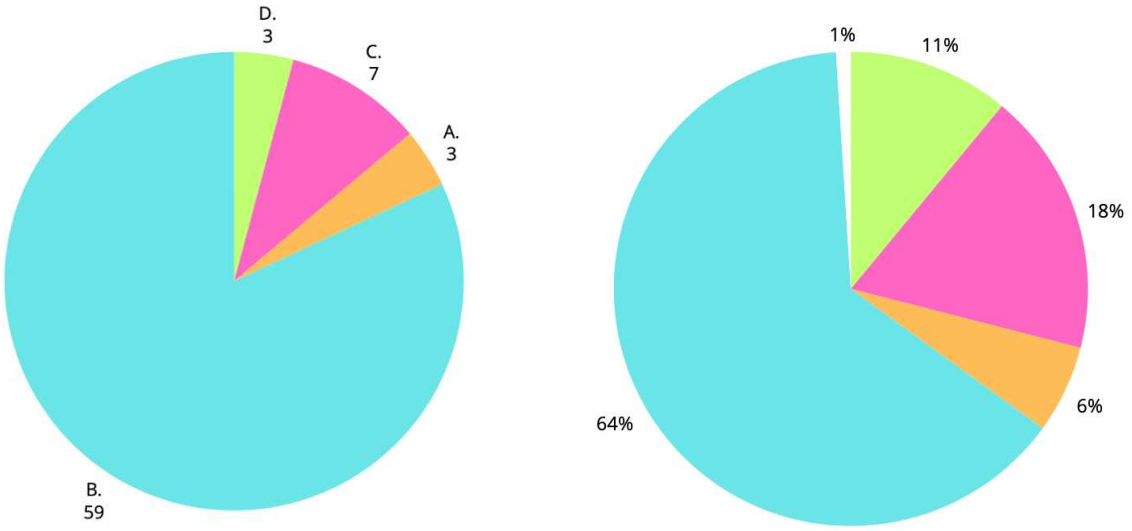


Figura 17. *Confronto tra le risposte degli universitari (a sinistra) e degli alunni italiani di terza secondaria di primo grado (a destra)*

3.1.1. Analisi delle risposte e delle argomentazioni

La prima considerazione che può essere fatta rispetto a questi risultati fa riferimento alla ricerca di D'Amore e Fandiño Pinillia (2013), i quali mettono in evidenza che l'obsolescenza matematica caratterizza molti studenti e studentesse all'uscita della scuola secondaria di secondo grado, in effetti facendo riferimento ad un alunno qualsiasi, essi affermano: «Quel che egli ricorda, se ricorda qualcosa, è quanto ha appreso (non sempre in modo appropriato) nella scuola primaria, della secondaria restano solo vaghe ed imprecise parole» (p. 340). Effettivamente, le argomentazioni consentono di far emergere alcune difficoltà percepite da studenti e studentesse. In due casi di risposta errata si evince una mancanza di comprensione del concetto di potenza. Nel primo caso si legge: «Ho moltiplicato l'1 per 2 (e viceversa) e dopo ho moltiplicato il 2x2 per 4 volte (e poi ho fatto l'inverso con il 4 moltiplicandolo per 2) vedendo che il risultato è lo stesso». È possibile ipotizzare che il numero 1 sia stato moltiplicato per 2 al posto che per sé stesso. Così come sembra che il 4 sia stato moltiplicato per 2 e non per 4. Per cui è lecito pensare che il concetto di potenza, inteso come moltiplicazione di un numero (base) per sé stesso per il numero di volte indicate

dall'esponente, non sia stato pienamente interiorizzato. La stessa incertezza di fronte ad una potenza a^n viene mostrata dal soggetto che ha fornito la seguente argomentazione: «Ho sostituito a e b con 1 e 2 e con 2 e 4. Ho constatato che hanno sbagliato entrambi perché 1^2 non dà come risultato 2^1, esattamente come 2^4 non dà come risultato 4^2». Non si comprende quale calcolo l'intervistato abbia fatto per sostenere che 4^2 non sia uguale a 2^4.

In aggiunta, sono presenti due situazioni in cui i soggetti dichiarano la propria incomprensione rispetto alla richiesta del problema: «Non ho capito e ho sparato a caso» oppure «Ho chiesto aiuto».

In generale, la maggior parte delle risposte ottenute sono di questo tipo: «Ho calcolato tutte le opzioni fino ad arrivare alla giusta risposta», «Ho analizzato le risposte di entrambi e verificato che fossero giuste. Quella di Elisa è risultata sbagliata. Quella di Paolo corretta» oppure semplicemente «Ho calcolato». A tal proposito, va fatta una considerazione rispetto al significato dell'argomentazione matematica. Essa può essere intesa come un discorso o il mezzo retorico (non necessariamente matematico) utilizzato da un individuo o da un gruppo per convincere gli altri che un'affermazione è vera o falsa (Stylianides et al., 2016). Invece, nelle risposte fin ora presentate non viene mai spiegato per quale motivo è stato stabilito che una risposta è vera e l'altra falsa, ma ci si limita ad elencare le azioni che sono state svolte per raggiungere il risultato. Sono molto rari, infatti, gli esempi in cui si trovano risposte più articolate come la seguente:

> Ho guardato i numeri scelti dai due bambini e i calcoli che hanno riportato […]. Successivamente ho preso l'equazione con le lettere e ho provato a sostituirvi i numeri forniti dai bambini per verificare quale delle due fosse vera. Vedendo i numeri forniti da Elisa ho visto che il numero 1 elevato alla seconda non poteva dare come risultato 2, mentre due elevato alla prima dava 2. Invece, i numeri forniti da Paolo erano corretti perché 2 elevato 4 fa 16 e 4 elevato 2 fa sempre 16.

Tuttavia, anche in questo caso, viene presentata una lista di calcoli eseguiti, senza accennare al significato di potenza per giustificare la propria soluzione. Lo stesso avviene anche in modo più conciso nelle risposte che si limitano a formalizzare il calcolo eseguito: «1^2=1 e 2^1=2 quindi sono diversi 2^4=16 e

4^2=16». Al contrario, ad esempio, sarebbe stato opportuno spiegare per quale ragione 1^2 non sia uguale a 2^1, mettendo in evidenza che 1 moltiplicato per se stesso è sempre 1, mentre un numero elevato alla 1 è uguale a sé stesso perché l'esponente in una potenza indica il numero di volte in cui la base viene moltiplicata per sé stessa.

Alcune risposte consento poi di riflettere sulla matematica insegnata in modo strumentale (Zan, 2007) come nel caso della risposta seguente: «Ho semplicemente risolto le potenze». Quest'ultima fa intendere, infatti, che sia stata applicata una formula nota, come avviene nel seguente caso, ancora più esplicitamente: «L'esponente indica quante volte il numero alla base deve essere ripetuto, quindi 2 elevato alla quarta corrisponde a (2*2*2*2) quindi 2*2 = 4 4 * 2= 8 8 *2=16». Il modo in cui è formulata quest'affermazione ricorda l'impostazione di una regola matematica, innanzitutto per la presenza del verbo dovere. Infatti, secondo Zan (2007), la dimensione del *dovere* tipica delle regole trasforma un fatto matematico in un comportamento da seguire. Di conseguenza, l'interiorizzazione del significato, in questo caso della potenza, viene tralasciato a favore della memorizzazione della procedura di calcolo da eseguire. All'opposto è possibile ipotizzare che conoscendo il significato del fatto matematico i soggetti non avrebbero riscontrato difficoltà nell'esplicitare il valore di 2^1 piuttosto che 1^2, invece, cercando di ricordare le formule o di recuperare le cosiddette "eccezioni" studiate a memoria, si rischia di cadere in errore, dichiarando ad esempio: «I due bambini hanno seguito lo stesso procedimento, la sostituzione. L'unica differenza tra i due è la scelta dei numeri utilizzati per le due incognite».

È inoltre è presente un'argomentazione che evidenzia come l'atteggiamento, inteso come la coordinazione di emozioni, credenze relative alla matematica e autoefficacia (Di Martino & Zan, 2011) possa influenzare la *performance*: «Ho risposto senza un criterio. Ho iniziato a sudare freddo. Mente annebbiata.». Nel presente caso, infatti, il soggetto afferma di non aver neppure ragionato, probabilmente a causa di emozioni forti che egli ha iniziato a provare nel momento in cui gli è stato proposto un problema matematico. Effettivamente, le reazioni fisiologiche come la sudorazione dipendono dalle emozioni, le quali influenzano

anche i processi cognitivi, motivo per cui lo studente o la studentessa afferma di avere l'impressione di avere la mente annebbiata (Evans & Zan, 2006).

3.2. L'atteggiamento di fronte ad un compito matematico

3.2.1. Le emozioni di fronte ad un compito matematico

La prima domanda che è stata posta a seguito della risoluzione del problema è volta ad indagare le emozioni provate dal soggetto di fronte al problema matematico («*Quale emozione descrive come ti sei sentito/a di fronte a questo problema?*»). D'altronde, secondo McLeod e Adams (1989) i fattori emotivi possono favorire o ostacolare le prestazioni nella risoluzione dei problemi matematici.

Le emozioni sono state classificate facendo riferimento alla teoria del controllo-valore di Pekrun (2006), il quale mette in evidenza la rilevanza delle aspettative di risultato e del valore attribuito dal soggetto al risultato nella generazione delle emozioni di fronte ad un compito specifico. In particolare, si chiede agli intervistati di fare riferimento alle emozioni di attività, ovvero quelle legate all'attività in corso (non a quelle di risultato), infatti la domanda invita a riflettere su ciò che si è provato una volta posti di fronte al compito, non dopo aver tentato di risolverlo. Sempre in riferimento a Pekrun (2006), le emozioni studiate sono dunque anticipatorie o prospettiche e, nello specifico, vengono classificate come: *emozioni di successo prospettico* (gioia anticipatoria, speranza e disperazione) ed *emozioni di fallimento prospettico* (rilassamento anticipatorio e ansia).

