UNIVERSITÀ DELLA VALLE D'AOSTA
UNIVERSITÉ DE LA VALLÉE D'AOSTE

DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE E POLITICHE

Corso di Laurea in economia e management

Tesi di Laurea

BITCOIN: SIMULAZIONI, PREVISIONI E ANALISI DEL RISCHIO

Relatrice:
Prof. Nava Consuelo Rubina

Tesi di:
Efraim Rossignod
23 C06 096

Anno accademico 2025/2026

INDICE

1.0 Introduzione

Negli ultimi anni Bitcoin ha assunto un ruolo sempre più rilevante nei mercati finanziari, attirando l'interesse di investitori, istituzioni e ricercatori grazie alla sua elevata volatilità e alle sue caratteristiche innovative. La difficoltà nel prevedere l'andamento dei prezzi ha favorito lo sviluppo di numerosi modelli statistici ed econometrici finalizzati alla previsione dei rendimenti e alla misurazione del rischio.

Nonostante la letteratura abbia proposto diversi approcci, permane la difficoltà di rappresentare in modo adeguato la forte volatilità e gli eventi estremi che caratterizzano il mercato delle criptovalute. In particolare, risulta di interesse integrare modelli di previsione della volatilità con tecniche di simulazione capaci di descrivere scenari futuri realistici.

L'obiettivo della presente tesi è sviluppare un modello di analisi del prezzo di Bitcoin che combini ARIMA, eGARCH e simulazioni Monte Carlo con Jump Diffusion, al fine di analizzare l'evoluzione dei prezzi, stimare il rischio e valutare diverse strategie operative basate su livelli di Stop Loss e Take Profit.

La tesi è articolata in 5 capitoli, il primo capitolo introduce Bitcoin e le principali caratteristiche della tecnologia blockchain. il secondo presenta la letteratura di riferimento. Il terzo descrive i modelli teorici utilizzati, il quarto illustra i risultati empirici ottenuti dall'applicazione del modello ai dati storici di Bitcoin. Infine, il quinto capitolo riporta le conclusioni, discutendo i principali risultati, i limiti dello studio e i possibili sviluppi futuri.

1.1 La nascita di bitcoin

Bitcoin nasce nel contesto dello sviluppo dei sistemi di pagamento digitali e delle loro limitazioni strutturali, in particolare la necessità di ricorrere a intermediari finanziari per la gestione delle transazioni online. Questo modello, basato sulla fiducia in terze parti come banche e istituzioni di pagamento, comporta diversi problemi: aumento dei costi di transazione, possibilità di controversie e impossibilità di garantire pagamenti completamente irreversibili. Nel White Paper pubblicato nel 2008, Satoshi Nakamoto propone una soluzione alternativa fondata su un sistema di pagamento elettronico puramente peer-to-peer, in cui due soggetti possono scambiarsi valore direttamente senza l'intervento di un intermediario finanziario. L'obiettivo principale è eliminare la necessità di fiducia nelle istituzioni centralizzate, sostituendola con la fiducia in regole crittografiche e in un sistema distribuito. Il problema

centrale che questo modello deve risolvere è il cosiddetto “double spending”, ovvero la possibilità che la stessa unità di valuta digitale venga spesa più di una volta. Nei sistemi digitali tradizionali, questo problema viene affrontato tramite un’autorità centrale che verifica e valida ogni transazione. Tuttavia, tale soluzione introduce un punto unico di controllo e di vulnerabilità. Per superare questa criticità, Bitcoin propone una rete peer-to-peer in cui le transazioni vengono pubblicamente annunciate e registrate, e in cui i nodi della rete raggiungono un consenso sull’ordine cronologico delle operazioni attraverso un meccanismo di prova computazionale. In questo modo, il sistema elimina la necessità di un’autorità centrale, distribuendo la verifica tra tutti i partecipanti alla rete.(Nakamoto, 2008)

1.2 Che cos’è Bitcoin

Bitcoin è una criptovaluta decentralizzata che consente il trasferimento di valore tra soggetti attraverso Internet senza l’intermediazione di istituzioni finanziarie. Il sistema si basa su una rete distribuita di nodi che collaborano per validare e registrare le transazioni in modo condiviso. In generale, una criptovaluta è una forma di valuta digitale che non esiste in forma fisica e che viene utilizzata attraverso sistemi informatici. Può essere impiegata sia come mezzo di scambio sia come strumento di investimento. Le criptovalute si fondano su tecniche crittografiche che garantiscono la sicurezza delle transazioni e riducono il rischio di falsificazione o duplicazione.