Al fine di associare le emozioni all'una o all'altra si è fatto riferimento anche alla domanda successiva del questionario, nella quale è stato chiesto se di fronte al problema gli intervistati avessero creduto di poterlo risolvere o meno e per quale motivo. D'altronde, secondo l'autore, le emozioni sperimentate in un contesto dipendono dalle percezioni di controllo che l'individuo ha sulla situazione e dal valore soggettivo che egli attribuisce al compito e al suo risultato. Ecco perché è possibile affermare che non è l'esperienza in sé a causare l'emozione, ma

l'interpretazione che il soggetto dà di quest'ultima. Di conseguenza, anche le credenze dell'individuo, relative a sé stesso e alla disciplina, sono chiaramente coinvolte (Pekrun, 2006). Nello specifico, la percezione di controllo di una situazione problema da parte di un individuo può dipendere dalle aspettative prospettiche rispetto al fatto che una situazione produrrà risultati positivi o negativi e dalle cognizioni retrospettiche riguardanti le cause di un successo o fallimento di un'esperienza simile vissuta precedentemente. Le prime vengono chiamate dall'autore *aspettative causali*, mentre le seconde fanno riferimento ai giudizi retrospettivi che un soggetto attribuisce all'esito di una propria azione. Questi ultimi, secondo la teoria dell'attribuzione causale (Weiner, 1985), influenzano il soggetto nel momento in cui si ritrova in una situazione simile.

Per quanto riguarda le aspettative causali, si tratta di un concetto simile all'autoefficacia ma più orientate all'esito, ovvero si basano su ciò che ci si aspetta che accada, e non necessariamente su ciò che si pensa di essere capace di fare. Dall'analisi dei risultati (Figura 16) è emerso che 28 persone hanno manifestato *gioia anticipatoria* (*anticipatory joy*), 19 *speranza* (*hope*), 13 *disperazione* (*hopelessness*), 2 rilassamento *anticipatorio* (*anticipatory relief*) e 16 *ansia* (*anxiety*).

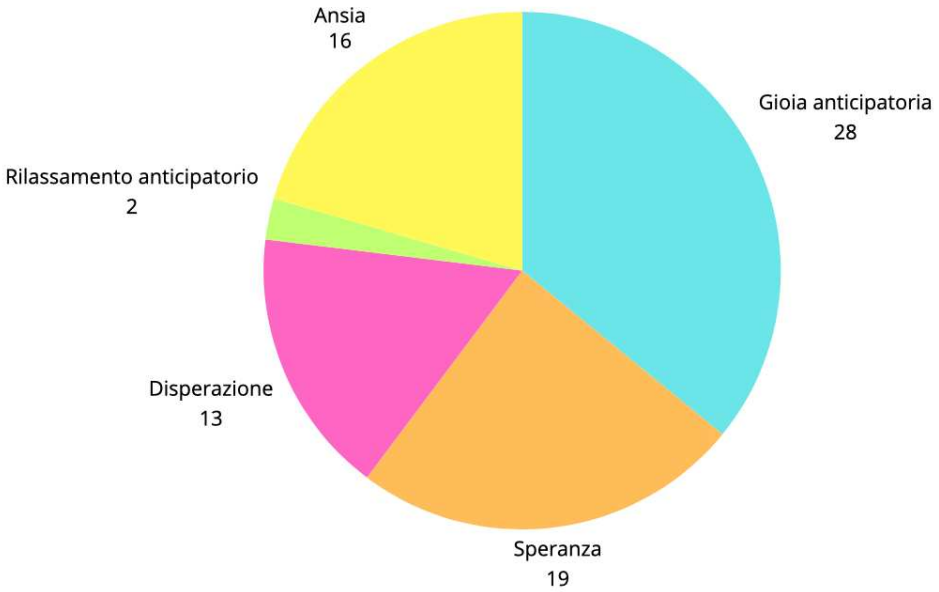


Figura 16. *Emozioni suscitate dal problema matematico*

La *gioia anticipatoria* caratterizza quelle situazioni in cui le aspettative di successo sono elevate o la convinzione del mancato fallimento è alta (Pekrun, 2006). Di conseguenza, tutte le 28 persone le cui emozioni rientrano in questa categoria hanno risposto positivamente alla seconda domanda, affermando di credere di essere in grado di risolvere il problema. Le emozioni che sono state inglobate in quest'insieme sono, ad esempio, *curiosità*, *tranquillità*, *serenità*, *interesse*…

I 19 intervistati che davanti al problema proposto hanno manifestato un'emozione prospettica di speranza (*hope*) possono essere considerati come caratterizzati da un'aspettativa di successo moderata ma con parziale mancanza di controllo (Pekrun, 2006). Le emozioni inserite in questa categoria sono principalmente *insicurezza* e *incertezza*, ma anche *coraggio* e *tranquillità*. Va specificato che la scelta di inserire alcune risposte di *tranquillità* in questa categoria, e non in quella della *gioia anticipatoria,* dipende dall'analisi della risposta alla domanda successiva, dalla quale si è colta un po' di incertezza nella possibilità di raggiungere l'obiettivo finale. Importante sottolineare che 1 solo tra i soggetti che hanno manifestato emozioni di *speranza* ha affermato di credere di non essere in grado di risolvere il quesito.

In seguito, 13 persone hanno presentato disperazione (*hopelessness*) di fronte al problema matematico, motivo per cui, per loro, il controllo interno e l'aspettativa di successo è molto bassa (Pekrun, 2006). In effetti, essi hanno risposto tutti negativamente nel momento in cui è stato chiesto loro se credessero di poterlo fornire una risposta. Le principali emozioni incluse in questo gruppo sono: *incomprensione*, *frustrazione* e *confusione*, le quali derivano proprio dalla percezione di mancato controllo. Inoltre, è stato scelto di collocare 2 risposte che indicavano *ansia* in questo gruppo perché dalla spiegazione è emersa una sensazione di totale impotenza.
Per quanto riguarda le emozioni di fallimento prospettico, in 2 hanno manifestato *rilassamento anticipatorio* (*anticipatory relief*), in quanto essi hanno previsto sin da subito di non essere capaci, ma, al contempo, per loro il valore del fallimento è basso, ecco perché essi tendono ad evitare la situazione stressante (Pekrun, 2006). Nello specifico, essi hanno parlato di *tranquillità* e *noia*: nel primo caso il soggetto ha affermato di «partire già con il presupposto di non essere in grado» e nel secondo caso l'intervistato sostiene di non avere voglia di impegnarsi, manifestando un completo disinteresse per il compito proposto.
Infine, 16 persone presentano *ansia*: la loro aspettativa di fallimento è elevata, ma lo è anche il valore del risultato del compito (Pekrun, 2006). Oltre agli 8 che hanno indicato proprio *ansia*, gli altri che sono stati inclusi in questa categoria hanno fatto emergere *paura, spaesamento* e *insicurezza.* Quest'ultima emozione è stata inserita in questo gruppo e non in quello della *speranza* in quanto emerge un'evidente aspettativa di fallimento. Tra queste 16 persone, in 9 affermano di non credere di poter risolvere il problema, le altre, sebbene rispondano positivamente, manifestano una forte insicurezza rispetto alle proprie capacità.

Complessivamente, 28 persone su 78 intervistati hanno provato emozioni completamente positive, classificate come *gioia anticipatoria,* di fronte al problema matematico. Tutte le altre hanno presentato emozioni che fanno emergere da una parziale ad una totale mancanza di controllo. In effetti, anche coloro che hanno manifestato *speranza* hanno un'aspettativa di successo

moderata e non sono davvero sicuri di riuscire a risolvere il problema, sebbene sperino di farcela. Coloro che manifestano *disperazione*, *ansia* e *rilassamento anticipatorio* hanno tutti un'alta aspettativa di fallimento, ma le emozioni che essi provano sono differenziate o dal valore che viene attribuito alla risoluzione del problema (molto basso nel caso del *rilassamento anticipatorio* e molto alto nel caso dell'*ansia*) o dell'aspettativa di fallimento (nel caso della disperazione e del rilassamento anticipatorio è elevatissima perché i soggetti sono convinti di fallire, mentre nel caso dell'ansia i soggetti percepiscono un margine di possibilità di riuscire).

Questi dati sono rilevanti trattandosi di studenti e studentesse di Scienze della Formazione Primaria, soprattutto perché il *problem solving* è ritenuto centrale nell'insegnamento della matematica all'interno delle *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione* (MIUR, 2012). Al contrario, nel momento in cui i 50 futuri docenti manifestano emozioni che evocano incertezza nella risoluzione di un problema delle scuole secondarie di primo grado e, tra questi, 13 non sono certi di non riuscire e 2 non sono neppure interessati a mettersi alla prova, è possibile ipotizzare che essi non saranno propensi a presentare problemi ai propri alunni o alunne. Al contrario, è possibile che essi, a causa della propria insicurezza, tendano a chiedere loro di attivare processi riproduttivi oppure a considerare la risoluzione di un problema come frutto dell'applicazione di regole, formule e procedure, affinché sia più semplice controllare la procedura di risoluzione (Di Martino, 2017).

3.2.2. L'autoefficacia matematica

Sempre in riferimento al problema matematico presentato (Figura 14), è stata posta la seguente domanda: «*Quando ti sei trovato di fronte al problema proposto, prima ancora di analizzarlo, hai creduto di poterlo risolvere? Giustifica la tua risposta*». Con questa richiesta si intende indagare l'autoefficacia nell'ambito del *problem solving* matematico, ovvero il livello di fiducia che un soggetto ripone nella propria capacità di ottenere buoni risultati nello svolgimento

di compiti specifici, in questo caso matematici (Bandura, 1986). Questa convinzione influenza la prestazione indipendentemente dalle competenze sottostanti, incidendo sulla persistenza e sullo sforzo che il soggetto metterà in atto durante la risoluzione del problema (Hoffman & Schraw, 2008).

A tal proposito, si è scelto di studiare l'autoefficacia rispetto ad un compito specifico, in quanto essa è un giudizio riguardo ad un'abilità dominio-specifica e compito-specifica (Lucangeli & Mammarella, 2010), motivo per cui è importante che la valutazione sia fatta vicino alla sottoposizione del lavoro (Pajares & Miller, 1994). Inoltre, il fatto che sia stato scelto un problema matematico è legato, come precedente affermato, al ruolo centrale che il *problem solving* ha nello sviluppo delle competenze matematiche (Seo & Ginsburg, 2003). Infine, si ritiene importante lo studio dell'autoefficacia nei futuri docenti poiché, secondo Kahle (2008), esiste una relazione tra l'autoefficacia in matematica e l'autoefficacia nell'insegnamento di questa materia, la quale è fondamentale per favorire un comportamento di insegnamento positivo e l'adozione di metodi più efficaci (Zuya et al., 2016), oltre alla formazione di un clima di apprendimento positivo in classe che favorisca lo sviluppo dell'autoefficacia personale degli studenti (Kahle, 2008).

In generale, la risposta alla prima parte della domanda ha ottenuto come risultato 56 risposte positive e 22 negative (Figura 17): per cui, sebbene la maggioranza degli intervistati abbia risposto di aver creduto di essere capace di risolvere il problema, un numero rilevante ha sostenuto il contrario.

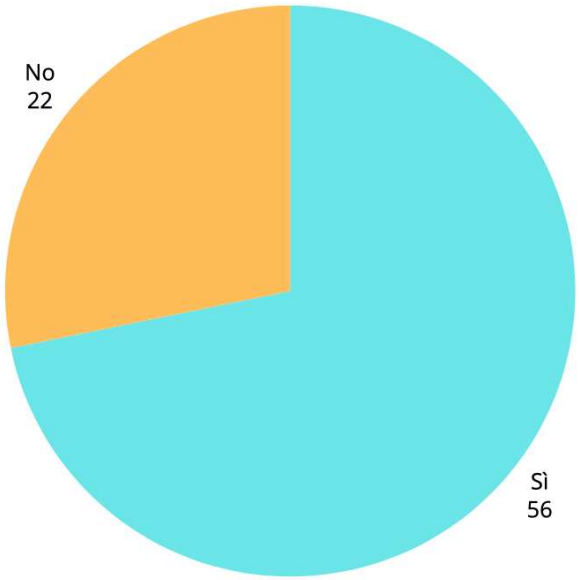


Figura 17. *Autoefficacia di fronte ad un problema matematico*

Per quanto riguarda la richiesta di giustificazione della risposta, i risultati sono stati classificati sulla base delle fonti che, secondo Bandura (1986), generano autoefficacia: esperienza personale diretta (*mastery experience*), esperienze vicarie (*vicarious experiece*), persuasioni verbali e sociali (*vicarious experience*) e stati fisiologici ed emozionali (*emotional and physiological states*). Inoltre, si evidenziano anche le risposte in cui emergono i principi che per Ligorio e Cacciamani (2013) influenzano lo sviluppo dell'autoefficacia come la metacognizione o gli aspetti motivazionali.

In primo luogo, si osservano casi in cui le esperienze personali hanno favorito lo sviluppo dell'autoefficacia: «Mi sento sicura delle mie capacità matematiche e so di poter sempre giustificare le mie risposte quando si tratta di domande di matematica» oppure «Credevo di avere le competenze necessarie per risolvere correttamente il problema». All'opposto, ci sono situazioni in cui l'esperienza ha provocato lo sviluppo di una bassa autoefficacia:

> Ho creduto di non poterlo risolvere perché di fronte a questo genere di problemi mi vengono molti dubbi […]. Più l'ho riletto e più mi è sembrato semplice, ma il senso di insicurezza è rimasto perché è passato del tempo da quando svolgevo questi

problemi quindi non mi sento sicuro. È facile mi venga un dubbio che mi porti a credere che non sia giusto il modo in cui lo sto svolgendo.

A partire da questi esempi è possibile cogliere anche la manifestazione della metacognizione, ovvero la conoscenza di se stessi in quanto soggetti in apprendimento, la conoscenza delle caratteristiche del compito che si ha davanti e delle strategie che possono essere utilizzate per risolverlo. Essa è rilevante perché influenza il controllo percepito dal soggetto sia in riferimento alle azioni da svolgere che al risultato da ottenere (Flavell, 1979). Sono presenti, ad esempio, casi in cui i soggetti dimostrano di avere conoscenze rispetto alle proprie competenze e al proprio funzionamento cognitivo: «È facile che mi venga un dubbio che mi porti a credere che non sia giusto il modo in cui lo sto svolgendo» oppure «Senza un foglio sotto mano non riesco a risolverlo». Altri, invece, dimostrano conoscenze soprattutto rispetto al compito: «Non richiede grandi calcoli o di formalizzare o generalizzare qualcosa, ma solo di verificare un'uguaglianza» oppure, in riferimento sempre ad esperienze precedenti, «È un tipo di problema che ho già risolto in passato» oppure «Sono argomenti che ho affrontato a scuola». Nello specifico, per quanto riguarda la difficoltà del problema, gli intervistati fanno riferimento alla presenza delle potenze: per alcuni, ad esempio, l'autoefficacia è diminuita a causa della presenza di quest'argomento e la consapevolezza di non averlo compreso durante il percorso scolastico. Di seguito si presentano tre esempi inerenti a quest'aspetto: «Subito vedendo lettere e l'elevamento a potenza ho pensato di non saperlo risolvere ed in più ho dovuto rileggere la consegna due volte per capire effettivamente cosa mi chiedesse il problema», «Non mi ricordo bene il meccanismo dell'elevamento a potenza» e «A primo impatto, solo guardando l'impostazione, senza ancora aver visto la richiesta o i dati, mi sono preoccupata "anticipando" un'emozione che avevo già provato in passato, affrontando questa tipologia di prove». Da quest'ultimo esempio emerge che in questo soggetto l'ansia è un'emozione di fallimento prospettico generata dal fatto che l'aspettativa di fallimento è alta (a causa di esperienze negative precedenti) e il valore di fallimento anche (Pekrun, 2006).

Rispetto alla metacognizione intesa come conoscenza di strategie che si possono adottare per la risoluzione di un compito è emersa la seguente testimonianza: «Anche senza gli esempi (le risposte di Elisa e Paolo) sarei andata per tentativi, fino a trovare la risposta».

Nella maggior parte delle risposte emerge il ruolo delle esperienze personali precedenti nello sviluppo dell'autoefficacia, non sono invece presenti esempi rispetto alle esperienze vicarie, ovvero situazioni in cui vedendo persone simili a sé raggiungere obiettivi si incrementa la convinzione di possedere le stesse capacità. D'altronde, essendo un'attività individuale svolta contemporaneamente dai colleghi e dalle colleghe, non è stato possibile un confronto in questi termini. Tuttavia, è possibile individuare una testimonianza in cui il dialogo ha favorito lo sviluppo dell'autoefficacia: «Ho creduto di non poterlo risolvere, mi sono confrontata con una mia compagna per vedere quello che era riuscita a svolgere lei». Inoltre, si osserva che il fatto che questo problema viene riconosciuto come di un livello inferiore influisce positivamente sulla convinzione dei soggetti di essere in grado di risolverlo. Essendo presentato con la grafica delle prove INVALSI e accompagnato da immagini i soggetti hanno intuito che si trattasse di un quesito rivolto a bambini e bambine. Di conseguenza, l'autoefficacia degli intervistati è aumentata, come dimostrano le seguenti testimonianze: «Credo nelle mie abilità matematiche di fronte a problemi semplici. Se mi proponessero di risolvere una disequazione di secondo grado che ho trattato durante la scuola secondaria di secondo grado, sono quasi sicura che non riuscirei a risolverla perché non ho acquisito questa abilità a lungo termine» oppure «L'ho riconosciuto come un problema delle prove invalsi, inoltre le immagini mi hanno suggerito che non si trattasse di un problema complesso».

Per quanto riguarda gli stati fisiologici ed emozionali, emergono esempi in cui le emozioni hanno giocato un ruolo importante nello sviluppo dell'autoefficacia o nell'influenza negativa di quest'ultima: «Mi sento sicura e penso che avere autoefficacia sia importante» oppure «Quando vedo problemi matematici ho sempre una sensazione di inadeguatezza». Ci sono anche situazioni in cui si

evince che i soggetti siano consapevoli del ruolo delle emozioni e quindi cercano di controllarle: «Ho letto attentamente e ho iniziato a ragionare senza ansia».
Dalle risposte che mettono in evidenza le emozioni, è possibile anche osservare la presenza o l'assenza di motivazione, ovvero «una sorgente di energia interna che spinge le persone verso esiti desiderati» (Van Nuland et al., 2010, p. 535). In questo caso, si fa riferimento soprattutto alla motivazione intrinseca ovvero situazioni in cui «sono le esperienze spontanee di interesse e piacere implicite nell'attività a fornire le "ricompense"» (Deci et al., 2017, p. 21, traduzione dell'autrice). Effettivamente, trattandosi di un questionario anonimo, nessuno avrebbe mai ricevuto alcun tipo di *feedback*. A questo proposito un soggetto scrive: «Provo soddisfazione a risolvere un problema». Emerge anche una risposta in cui la motivazione è superiore a qualsiasi considerazione rispetto al problema: «Penso che posso provarci e che può essere una sfida. Può essere divertente anche solo provarci senza riuscirci». In un altro caso, invece, vi è una totale assenza di motivazione, per cui si sceglie di non intraprendere alcun ragionamento: «Perché non avevo voglia». Riguardo a elementi che possono caratterizzare la differenza tra motivazione intrinseca ed estrinseca, emerge un esempio in cui il soggetto è stato bloccato nel procedimento proprio per il timore di ottenere un riscontro negativo dall'esterno: «Ho provato ansia per la questione di sbagliare e della considerazione che gli altri possono avere». In questo caso, è possibile ipotizzare che l'individuo non avesse compreso che il questionario fosse anonimo oppure che qualsiasi rilevazione, anche se generalizzata e non personale, venga vissuta dal partecipante come elemento di ansia e giudizio o a causa di un'autoefficacia molto bassa o a seguito di esperienze precedenti di valutazione negative. Lo stesso accade nei bambini e nelle bambine che si trovano di fronte alle prove INVALSI, d'altronde Trinchero (2014) afferma che «qualsiasi valutazione dell'apprendimento che non si riduca a domande banali e scontate provoca ansia negli allievi», inoltre, «se gli allievi non sono stati abituati nel loro percorso formativo a ragionare su problemi e situazioni nuove ma solo a ripetere nozioni ed applicare meccanicamente procedure, l'ansia ovviamente sarà maggiore» (p. 41).