A differenza delle valute tradizionali, esse non sono emesse né controllate da banche centrali o autorità pubbliche, ma operano in modo decentralizzato all’interno di reti digitali distribuite (Borsa Italiana, s.d.). Le transazioni vengono registrate e verificate attraverso sistemi condivisi, spesso basati su tecnologia blockchain, e possono essere trasferite e conservate mediante portafogli digitali. In questo modo, le criptovalute rappresentano una forma di valore digitale che non richiede un intermediario centrale, ma si basa su regole crittografiche e su infrastrutture distribuite che garantiscono trasparenza, sicurezza e tracciabilità.
Nel modello descritto da Satoshi Nakamoto, Bitcoin può essere interpretato come una catena di firme digitali. Ogni utente trasferisce la proprietà dei propri Bitcoin firmando digitalmente una transazione che collega la moneta al nuovo proprietario. Questo meccanismo consente di ricostruire l’intera storia delle transazioni e di verificare la legittima proprietà delle unità trasferite.
Per garantire l’integrità e la coerenza del sistema, tutte le transazioni vengono registrate in un registro pubblico distribuito, noto come blockchain. La blockchain rappresenta un libro

contabile digitale condiviso tra tutti i nodi della rete, nel quale le operazioni sono memorizzate in ordine cronologico.
A differenza dei registri centralizzati tradizionali, la blockchain non è controllata da un'unica entità, ma è replicata su una molteplicità di nodi indipendenti. Le transazioni vengono raggruppate in blocchi, collegati tra loro in sequenza tramite funzioni crittografiche di hash. Ogni blocco contiene infatti il riferimento crittografico al blocco precedente, dando origine a una struttura concatenata e immutabile.
L'uso combinato di firme digitali e funzioni hash garantisce rispettivamente la legittimità dei trasferimenti e l'integrità dei dati: anche una minima modifica a un'informazione genera un valore di hash completamente diverso, rendendo immediatamente rilevabili eventuali alterazioni. Nel complesso, Bitcoin si configura come un sistema di pagamento decentralizzato in cui la fiducia non è affidata a un intermediario centrale, ma alla solidità matematica del protocollo e al meccanismo di consenso distribuito che regola la rete.(Nakamoto, 2008).

1.3 La Blockchain

La blockchain rappresenta la tecnologia di base su cui si fonda il funzionamento di Bitcoin e costituisce un registro distribuito delle transazioni, condiviso e aggiornato da tutti i nodi della rete.
Nel modello proposto da Satoshi Nakamoto, la blockchain è costruita come una catena di blocchi contenenti gruppi di transazioni. Ogni blocco include un insieme di dati, un riferimento al blocco precedente e una prova crittografica del lavoro svolto per la sua validazione. Un elemento centrale del funzionamento della blockchain è il timestamping distribuito. Ogni blocco viene infatti associato a un'informazione temporale e collegato al blocco precedente attraverso una funzione di hash, creando così una sequenza cronologica di eventi che risulta verificabile e non modificabile senza alterare tutti i blocchi successivi.
Per garantire la sicurezza del sistema viene utilizzato un meccanismo di consenso basato sulla Proof-of-Work, che richiede ai nodi della rete di svolgere un'attività computazionale significativa per validare un blocco. In particolare, i nodi devono trovare un valore che, applicato a una funzione crittografica di hash, produca un risultato conforme a determinati