In conclusione, è rilevante il fatto che più di 1/4 dei futuri insegnanti crede di non saper risolvere un problema destinato alla scuola secondaria di primo grado, sia perché la bassa autoefficacia nell'apprendimento influenza l'autoefficacia nell'insegnamento (Kahle, 2008), sia per la rilevanza del *problem solving* nello sviluppo delle competenze matematiche (Seo & Ginsburg, 2003). Rispetto alle giustificazioni, si osserva che la maggior parte degli intervistati fa riferimento ad esperienze personali precedenti. Nello specifico, emerge la metacognizione in termini soprattutto di conoscenza del proprio funzionamento cognitivo o conoscenza del compito (simile ad altri precedentemente svolti). Per quanto riguarda le esperienze vicarie, si è fatto riferimento in particolare al ruolo della grafica delle prove INVALSI, la quale, indirettamente, ha fatto intuire agli intervistati che si trattasse di un compito sottoposto ad un grado di scuola non troppo elevato rafforzando, dunque, la loro autoefficacia. Infine, si è riflettuto sul ruolo degli stati emozionali nello sviluppo della convinzione di riuscire o meno in un compito, facendo riferimento al ruolo della motivazione intrinseca.

3.2.3. L'attribuzione causale

La presente domanda («*Pensi di essere riuscito a risolvere il problema? Se sì, quali credi che sia/ siano la/le ragione/i del tuo successo? Se no, per quale/i ragione/i credi di non essere riuscito a risolvere il problema?»)* ha l'obiettivo di indagare l'attribuzione causale ovvero i giudizi retrospettivi sull'esito di una propria azione (Weiner, 1985).

Innanzitutto, è interessante osservare la presenza di una discrepanza tra coloro che credono di aver risolto correttamente il problema e coloro che, invece, hanno effettivamente fornito la risposta esatta (Figura 18). In queste circostanze, è importante sottolineare la differenza tra risolvere un problema e risolverlo correttamente: risolvere un problema significa trovare il procedimento che consenta di trovare la soluzione a qualsiasi istanza, ovvero saper indicare la

sequenza di passi che permette di ricavare il risultato, invece risolverlo correttamente significata trovare una giusta soluzione (Di Ianni, 2020).

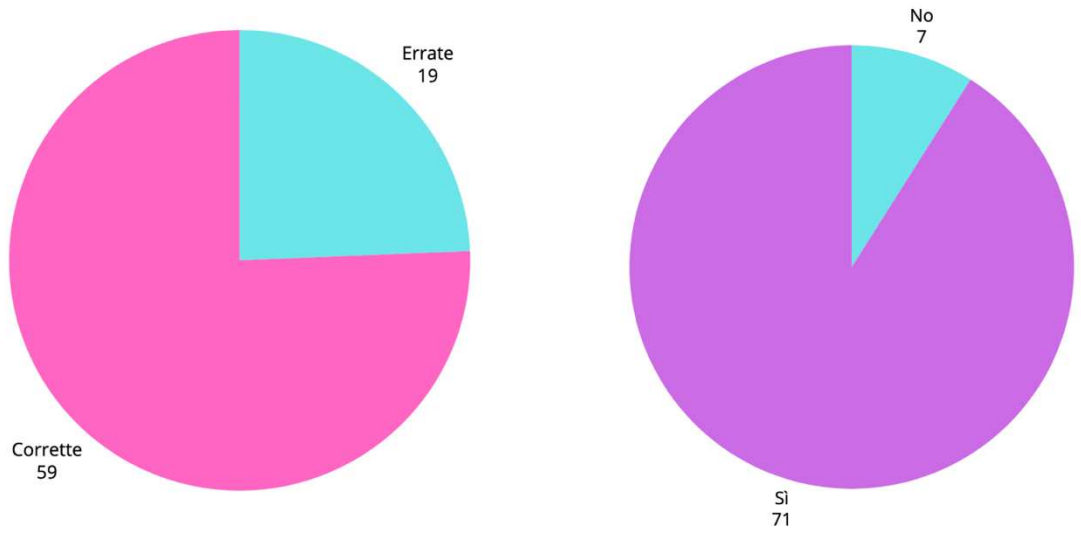


Figura 18. *Discrepanza tra risposte corrette (a destra) e risposte percepite come corrette (a sinistra)*

Andando ad analizzare le singole risposte si osserva che tra i 7 intervistati che hanno sostenuto di non aver risolto il problema, vi è una persona che ha risposto, invece correttamente (risposta B). Ci sono poi 13 soggetti che hanno risposto positivamente alla presente domanda, quando, al contrario, nel quesito matematico hanno indicato una risposta errata. Nello specifico (Figura 19), la maggior parte (in 7) ha risposto che entrambi hanno ragione (risposta C), in 3 hanno risposto che nessuno dei due ha ragione (risposta D) e altri 3 che solo Elisa ha ragione (risposta A).

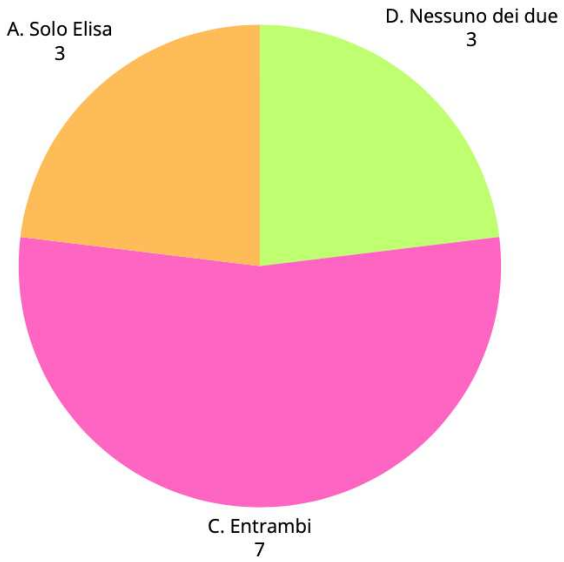


Figura 19. *Risposte errate di coloro che si sono dichiarati sicuri di aver risposto correttamente*

La classificazione delle risposte all'ultimo quesito è stata fatta sulla base di tre dimensioni che caratterizzano l'attribuzione causale: *locus of control, stabilità e controllabilità*. Nello specifico la causa attribuita al successo o all'insuccesso di una determinata azione può essere interna o esterna, stabile o instabile e controllabile o meno dall'attore (Weiner, 1985). Inoltre, è stata verificata l'affermazione di Cortés-Suárez e Sandiford (2008), secondo i quali il successo del compito viene spesso associato a cause interne, stabili e controllabili, mentre l'insuccesso a cause esterne, instabili e controllabili dall'esterno. Dall'analisi emerge infatti che tutti coloro che hanno risposto positivamente alla domanda, affermando di credere di aver risolto il problema, hanno esplicitato che la propria convinzione fosse legata al fatto che essi sono consapevoli di possedere delle conoscenze acquisite negli anni di scuola («Il bagaglio di conoscenze matematiche e logiche maturato negli anni»). Per cui, come affermato da Cortés-Suárez e Sandiford (2008), la causa a cui associano il proprio successo è interna, perché sono le conoscenze possedute dal soggetto stesso a garantire la riuscita; inoltre è stabile e controllabile perché si tratta di conoscenze acquisite tempo prima che l'individuo è in grado utilizzare all'occorrenza. Più nel dettaglio, gli

intervistati mettono in evidenza la conoscenza degli argomenti implicati nel problema, quindi l'elevamento a potenza e il concetto di uguaglianza: «Conoscendo le regole con le quali calcolare le potenze credo di essere stata in grado di risolvere l'esercizio, per esempio ricordandomi che ogni numero elevato a 1 è uguale al numero stesso e non a 1, come ha ipotizzato Elisa» e «Sapere cosa sono le potenze, saperle calcolare e sapere che un numero elevato a uno dà come risultato se stesso» oppure «Ho verificato le uguaglianze». Per altri ha giocato un ruolo fondamentale la competenza di calcolo: «Le mie capacità di calcolo». Ad esempio, per determinati intervistati, la certezza della correttezza della risposta deriva proprio dall'aver verificato più volte l'operazione: «Ho fatto i calcoli più volte e in diversi modi per essere sicura». Si può ipotizzare che questo bisogno di rivedere più volte la stessa operazione per verificarne la correttezza sia spesso frutto di ansia e insicurezza come dimostra la seguente testimonianza: «Spero sia corretto, l'operazione mi pare giusta ed anche il procedimento per verificare l'uguaglianza. La mia ansia deriva di più dal controllare varie volte se tutto sia corretto». Effettivamente, quest'intervistato aveva dichiarato di provare preoccupazione di fronte al problema, prima ancora di averlo letto.

Per taluni a giocare un ruolo importante nella risoluzione è il ragionamento: «Ho ragionato concentrandomi sul problema: ho cercato di attuare una lettura non superficiale, effettuando poi entrambe le operazioni. A primo impatto, la risposta di Elisa poteva sembrare corretta, analizzandola si rivela sbagliata. Quindi la riflessione, la lettura attenta e una convinzione di autoefficacia che mi sosteneva (ritenendomi capace di poterlo risolvere)». Dalla presente testimonianza emerge anche l'importanza dell'autoefficacia, effettivamente la convinzione del soggetto di possedere le capacità per riuscire in uno specifico compito favorisce il successo influendo positivamente sulla motivazione e sull'impegno (Bandura, 1986).

Sono presenti alcuni esempi in cui l'autoefficacia viene riconosciuta come causa del successo: «Il fatto di avere buone capacità in questa materia» oppure «Il fatto che comunque avendo io seguito un percorso di scuola superiore a carattere scientifico, qualcosa mi sia per forza di cose rimasto». Alcuni colgono proprio la

rilevanza dell'autoefficacia e della motivazione per la riuscita del compito: «La ragione del successo è credere in se stessi e essere determinati».
Infine, è stata messa in evidenza la semplicità del problema, il quale non chiedeva di fornire una risposta aperta, ma di riconoscere se le proposte fossero o meno corrette: «Conosco le potenze e le moltiplicazioni, inoltre non ho dovuto trovare dei numeri. Erano già stati dati dal problema, mi sono limitata a controllare quali fossero giusti». In effetti, la prima parte del quesito domanda di produrre una congettura, ovvero formulare una ipotesi, tramite una proposizione solitamente in linguaggio naturale […] o simbolico (una formula), circa una proprietà o una regolarità, ad esempio (Anichini et al., 2003).
Tra le 7 persone che hanno risposto che a loro avviso non avevano avuto successo nella risoluzione del problema, in 3 hanno fatto riferimento alle proprie conoscenze, cause interne, affermando: «Onestamente non ricordo le potenze», «Non ricordo bene alcuni meccanismi dell'elevamento a potenza» e «Non ho le basi per comprenderlo». A tal proposito è possibile fare riferimento alla ricerca di D'Amore e Fandiño Pinillia (2013), i quali mettono in evidenza che spesso gli studenti e le studentesse all'uscita dalla scuola secondaria di secondo grado dimostrano di non possedere con sicurezza neppure argomenti affrontati alla secondaria di primo grado. Per altro, essi fanno tutti riferimento al "ricordare" regole o meccanismi, d'altronde l'insegnamento strumentale della matematica, focalizzandosi sulle regole, oscura le relazioni tra i fatti matematici, di conseguenza, nel momento in cui queste ultime vengono dimenticate, si attiva nel soggetto «il comportamento responsabile del fallimento e cioè la rinuncia ad andare avanti» (Zan, 2007, p. 206). In questi casi, le cause attribuite al fallimento sono interne e sono rilevanti dal momento che potrebbero ridurre la stima personale dell'individuo e quindi spingerlo ad evitare compiti simili o comunque ridurre la motivazione (Ligorio & Cacciamani, 2013).
Gli altri 4, invece, fanno riferimento a cause esterne, instabili e non controllabili. Ad esempio, un soggetto associa la propria difficoltà alla discalculia, dicendo: «A 17 anni mi è stata diagnostica la discalculia. La diagnosi mi ha dato tante risposte». Si tratta di una causa apparentemente non controllabile, poiché si è di

fronte ad «un disturbo specifico del sistema dei numeri e del calcolo» (Genovese et al., 2013).