requisiti. Questo processo rende costoso e difficilmente alterabile il registro delle transazioni. La blockchain viene quindi considerata sicura in quanto l'eventuale modifica di un blocco richiederebbe la rielaborazione di tutti i blocchi successivi, rendendo l'attacco computazionalmente impraticabile se la maggioranza della potenza di calcolo della rete è controllata da nodi onesti.
Un altro elemento fondamentale è la struttura distribuita del sistema. I nodi della rete non sono centralizzati e possono entrare o uscire liberamente, mantenendo comunque una copia aggiornata della blockchain. Il consenso viene raggiunto in modo emergente: la catena valida è considerata quella con il maggiore lavoro computazionale accumulato, ovvero la cosiddetta "catena più lunga".
Infine, la blockchain garantisce immutabilità e trasparenza: una volta che una transazione è stata confermata e inclusa in un numero sufficiente di blocchi successivi, essa diventa estremamente difficile da modificare senza che la rete lo rilevi. Questo meccanismo consente di ottenere un sistema decentralizzato, resistente alla manomissione e basato su regole matematiche condivise piuttosto che su autorità centrali.(Nakamoto, 2008).

1.4 Le caratteristiche di Bitcoin

Bitcoin presenta una serie di caratteristiche strutturali che lo distinguono sia dalle valute tradizionali sia dagli altri asset finanziari, derivanti dal protocollo definito nel White Paper di Satoshi Nakamoto.

Bitcoin è stato progettato con una caratteristica fondamentale di scarsità assoluta, in quanto l'offerta massima è rigidamente limitata a 21 milioni di unità. Tale vincolo è incorporato direttamente nel protocollo e non può essere modificato, rendendo Bitcoin un asset digitalmente scarso per costruzione.
L'emissione di nuovi Bitcoin avviene tramite un meccanismo programmato e decrescente nel tempo chiamato halving. Il processo di halving consiste nella riduzione periodica, circa ogni quattro anni, della ricompensa assegnata ai miner per la validazione dei blocchi. In questo modo, il ritmo di immissione di nuovi Bitcoin nel mercato diminuisce progressivamente fino al raggiungimento del limite massimo di 21 milioni di unità.

Questa struttura implica un modello monetario a offerta rigida, in cui la quantità totale non può aumentare in risposta alla domanda di mercato, a differenza delle valute fiat.
Le valute fiat sono valute emesse e garantite dalle banche centrali, il cui valore non è ancorato a un bene fisico ma si basa sulla fiducia nell'autorità emittente. A differenza di Bitcoin, le valute fiat possono essere emesse in quantità potenzialmente illimitata attraverso politiche monetarie espansive, come l'aumento della base monetaria.
Secondo la letteratura economica, la rigidità dell'offerta di Bitcoin costituisce uno dei principali fattori strutturali che influenzano la formazione del valore di lungo periodo dell'asset (Rudd e Porter, 2025).

Bitcoin è altamente divisibile: ogni unità può essere suddivisa fino alla più piccola frazione, denominata *satoshi*. Questa caratteristica consente di effettuare transazioni di qualsiasi valore, anche molto ridotto, rendendo il sistema adattabile a diversi contesti di utilizzo economico.
La divisibilità è resa possibile dalla natura digitale del sistema e dalle regole del protocollo, che permettono la gestione frazionata delle unità senza compromettere la coerenza del registro contabile.(Nakamoto, 2008).

Bitcoin può essere trasferito direttamente tra utenti attraverso una rete peer-to-peer, senza l'intermediazione di istituzioni finanziarie. Le transazioni vengono validate e registrate da una rete distribuita di nodi, consentendo il trasferimento di valore in modo globale, rapido e indipendente da sistemi bancari o confini geografici.
Nel modello descritto da Satoshi Nakamoto, il trasferimento avviene tramite firme digitali che garantiscono il passaggio di proprietà da un utente al successivo. (Nakamoto, 2008).
Una delle caratteristiche fondamentali di Bitcoin è l'assenza di un'autorità centrale di controllo. La rete è composta da nodi indipendenti che partecipano alla validazione delle transazioni e alla manutenzione del registro distribuito.

Il consenso viene raggiunto attraverso un meccanismo distribuito basato sulla Proof-of-Work, che consente alla rete di concordare sullo stato valido della blockchain senza necessità di un ente centrale. Questo modello riduce il rischio di manipolazione e aumenta la resilienza del sistema.(Nakamoto,2008).

Il prezzo di Bitcoin presenta un'elevata volatilità, tipica degli asset digitali in mercati ancora in fase di maturazione. Tale caratteristica non dipende esclusivamente dall'offerta totale, ma dalla quantità effettivamente disponibile per lo scambio (*liquid supply*) e dalle dinamiche di

domanda. In particolare, variazioni anche minime della liquidità possono generare forti oscillazioni di prezzo. In mercati con bassa profondità, piccoli shock di domanda possono produrre effetti amplificati sulla valutazione dell'asset, contribuendo all'elevata variabilità del prezzo (Rudd e Porter, 2025).

Bitcoin non garantisce un anonimato completo, ma un sistema di pseudo-anonimato. Le transazioni sono pubbliche e registrate sulla blockchain, ma non sono direttamente collegate all'identità reale degli utenti, bensì a indirizzi crittografici. Nel modello proposto da Satoshi Nakamoto, questo consente un livello di privacy relativo: le operazioni sono verificabili, ma non immediatamente riconducibili ai soggetti coinvolti, salvo collegamenti esterni tra identità e indirizzi. (Nakamoto, 2008).

1.5 I fattori che influenzano il prezzo di bitcoin

Il prezzo di Bitcoin è il risultato di un insieme articolato di determinanti economiche, finanziarie e comportamentali che interagiscono simultaneamente all'interno di un mercato caratterizzato da elevata volatilità e da una struttura decentralizzata. In termini generali, la sua dinamica può essere ricondotta alla relazione fondamentale tra domanda e offerta, dove l'offerta risulta rigidamente predefinita dal protocollo in un ammontare massimo pari a 21 milioni di unità, mentre la domanda si modifica nel tempo in funzione di variabili macroeconomiche, tecnologiche e psicologiche.
(Rudd e Porter, 2025)

All'interno di questo quadro, un ruolo centrale è attribuito alla domanda transazionale, la quale rappresenta la componente della domanda di Bitcoin legata al suo utilizzo come mezzo di scambio. Tale forma di domanda si distingue dalla domanda puramente speculativa, poiché è connessa all'effettivo utilizzo della rete per trasferimenti di valore, pagamenti e operazioni on-chain. In presenza di una maggiore adozione del sistema Bitcoin, la domanda transazionale tende ad aumentare, riflettendo un più ampio utilizzo della criptovaluta nelle attività economiche reali. Al contrario, in fasi di mercato dominate dall'incertezza o dalla riduzione dell'attività della rete, tale componente può risultare più debole, lasciando prevalere la

componente speculativa nella formazione del prezzo.
(Rudd e Porter, 2025).

Parallelamente, diversi studi evidenziano come il prezzo di Bitcoin sia sensibile a variabili macroeconomiche tradizionali, tra cui inflazione, tassi di interesse e condizioni di liquidità globale. In particolare, in contesti di politiche monetarie espansive e di abbondante liquidità, gli investitori tendono ad aumentare l'esposizione verso asset rischiosi e non convenzionali, tra cui Bitcoin, percepito sempre più frequentemente come possibile riserva alternativa di valore. Al contrario, in fasi di restrizione monetaria e aumento del costo del capitale, la domanda di asset volatili tende a ridursi, contribuendo a pressioni ribassiste sul prezzo. (Dyhrberg, 2018)

Un ulteriore elemento rilevante riguarda i cosiddetti network effects, secondo i quali il valore di Bitcoin cresce in maniera non lineare all'aumentare del numero di utenti e del livello di adozione della rete. In questo contesto, l'espansione dell'ecosistema Bitcoin, misurata attraverso l'aumento degli indirizzi attivi, del volume delle transazioni e dell'integrazione con infrastrutture finanziarie e tecnologiche, contribuisce direttamente alla formazione del prezzo. L'effetto rete implica che il valore del sistema non dipenda esclusivamente dalle caratteristiche monetarie dell'asset, ma anche dalla sua diffusione e utilità complessiva. (Hayes, 2015; Bianchi e Babiak, 2024).