Si fa poi riferimento ai problemi intesi come tipologia di compito: «Credo poco nelle mie potenzialità e questi tipi di problemi mi trasmettono sempre un po' di timore in quanto sembrano sempre "facili", ma spesso ingannano. Mi sento più sicura con problemi o esercizi che seguono sempre uno stesso processo di risoluzione». Emerge in questo caso un esempio di un soggetto al quale, probabilmente, la matematica è stata insegnata in modo strumentale (Skemp, 1976). Di conseguenza, i problemi vengono percepiti da lui o da lei come una minaccia perché non consentono di applicare ripetitivamente una formula, infatti le conoscenze che derivano da un insegnamento strumentale sono «incapsulate e inerti, disponibili solo quando chiaramente definito dal contesto» (Zan, 2007, p. 211). Anche un'altra risposta ha evidenziato la dimensione dell'inganno da parte del problema: «Penso che potrei essere caduto in un trabocchetto». Dato che i soggetti attribuiscono al problema quasi totalmente la colpa del proprio fallimento, la causa è da classificarsi come esterna e non controllabile. In casi come questo, in cui i soggetti hanno una scarsa percezione di controllo sugli eventi, aumenta la percezione di impotenza appresa (Seligman & Mayer, 1967), ma a livello emotivo si prova meno vergogna di fronte ad un fallimento (Dasinger, 2013).

Infine, un ultimo individuo confessa: «Ho subito provato una sensazione di paura per il fatto di non riuscire a risolverlo». Da questa affermazione è possibile ipotizzare che egli abbia evidenziato l'emozione di paura, poiché crede che questa abbia interferito con il processo di risoluzione; quindi, si tratta di una causa instabile che in quel momento l'individuo non è probabilmente in grado di controllare. Effettivamente, alla domanda inerente all'autoefficacia, l'intervistata aveva affermato di aver chiesto aiuto ad una compagna per poter risolvere il problema perché non reputava di essere in grado di fronteggiarlo in autonomia.

In conclusione, è stata confermata la tesi di Cortés-Suárez e Sandiford (2008), secondo i quali il successo del compito viene spesso associato a cause interne, stabili e controllabili; infatti, tutti gli intervistati che hanno risposto positivamente

alla domanda hanno fatto riferimento alle proprie capacità (come il calcolo) e conoscenze (come la cosiddetta teoria delle potenze). Allo stesso tempo, l'insuccesso è stato attribuito da 4 soggetti su 7 a cause esterne, instabili o non controllabili come la discalculia (non controllabile), il problema-trabocchetto (esterno e non controllabile) e l'emozione di paura (instabile). Gli altri 3 si riferiscono alla mancanza di conoscenze o abilità (cause interne e controllabili). A tal proposito, è stato messo in evidenza che nel momento in cui le cause associate al fallimento sono interne, esse possono ridurre la stima personale dell'individuo e quindi spingerlo ad evitare compiti simili (Ligorio & Cacciamani, 2013). Se, invece, le cause sono esterne i soggetti hanno una scarsa percezione di controllo sugli eventi, e aumenta la propria percezione di impotenza appresa (Seligman & Mayer, 1967), pur provando meno vergogna (Dasinger, 2013). Chiaramente, l'evitamento di compiti di *problem solving* o l'impotenza appresa di fronte ad essi influenza inevitabilmente l'autoefficacia nell'insegnamento della disciplina in generale, ma soprattutto nell'insegnamento della competenza in questione (Kahle, 2008) ritenuta fondamentale dai *Nuovi Scenari* (MIUR, 2018).

Capitolo 4 – Conclusioni

Il presente studio si è sviluppato in risposta alle crescenti difficoltà in matematica manifestate dagli alunni e dalle alunne valdostane nel corso delle prove INVALSI degli ultimi anni (INVALSI, 2019; INVALSI, 2024). Si è partiti dalla considerazione della sovrintendente agli studi della Regione Autonoma Valle d'Aosta, dott.ssa Marina Fey, secondo la quale bisognerebbe prestare maggiore attenzione all'atteggiamento degli studenti e delle studentesse rispetto alla matematica e intervenire sulla didattica, dunque, sulla formazione dei docenti (Tavernese, 2024).

A livello teorico, lo studio fa riferimento, in primo luogo, ai lavori di Di Martino e Zan (2010), i quali constatano che gli alunni e le alunne esprimono spesso emozioni negative nei confronti della matematica, le quali possono interferire con la loro *performance.* In secondo luogo, è stato preso a riferimento il contributo di Di Martino e Sabena (2011) sul ruolo degli insegnanti di matematica nello sviluppo dell'atteggiamento dei discenti. A tale lavoro, si richiama anche la tesi di laurea di Funghi (2015), che ha rappresentato un punto di partenza per il presente studio.

La domanda di ricerca della tesi si fonda sul costrutto tridimensionale dell'atteggiamento nei confronti della matematica elaborato da Di Martino e Zan (2011). In quest'ottica, è stata condotta un'indagine tramite questionari rivolti ai futuri docenti della Valle d'Aosta, con l'obiettivo di esplorare e descrivere le emozioni associate alla matematica e al suo insegnamento, le convinzioni relative a se stessi in questi ambiti, e quelle riferite sia alla disciplina sia alla sua didattica. Particolare attenzione è stata inoltre dedicata all'atteggiamento nei confronti di un compito specifico di *problem solving*. Questa scelta è stata fatta considerando la centralità di questa competenza nelle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) e viste le difficoltà che emergono in questo ambito nel corso delle prove INVALSI (INVALSI, 2024).

Il campione della ricerca è stato costituito da 78 studenti e studentesse dell'Università regionale provenienti da tutte e cinque le coorti.

Di seguito verranno riassunti sinteticamente i risultati del lavoro mettendo in evidenza i punti di contatto con gli esiti dello studio di Funghi (2015) in cui erano coinvolti i docenti in formazione delle università di Salerno, Firenze, Bari, Palermo, Aosta e Milano, così come insegnanti in servizio.

Partendo dalle emozioni evocate dalla matematica, i risultati rispecchiano in gran parte quelli ottenuti da Funghi (2015), in cui prevalevano emozioni negative quali disperazione, angoscia e terrore. Infatti, anche per la maggior parte degli studenti e delle studentesse valdostane (48) la matematica suscita emozioni negative, talvolta motivate dalla convinzione di non essere "portati" per la disciplina o da esperienze scolastiche sfavorevoli che spesso dipendono dall'atteggiamento dei docenti. Inoltre, anche tra coloro che hanno manifestato emozioni ambivalenti (9) è emersa una percezione di rapporto altalenante sia con la materia sia con gli insegnanti. Al contrario, le emozioni positive, riportate da 21 soggetti, sono state associate a un senso di apprezzamento o interesse nei confronti della matematica.

Per quanto riguarda le emozioni provate all'idea di insegnare matematica, il numero di studenti e studentesse che ha presentato risposte negative è più basso e si rileva un equilibrio quasi paritario tra risposte di segno opposto. In particolare, 38 persone esprimono emozioni positive e 37 negative. Dunque, in alcuni casi, le emozioni evocate dalla disciplina influenzano quelle provate nei confronti dell'insegnamento. In altri (18), la docenza genera stati d'animo più positivi poiché si sviluppa un desiderio di riscatto rispetto alla propria esperienza (Coppola et al., 2013). All'opposto, 4 soggetti, pur apprezzando la matematica, esprimono timori legati al suo insegnamento: si sentono insicuri riguardo alle strategie didattiche da adottare, temono di non riuscire a cogliere i bisogni di bambine e bambini o di non essere in grado di trasmettere l'apprezzamento per la disciplina.

Parallelamente, gli insegnanti in servizio intervistati da Funghi (2015) hanno riferito emozioni più positive nei confronti dell'insegnamento della matematica rispetto a quelle espresse in merito alla disciplina, così come la volontà di dedicarsi all'insegnamento adottando metodologie diverse, talvolta opposte, a quelle sperimentate durante il proprio percorso scolastico.

In merito alle convinzioni sulla matematica, 31 partecipanti la considerano una disciplina difficile, mentre altrettanti la ritengono semplice e 16 sostengono che la sua difficoltà dipende dai casi. Solo 13 partecipanti attribuiscono tale difficoltà alle caratteristiche intrinseche della disciplina, facendo riferimento, in particolare, ai processi di astrazione, ai procedimenti logici e alla struttura elicoidale del sapere matematico. Invece, per la maggior parte dei rispondenti, la complessità della matematica è strettamente legata al ruolo dell'insegnante, in particolare alla capacità di proporre attività significative, differenziare la didattica e creare contesti di apprendimento coinvolgenti. D'altronde, nell'indagine sui *turning point*, la maggior parte degli episodi negativi riportati aveva come protagonisti i docenti, appartenenti a diversi gradi scolastici. Questi insegnanti hanno segnato il rapporto degli intervistati con la disciplina, ad esempio demonizzando i loro errori, costruendo inconsapevolmente situazioni di forte disagio emotivo, rimanendo indifferenti di fronte alle difficoltà di alcuni, senza accennare a nessun tipo di differenziazione didattica. Tuttavia, in alcuni casi, meno frequenti, sono emerse anche esperienze positive in cui gli insegnanti sono riusciti a favorire un avvicinamento autentico alla disciplina. Allo stesso modo, gli studenti e le studentesse intervistati da Funghi (2015) hanno riportato prevalentemente esperienze difficili, in cui i docenti hanno avuto un ruolo determinante, contribuendo a generare atteggiamenti di evitamento o a rafforzare la convinzione che la matematica sia una disciplina particolarmente complessa.