Nel complesso, la letteratura evidenzia come il prezzo di Bitcoin non possa essere ricondotto a un singolo fattore deterministico, ma derivi dall'interazione complessa tra domanda transazionale e speculativa, condizioni macroeconomiche globali, dinamiche di rete e modelli di comportamento degli investitori. Questa struttura multidimensionale contribuisce a spiegare l'elevata volatilità del mercato e la difficoltà di costruire modelli previsivi stabili e universalmente validi nel tempo.

2.0 Review della letteratura di riferimento

La letteratura recente sul Bitcoin ha sviluppato numerosi approcci per la previsione dei prezzi, della volatilità e dei rischi di mercato, evidenziando come la natura di questo asset sia caratterizzata da forte non linearità, elevata volatilità e presenza di shock estremi. In questo contesto, il forecasting (cioè il processo di previsione statistica di valori futuri di una serie temporale) si è progressivamente evoluto da modelli lineari tradizionali verso approcci econometrici avanzati e simulazioni stocastiche, dove per simulazioni stocastiche si intendono metodi basati su processi probabilistici che incorporano casualità esplicita nella generazione delle traiettorie future, al contrario dei modelli deterministici che producono un unico risultato fisso.

Un primo filone di ricerca è rappresentato dall'utilizzo di modelli classici di serie storiche per il forecasting del Bitcoin. In particolare, Kareem e Aue (2025) analizzano la capacità predittiva dei modelli ARIMA per la componente media dei prezzi e dei modelli GARCH ed EGARCH per la volatilità condizionata, dove per volatilità condizionata si intende la variabilità del rendimento che dipende dalle informazioni passate del mercato e quindi non è costante nel tempo.

La metodologia prevede la divisione del campione in una fase di training, cioè il set di dati utilizzato per stimare il modello, e una fase di test out-of-sample, ovvero dati non utilizzati nella stima e impiegati per verificare la capacità predittiva su osservazioni future.

I risultati mostrano che i modelli ARIMA sono in grado di catturare solo dinamiche di breve periodo della serie, mentre i modelli EGARCH risultano più efficaci nella previsione della volatilità grazie alla capacità di modellare la non linearità e l'asimmetria degli shock, cioè il fatto che shock positivi e negativi hanno effetti diversi sulla dinamica futura della volatilità.

Nel complesso, lo studio evidenzia come l'integrazione tra modelli per la media e per la varianza rappresenti un approccio più completo per il forecasting del Bitcoin. (Kareem e Aue, 2025)

Un secondo filone della letteratura riguarda la previsione della volatilità attraverso modelli ibridi che combinano approcci econometrici e machine learning. In particolare, vengono utilizzate reti neurali ricorrenti, come LSTM (Long Short-Term Memory) e GRU (Gated

Recurrent Units), che sono modelli di intelligenza artificiale progettati per analizzare sequenze temporali e catturare dipendenze complesse e non lineari nei dati.