Relativamente alle credenze sulla materia, attraverso l'analisi delle risposte a quesiti differenti, è stato possibile osservare che alcuni futuri docenti mantengono ancora una concezione esclusivamente strumentale della disciplina, come era emerso anche dallo studio di Funghi (2015). Questa visione, che riduce la matematica a un insieme di regole da memorizzare, influenza chiaramente anche la visione del rispettivo insegnamento (Zan, 2007). Fortunatamente, almeno 12 partecipanti hanno dimostrato di aver sviluppato una visione concettuale manifestando, ad esempio, il timore di non riuscire a guidare efficacemente i discenti nella costruzione di significati matematici. In 2 casi è stato sottolineato

come tale consapevolezza sia stata maturata proprio grazie ai corsi universitari di "Didattica della matematica".

Nel proseguire l'indagine sulle credenze, è stato chiesto ai partecipanti di descrivere le caratteristiche che, a loro avviso, dovrebbero avere bambini e bambine per avere successo in matematica. È emerso, come già rilevato da Funghi (2015), che alcuni attribuiscono tali capacità a una predisposizione biologica. Quest'idea ricorre anche in molte altre risposte ed è spesso utilizzata per spiegare anche le proprie difficoltà nella materia. Tale convinzione può portare i futuri insegnanti a non percepirsi come pienamente responsabili dell'insuccesso scolastico degli alunni e delle alunne, attribuendolo invece alla presunta mancanza di predisposizione. Inoltre, dalla medesima domanda si è anche osservato che per alcuni il successo dipenda dalla motivazione, considerata però come qualità innata e non uno stato dinamico e modificabile sul quale l'insegnante può e dovrebbe agire didatticamente (Grange, 2013).

Per quanto riguarda, invece, le credenze sull'insegnamento della matematica, tra i 43 partecipanti che lo considerano complesso, emergono principalmente le difficoltà rispetto alla trasposizione didattica. Per altro, alcuni futuri insegnanti, inclusi coloro che hanno già avuto esperienza in classe, ammettono di temere la docenza in matematica perché ritengono di non aver appreso a fondo i contenuti. Lo stesso timore è stato portato alla luce anche dagli intervistati di Funghi (2015). Altri, al contrario, ritengono che l'insegnamento alla primaria sia semplice e che la sua complessità aumenti nei gradi di scuola successivi.

L'ultima componente dell'atteggiamento analizzata è stata l'autoefficacia. Trattandosi di un'abilità dominio-specifica e compito-specifica è stata esplorata attraverso un quesito di *problem solving.* In particolare, ai partecipanti è stato chiesto di esprimere la propria convinzione circa la possibilità di riuscire nel compito proposto e di descrivere le emozioni provate di fronte ad esso. Queste ultime sono state poi categorizzate secondo la classificazione di Pekrun (2006). È emerso che 22 futuri insegnanti si sono dichiarati convinti di non essere in grado di risolvere un problema che, a loro insaputa, era destinato da INVALSI a dei ragazzini e delle ragazzine del terzo anno della secondaria di primo grado. La

convinzione di mancato successo è legata ad esperienze personali di fallimento. Per quanto riguarda le emozioni evocate dal problema, sebbene 28 siano state classificate come *gioia anticipatoria* e 18 come *speranza*, ne emergono anche 16 associate all'*ansia*, 13 alla *disperazione* e 2 al *rilassamento anticipatorio*. La perplessità suscitata da questi dati è giustificata dal fatto che l'autoefficacia dei docenti in un particolare ambito è cruciale per promuovere un insegnamento efficace (cfr. Gavona, 2010; Zuya et al., 2016).

Desta ulteriore preoccupazione anche l'insuccesso dei futuri professionisti dell'insegnamento nel compito di *problem solving*: su 78 partecipanti, 19 hanno fornito una risposta errata. Inoltre, ancora più significativo, è il fatto che nessuno dei partecipanti abbia presentato una giustificazione della propria risposta che potesse essere considerata un'argomentazione matematica.

Facendo il punto della situazione, i dati più eloquenti che sono stati raccolti sono i seguenti: su 78 futuri insegnanti valdostani, in 48 hanno espresso emozioni negative rispetto alla disciplina, in 37 per l'insegnamento della matematica, in 22 hanno manifestato una bassa autoefficacia di fronte ad un problema della scuola secondaria di primo grado. Dunque, facendo riferimento appunto alla definizione tridimensionale di Di Martino e Zan (2011), una parte consistente dei futuri docenti coinvolti presenta un atteggiamento negativo nei confronti della matematica. Partendo da questa constatazione e considerandone le implicazioni nella pratica didattica (cfr. Di Martino & Sabena, 2011; Gavona, 2010; Kahle, 2008; Zan, 2007; Zuya et al., 2016), si ritiene che la formazione universitaria possa affrontare questa criticità, orientandosi in modo più mirato verso i bisogni esplicitati dai futuri insegnanti valdostani nelle risposte al questionario.

Prima di tutto, è di fondamentale importanza assicurarsi che tutti i docenti sviluppino una visione relazionale della disciplina. Innanzitutto, si ritiene che, adottando questa concezione, sia possibile affrontare una serie di difficoltà manifestate dai docenti in formazione. In particolare, molti lamentano di aver dimenticato alcuni contenuti matematici, come nel caso delle potenze necessarie per risolvere il problema proposto. Invece, attraverso un apprendimento focalizzato sulla costruzione di significati che implica un processo di integrazione

delle conoscenze nuove con quelle già possedute, le informazioni acquisite saranno più stabili e durature nel tempo (Ausubel, 1968).

A livello operativo, questa modalità di elaborazione del sapere potrebbe essere introdotta all'interno del corso di “Matematica elementare” previsto al primo anno di università. Visto che tale corso ripercorre i principali concetti matematici affrontati alla scuola primaria, esso rappresenta un’opportunità preziosa per attivare un processo di decostruzione del sapere pregresso. Infatti, considerando che gli studenti e le studentesse dovrebbero già possedere una buona familiarità con questi argomenti, si potrebbe proporre loro di affrontare situazioni che mettano in discussione le proprie convinzioni al fine di favorire la costruzione di conoscenze autentiche (D’Amore & Sbaragli, 2011).

Ovviamente, esplorando in profondità i significati dei concetti matematici, si potrebbe contribuire a superare la convinzione, emersa nei questionari, per cui la matematica sia una disciplina semplice alla scuola primaria.

Lo sviluppo di una visione relazionale della matematica comporta anche un’importante ricaduta sulla percezione negativa della struttura elicoidale del sapere matematico, considerata da molti intervistati come un ostacolo all’apprendimento: infatti, le lacune in argomenti precedenti impediscono l’acquisizione di nuovi contenuti. Il cambiamento di visione dell’apprendimento, potrebbe far sì che gli insegnanti in formazione riconsiderino questa struttura come un vantaggio per l’apprendimento, non come un limite, in quanto ogni sapere si interconnette con gli altri ed il suo significato viene costruito in modo progressivo e ricorsivo.

Chiaramente, la costruzione di significati matematici saldi, per quanto riguarda le conoscenze affrontate alla scuola primaria, rappresenta un prerequisito fondamentale per l’attuazione dei processi di trasformazione didattica. Questi ultimi costituiscono una criticità per molti futuri docenti, in quanto implicano operazioni complesse come la semplificazione, la dedogmatizzazione, la creazione di artefatti, la decontestualizzazione e destoricizzazione del *sapere esperto*, al fine di renderlo accessibile agli alunni e alle alunne (Chevallard, 1985).

Pertanto, si ritiene che, una volta consolidate le conoscenze matematiche di base, sia possibile lavorare sulla trasposizione didattica nei due corsi di “Didattica della matematica” del secondo e del terzo anno. Questo anche in risposta al bisogno, più volte espresso dai futuri docenti, di disporre di ulteriori strumenti e metodologie per poter realizzare una differenziazione didattica efficace.

Infine, il fatto di aver sviluppato una visione relazionale della disciplina porta con sé anche delle implicazioni rilevanti a livello didattico sulle quali è importante riflettere. È il caso della differenza tra esercizi e problemi (spesso temuti perché non richiedono la semplice applicazione di una regola), della rilevanza del processo rispetto al prodotto e anche della concezione dell’errore, il quale diventa parte fondamentale del processo di costruzione delle conoscenze e non indice del fallimento (Zan, 2007). Sicuramente, in relazione ai problemi matematici, è fondamentale dedicare una particolare cura allo sviluppo dei processi argomentativi, viste le difficoltà emerse dalle risposte al questionario.

Sempre sulla base dei risultati della ricerca, si ritiene necessario che il percorso di formazione presti attenzione alla chiarificazione del significato di astrazione matematica e alle caratteristiche del pensiero logico.

L’astrazione matematica, infatti, è spesso percepita come una dote innata, considerata, insieme alla cosiddetta “logica”, alla base del successo nella disciplina. In realtà, essa consiste in un processo cognitivo accessibile a tutti, che implica la capacità di leggere la realtà in modo sintetico, individuando elementi comuni tra situazioni concrete (Bramanti, 2011). Ad esempio, è un processo di astrazione la rappresentazione del triangolo come figura geometrica con tre lati, a prescindere dal materiale, dal colore o da altre caratteristiche contingenti. Analogamente, affermare che una persona è “coraggiosa”, cogliendo una qualità generale che accomuna una serie di comportamenti, presuppone un processo astrattivo.

Rispetto al pensiero logico, esso comporta la capacità di astrarre dal contesto concetti o rappresentazioni astratte che rimandano ad oggetti, eventi o idee per coordinarle all’interno di un sistema coerente di relazioni, tramite la formulazione di ipotesi e inferenze delle relative conseguenze (Treccani, n.d.). Pertanto, non

si tratta di una caratteristica che riguarda solo la matematica, infatti analizzare un personaggio in un testo narrativo richiede di raccogliere informazioni, formulare ipotesi sul suo comportamento e giustificarle con prove testuali, attivando quindi il pensiero logico.

Per concludere, si ritiene che il miglioramento dell'atteggiamento dei docenti passi innanzitutto attraverso un lavoro mirato sulle credenze rispetto alla matematica, in particolar modo attivando una visione più concettuale della disciplina. Successivamente, attraverso un miglioramento dell'autoefficacia che dipende in gran parte dallo sviluppo di conoscenze significative. Questi elementi sono fondamentali per il miglioramento delle emozioni provate sia nei confronti della disciplina che del suo insegnamento.
Si coglie dunque la centralità della formazione dei docenti, soprattutto iniziale, per favorire lo sviluppo di un atteggiamento complessivamente positivo nei confronti della matematica. Di riflesso, come è stato dimostrato, ne risentirà anche la disposizione degli alunni e delle alunne, sempre in termini di credenze, di autoefficacia e di emozioni, con degli auspicabili effetti positivi sulle loro prestazioni. Oltre al fatto che, in questo modo, si contribuirebbe concretamente al raggiungimento del traguardo delle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) per la classe quinta primaria: «Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica […]» (p. 51).

Bibliografia

American Psychiatric Association. (1994). *DSM-IV-TR. Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (4th ed.). American Psychiatric Publishing Inc.

Antognazza, D., Di Martino, P., Pellandini, A., & Sbaragli, S. (2015). The flow of emotions in primary school problem solving. In K. Krainer, & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 9) (pp. 1116-1122). Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Antognazza, D., & Sbaragli, S. (2020). L'influenza dell'atteggiamento del docente sul coinvolgimento degli allievi. Il caso della matematica. *DIS - Dislessia, Difficoltà in matematica e Disturbi di attenzione e iperattività*, *1*(1), 187-198.

Anichini, G., Arzarello, F., Ciarrapico, L., & Robutti, O. (Eds.) (2003). *Matematica 2001. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curricolo di Matematica (Scuola Primaria, Scuola Secondaria di I grado).* Matteoni stampatore. https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/

Arzarello, F., Atzori, L., Beltramino, S., Bruno, N., Buri, M., Delù, A., Gastone, M., Gianino, P., Manolino, C., Merlo, D., Mosca, S., Simondi, C., Sorgato, S., & Vio, E. (2024). *Matematica come discorso. Esperienze in classe: dalla primaria alla secondaria*. UTET.

ASSIRM. (2020). *Glossario dei termini essenziali delle ricerche di mercato* (Revisione novembre 2020). https://www.assirm.it/glossario/ [2 giugno 2024]

Associazione Rally matematico transalpino (ARMT). (n.d.). *Rally matematico transalpino*. http://www.armtitalia.it [2 giugno 2025]

Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehart & Winston.

Ausubel, D. P. (1990). *Educazione e processi cognitivi: guida psicologica per gli insegnanti* (4ª ed., D. Costamagna, Trad.). Franco Angeli.

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A Social Cognitive Theory*. Prentice Hall.

Berlyne, D. E. (1960). *Conflict, arousal, and curiosity*. McGraw-Hill Book Company.

Brady, P., & Bowd, A. (2005). Mathematics anxiety, prior experience and confidence to teach mathematics among pre-service education students. *Teachers and Teaching*, *11*(1), 37-46.

Bramanti, M. (2011). Il ragionare matematico. In E. Rigotti, & C. Wolfsgruber (Eds.) *Conoscenza e compimento di sé. Formazione interdisciplinare in Matematica, Scrittura, Storia, Dante* (pp. 41-53). Fondazione per la Sussidiarietà.

Brosseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *7*(2), 33-115.

Bruner, J. (1994). The “remembered” self. *The remembering self : Construction and accuracy in the self-narrative*, 41-54.

Bobbio, A. (2005). Il gioco come dispositivo pedagogico. *École Valdôtaine*, *68*. https://www.regione.vda.it/istruzione/Publications/ecole_valdotaine_archives/68/05.htm [2 giugno 2025]

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as “Springboards for inquiry”: A teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(2), 166. https://doi.org/10.2307/749507

Buxton, L. (1981). *Do You Panic about Maths? Coping with Maths Anxiety*. Heinemann Educational Books.

Burt, C.L., & Moore, L.C. (1912). The mental differences between the sexes. *Journal of experimental Pedagogy, 1*, 273-284.

Carey, E., Devine, A., Hill, F., & Szűcs, D. (2017). Differentiating anxiety forms and their role in academic performance from primary to secondary school. *PLoS ONE*, *12*(3). https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0174418 [2 giugno 2025]

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, R. (2007). *Research methods in education*. Routledge Falmer.

Collins, J. L. (1982). *Self-efficacy and ability in achievement behavior* [Doctoral dissertation] Stanford University.

Commissione Europea. (2018). *Raccomandazione del Consiglio del 22 maggio 2018 relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente* (2018/C 189/01). Gazzetta ufficiale dell'Unione europea. https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/?uri=CELEX%3A32018H0604(01)

Coppola, C., Di Martino, P., Mollo, M., Pacelli, T., & Sabena, C. (2013). Pre-service primary teachers' emotions: the math-redemption phenomenon. In A. M. Lindmeier, & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 225-232). Kiel, Germany: PME.

Cornoldi, C. (1995). *Metacognizione e apprendimento*. Il Mulino.

Cornoldi, C., Caponi, B., Falco, G., Focchiatti, R., Lucangeli, D., & Todeschini, M. (1995). *Matematica e metacognizione: atteggiamenti metacognitivi e processi di controllo*. Erickson.

Cortés-Suárez, G., & Sandiford, J. R. (2008). Causal attributions for success or failure of students in college algebra. *Community College Journal of Research and Practice, 32* (4-6).

D'Amore, B. (2021). Riflessioni sull'apprendimento della Matematica nella Scuola dell'infanzia…e anche prima. *Bambini*, *37* (5), 1-8.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2013). La didattica della didattica della matematica: esperienze personali e spunti critici di discussione e ricerca. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, *36*(4), 325-353.

D'Amore, B., & Sbaragli, S. (2011). *Principi di base di didattica della matematica*. Pitagora editrice.

Dasinger, J. A. (2013). Causal attributions and student success in developmental mathematics. *Journal of developmental education, 36(3), 2.* https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1067285.pdf

D'Auria, A., & Cavinato, G. (2020). Formazione iniziale degli insegnanti: l'araba fenice. In M. Baldacci, E. Nigris, & M. G. Riva (A cura di), *Idee per la formazione degli insegnanti* (pp. 58-67). Franco Angeli.

Deci, E. L., Olafsen, A. H., & Ryan, R. M. (2017). Self-Determination Theory in Work Organizations: The State of a Science. *Annual Rewiew of Organisational Psychology and Organisational Behavior*, *4* (1), 19-43. https://www.annualreviews.org/content/journals/10.1146/annurev-orgpsych-032516-113108

Demattè, A. (1996). L'errore, risorsa sempre attuale per la didattica della matematica. *Didattica delle Scienze, 184.*

Di Ianni, M. (2020). *Il sentiero dei problemi impossibili: Da Euclide al problema da un milione di dollari*. FrancoAngeli.

Di Martino, P. (2017). Problem solving e argomentazione matematica. *Didattica della matematica dalla ricerca alle pratie d'aula*, 1, 23-37. https://doi.org/10.33683/ddm.17.1.2

Di Martino, P., & Maracci, M. (2009). The secondary-tertiary transition: beyond the purely cognitive. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 401-408). Thessaloniki, Greece: PME

Di Martino, P., & Mareschi, A. (2018). Il ruolo dell'argomentazione nell'educazione matematica. In L. Giacardi, M. Oggero, & C. Sabena (A cura di), *Conferenze e Seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2017-2018* (pp. 49-58). L'Artistica Editrice.

Di Martino, P., & Sabena, C. (2011). Elementary pre-service teachers' emotions: shadows from the past to the future. In K. Kislenko (A cura di), *Current state of research on mathematical beliefs XVI* (pp. 89-105). Tallinn University.

Di Martino, P., & Zan, R. (2010). 'Me and maths': towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teachers Education*, *13*(1), 27-48.

Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: a bridge between beliefs and emotions. *ZDM – Mathematics education*, *43*(4), 471-482.

Di Martino, P., & Zan, R. (2020). *Problemi per crescere. Matematica senza paura*. Giunti Scuola.

Evans, J. (2002). *Adults' mathematical thinking and emotions: A study of numerate practice*. Routledge.

Evans, J. & Zan, R. (2006). Sociocultural Approaches to Emotions in Mathematics Education: Initial Comparisons, In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 41-48). Prague: PME.

Fandiño Pinilla, M. I., & Sbaragli, S. (2011). *Matematica di base per insegnare nella scuola primaria*. Pitagora.

Ferrara, F., Ferrari, G., Robutti, O., Contini, D., & Di Tommaso, M. L. (2021). When gender matters: A study of gender differences in mathematics. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds). *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 255-263). Khon Kaen, Thailand: PME.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American Psychologist, 34*(10), 906-911.

Freire, P. (1992). *Pedagogy of Hope for Global Social Justice.* Bloomsbury Academic.

Funghi, S. (2015). Il Rapporto con la Matematica degli Insegnanti di Scuola Primaria: uno studio sugli Insegnanti in Formazione e in Servizio.

Gavora, P. (2010). Slovak pre-service teacher self-efficacy: Theoretical and research considerations. *The new educational review*, *21*(2), 17-30.

Genovese, E., Ghidoni, E., & Guaraldi, G. (2013). *Discalculia nei giovani adulti: Indicazioni e strumenti per uno studio efficace*. Erickson.

Grange, T. (2011). Differenziazione pedagogica e equità formativa nella scuola: nuove sfide e antichi dibattiti. *C. Piu, A. Piu & O. De Pietro (A cura di), I tempi e i luoghi della formazione,* Monolite editrice, 73-80.

Grange, T. (2013). Per una concezione evolutiva della motivazione scolastica. *L'école Valdôtaine*, *93*, 89-104. https://www.regione.vda.it/istruzione/Publications/ecole_valdotaine_archives/93/7.pdf

Grusec, J. E., Goodnow, J. J., & Kuczynski, L. (2000). New Directions in Analyses of Parenting Contributions to Children's Acquisition of Values. *Child Development*, *71*(1), 205-211.

Halmos, P.R. (1975). The Teaching of Problem Solving. *The American Mathematical Monthly,* 82(5), 466-470.

Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator, 13*(2), 47-57.

Hannula, M. S., Liljedahl, P., Kaasila, R., & Rösken, B. (2007). Researching relief of mathematics anxiety among pre-service elementary school teachers. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 153-157). Seoul: PME.

Harter, S. (1974). Pleasure derived by children from cognitive challenge and mastery. *Child Development, 45, 661-669.*

Hoffman, B., & Schraw, G. (2008). The influence of self-efficacy and working memory capacity on problem-solving efficiency. *Learning and individual Differences, 19*(1), 91- 100.

Huizinga, M., Dolan, C. V., & Van der Molen, M. W. (2006). Age-related change in executive function: Developmental trends and a latent variable analysis. *Neuropsychologia*, *44*(11), 2017-2036.

INVALSIopen. (n.d.a). *Gestinv – Archivio delle Prove INVALSI*. https://www.gestinv.it/Index.aspx [2 giugno 2024]

INVALSIopen. (n.d.b). *I risultati delle prove INVALSI 2024*. https://www.invalsiopen.it/risultati/risultati-prove-invalsi-2024/ [2 giugno 2024]

Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema Educativo di Istruzione e di Formazione (INVALSI). (n.d.). *Le Prove INVALSI*. https://www.invalsiopen.it/prove/ [2 giugno 2024]

Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema Educativo di Istruzione e di Formazione (INVALSI) (2019). *Rapporto INVALSI 2019.* https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/Rapporto_prove_INVALSI_2019.pdf#page=60 [2 giugno 2024]

Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema Educativo di Istruzione e di Formazione (2024). *Rapporto INVALSI 2024*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2024/Rilevazioni_Nazionali/Rapporto/Rapporto%20Prove%20INVALSI%202024.pdf

Jacobs, J.E. (1991). Influence of gender stereotypes on parent and child mathematics attitudes. *Journal of Educational Psychology, 83*(4), 518-527.

Jackson, C.D., & Leffingwell, R.J. (1999). Role of instructors in creating math anxiety in students from kindergarten to college. *The Mathematics Teacher, 92*(7), 583-586. http://www.jstor.org/stable/27971118

Kahle, D. K. (2008). *How elementary school teacher's mathematical self-efficacy and mathematics teaching self-efficacy relate to conceptually and procedurally oriented teaching practices* [Doctoral dissertation] The Ohio State University.

Klassen, R. M. (2004). Optimism and realism: A review of self-efficacy from a cross-cultural perspective. *International Journal of Psychology, 39*(3), 205-230.

Lester, F.K., Jr. (2002). Implications of research on students' beliefs for classroom practice. *Mathematics education library*, *31*, 345-354.

Ligorio, M. B., & Cacciamani, S. (2013). *Psicologia dell'educazione*. Carrocci.

Lipari, C., & D'Amico, A. (2008). Teorie implicite dell'apprendimento matematico in insegnanti di scuola primaria. *Psicologia dell'educazione*, *3*(2).

Lucangeli, D. (2023). *Suscitare la curiosità e l'interesse in classe*. Erikson. https://www.erickson.it/it/mondo-erickson/suscitare-la-curiosita-e-interesse-in-classe#:~:text=Il%20giusto%20livello%20di%20sfida,potrebbe%20generare%20ansia%20e%20frustrazione [2 giugno 2025]

Lucangeli, D., & Mammarella, I. C. (2010). *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*. Franco Angeli.

Mariani, L. (1999). Gli stili di apprendimento: Verso una didattica differenziata. In F. Quartapelle (Eds.), *Proposte per una didattica modulare*. Franco Angeli.

Mariotti, M. A., & Maffia, A. (2018). Dall'utilizzo degli artefatti ai significati matematici: il ruolo dell'insegnante nel processo di mediazione semiotica. *Didattica Della Matematica. Dalla Ricerca Alle Pratiche d'aula*, (4), 50- 64. https://doi.org/10.33683/ddm.18.4.3

Mayer, R. E. (1990). *Problem solving*. In M. W. Eysenck (Ed.), *Cognitive psychology : An international review* (pp. 107–123).

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, *1*, 575-596.

McLeod, D. B., & Adams, V. M. (1989). *Affect and mathematical problem solving: A new perspective.* Springer.

Meirieu, P. (2017). *Faire l'école faire la classe : démocratie et pédagogie*. Éditions Sociales Françaises (ESF).

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (MIUR). (2011). *Linee guida per l'inclusione scolastica degli alunni con bisogni educativi speciali*. https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Linee+guida+inclusione+2011.pdf

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (MIUR). (2012). *Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. Annali della Pubblica Istruzione. Le Monnier. https://www.miur.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+2012.pdf

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (MIUR). (2018). *Indicazioni Nazionali e Nuovi Scenari*. Le Monnier. https://www.mim.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+e+nuovi+scenari/

Mršnik, S., Cotič, M., Felda, D., & Doz, D. (2023). Teachers' attitudes towards Mathematics Problem-Solving. *International Journal of Instruction*, 16(2), 823-826. https://doi.org/10.29333/iji.2023.16243a

Neale, D. (1969). The role of attitudes in learning mathematics. *The Aritmetic teacher, 16*(8), 631-640.

Ortony, A., Clore, G.L., & Collins, A. (1988). *The cognitive structure of emotions*. Cambridge University Press.

Panero, M., Di Martino, P., Castelli, L., & Sbaragli, S. (2020). L'evoluzione degli atteggiamenti verso la matematica e il suo insegnamento degli insegnanti di scuola elementare in formazione iniziale. *Didattica della matematica dalla ricerca alle pratiche d'aula*, *8*, 48–77. https://doi.org/10.33683/ddm.20.8.3

Paparella, N. (2012). *L'agire didattico*. Guida Editori.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. Basic Books.

Pajares, F., & Miller, D. (1994). Role of Self-Efficacy and Self-Concept Beliefs in Mathematical Problem Solving: A Path Analysis. *Journal of Educational Psychology*, *86*,193-203.

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational psychology review, 18*(4), 315-341.

PerContare (n.d.). *Guide*. https://www.percontare.it/ [2 giugno 2025]

PISA, (2012). *Quadro di Riferimento analitico per la Matematica, la Lettura, le Scienze, il Problem Solving e la Financial literacy* https://www.invalsi.it/invalsi/ri/pisa2012/documenti/Problem_Solving.pdf

Polanyi, M. (1966). *The Tacit Dimension.* Anchor Books.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Princeton University Press.

Robotti, E., & Bionaz, E. (2016). Geogebra e disturbi specifici di apprendimento (DSA): analisi di un case study. *LA FORMAZIONE DOCENTI*, 123.

Rokeach, M. (1968). *Beliefs, attitudes, and values*. Jossey-Bass.

Rowe, A. D., & Fitness, J. (2018). Understanding the role of negative emotions in adult learning and achievement: A social functional perspective. *Behavioral sciences, 8*(2), 27.

Sbaragli, S. (2008). La divisione. Aspetti concettuali e didattici. *Didattica della matematica e azioni d'aula. Atti del convegno Incontri con la matematica*, (22), 151-154.

Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: how professionals think in action*. Basic Books.

Schunk, D. H., & Pajares, F. (2002). The development of academic self-efficacy. In *Development of achievement motivation* (pp. 15-31). Academic Press.

Seligman, M.E., & Mayer, S.F. (1967). Failure to escape traumatic shock. *Journal of Experimental Psychology*, *74*, 1-9.

Seo, K. H., & Ginsburg, H. P. (2003). What is Developmentally Appropriate in Early Childhood Mathematics Education? Lessons from New Research: Section 2 Math Standards and Guidelines. In *Engaging young children in mathematics* (pp. 91-104). Routledge.

Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9-15.

Staub, F. C., & Stern, E. (2002). The nature of teachers' pedagogical content beliefs matters for students' achievement gains: Quasi-experimental evidence from elementary mathematics. *Journal of educational psychology*, *94*(2), 344-355.

Stylianides, A. J., Bieda, K. N., & Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education research. In *The second handbook of research on the psychology of mathematics education: The journey continues* (pp. 315-351), Rotterdam: SensePublishers.

Tavernese, S. (2024, 14 ottobre). *La Valle d'Aosta bocciata in matematica* [Servizio televisivo], TG Regione Valle d'Aosta, Rai News. https://www.rainews.it/tgr/vda/video/2024/10/la-valle-d-aosta-bocciata-in-

matematica-09554ee5-4c47-461e-a303-4d795420d1fe.html [2 giugno 2025]

Tessaro, F. (2014). Compiti autentici o prove di realtà?. *Formazione & insegnamento*, *12*(3), 77-88.

Tomlinson, C. A. (1995). *How to differentiate instruction in Mixed-Ability Classrooms.* Association for Supervision & Curriculum Deve.

Treccani, (n.d.). *Vocabolario Treccani online https://www.treccani.it/vocabolario/* [2 giugno 2025]

Trinchero, R. (2014). Il Servizio Nazionale di Valutazione e le prove Invalsi. Stato dell'arte e proposte per una valutazione come agente di cambiamento. *Form@ re-Open Journal per la formazione in rete*, *14*(4), 34-49.

Truffelli, E., & Asquini, G. (2022). Concezioni della valutazione e dell'apprendimento in insegnanti di matematica nella scuola primaria. *Cadmo: giornale italiano di pedagogia sperimentale, 1,* 21-36.

Usher, E. L., & Pajares, F. (2008). Sources of self-efficacy in school: Critical review of the literature and future directions. *Review of Educational Research*, *78*(4), 751-796.

Van Dinther, M., Dochy, F., & Segers, M. (2011). Factors affecting students' self-efficacy in higher education. *Educational Research Review*, *6*(2), 95-108.

Van Nuland, H. J. C., Dusseldorp, E., Martens, R. L., & Boekaerts, M. (2010). Exploring the motivation jungle: Predicting performance on a novel task by investigating constructs from different motivation perspectives in tandem. *International Journal of Psychology, 45*(4), 250-259.

Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. *Psychological review*, *92*(4), 548-573.

Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire.* Springer.

Zan, R., & Di Martino, P. (2007). Attitude towards mathematics: overcoming the positive and negative dichotomy. *The montana mathematics enthusiast*, *3*(1), 157-168.

Zuya, H. E., Kwalat, S. K., & Attah, B. G. (2016). Pre-Service Teachers' Mathematics Self-Efficacy and Mathematics Teaching Self-Efficacy. *Journal of education and practice*, *7*(14), 93-98.