Il framework, cioè la struttura metodologica complessiva dello studio, integra modelli GARCH tradizionali con queste reti neurali al fine di migliorare la capacità di catturare le non linearità presenti nei rendimenti del Bitcoin, dove per rendimenti si intendono le variazioni percentuali (spesso logaritmiche) dei prezzi nel tempo.
L'analisi viene condotta attraverso previsioni out-of-sample della volatilità su diversi orizzonti temporali e confrontando le performance dei modelli attraverso metriche di errore. I risultati evidenziano che gli approcci ibridi superano i modelli GARCH standard, suggerendo che la dinamica della volatilità del Bitcoin presenta una struttura altamente non lineare, cioè non descrivibile attraverso relazioni proporzionali costanti nel tempo. (Zahid et al., 2022)
Un ulteriore contributo rilevante sposta l'attenzione dal forecasting continuo dei prezzi alla previsione di eventi estremi, definiti come "spikes" di mercato. In questo caso viene utilizzato un modello GARCH per stimare la volatilità condizionata, mentre la Support Vector Machine (SVM) viene utilizzata come algoritmo di classificazione per distinguere tra movimenti normali ed eventi anomali.
Il clustering della volatilità, cioè la tendenza dei periodi di alta volatilità a concentrarsi in cluster temporali invece di essere distribuiti casualmente, è una caratteristica fondamentale del mercato Bitcoin e giustifica l'uso congiunto di modelli econometrici e tecniche di machine learning. (Papadimitriou et al., 2022).

Un approccio alternativo è quello probabilistico basato su simulazioni Monte Carlo, che consistono nella generazione di numerosi scenari futuri casuali per rappresentare l'incertezza del mercato. In questo caso viene utilizzato un modello stocastico, cioè un modello basato su variabili aleatorie che evolvono nel tempo secondo leggi probabilistiche.
I processi Lévy frazionari permettono di modellare sia la memoria di lungo periodo della serie sia la presenza di salti improvvisi nei prezzi, mentre il processo di Ornstein–Uhlenbeck descrive una dinamica di ritorno verso una media nel tempo.
La metodologia consiste nella generazione di una distribuzione empirica, cioè una distribuzione ottenuta direttamente dai dati simulati e non imposta teoricamente, dei possibili prezzi futuri.
I risultati mostrano che il Bitcoin presenta una distribuzione non gaussiana, cioè non segue la classica distribuzione normale, con code pesanti, ovvero una maggiore probabilità di eventi

estremi rispetto alla distribuzione normale, e dinamiche caratterizzate da salti improvvisi. (Mba et al., 2022)

Un ulteriore elemento centrale nella letteratura riguarda il ruolo dei salti (jump) nella dinamica della volatilità. In questo caso la volatilità viene decomposita, cioè separata, in una componente continua e una componente di salto.

La componente continua rappresenta la variazione regolare e graduale dei prezzi, mentre la componente di salto rappresenta movimenti improvvisi e discontinui del mercato. L'analisi viene effettuata attraverso la realized volatility, una misura della volatilità calcolata ex-post utilizzando dati ad alta frequenza. (Shen, Urquhart e Wang, 2019) Infine, una parte rilevante della letteratura si concentra sulla previsione del rischio attraverso modelli di Value at Risk (VaR), cioè una misura che stima la perdita massima potenziale di un portafoglio in un dato orizzonte temporale e a un certo livello di confidenza. Lo studio utilizza modelli GARCH per stimare la volatilità condizionata e costruire misure dinamiche di rischio, cioè misure che variano nel tempo in base alle condizioni del mercato. (Cheng, 2023)

3.0 I modelli Teorici del progetto

3.1 La trasformazione dei prezzi in Rendimenti Logaritmici

Poiché le serie storiche dei prezzi finanziari presentano generalmente un andamento non stazionario, l'analisi econometrica viene effettuata non direttamente sui prezzi, ma sui rendimenti. Questa trasformazione permette di analizzare le variazioni percentuali del prezzo nel tempo e di ottenere una serie più adatta all'applicazione dei modelli statistici.

Nel presente lavoro vengono utilizzati i rendimenti logaritmici, definiti come:

$$r_t = \ln(P_t) - \ln(P_t - 1)$$

(3.1)

dove:

rt rappresenta il rendimento logaritmico al tempo t;

P_t indica il prezzo del Bitcoin al tempo t;

P_t−1 rappresenta il prezzo in un intervallo temporale precedente al tempo t;

La trasformazione logaritmica presenta alcuni vantaggi rispetto al rendimento semplice. In particolare, permette di trasformare le variazioni dei prezzi in variazioni additive e rende i rendimenti indipendenti dal livello assoluto del prezzo. Questo aspetto è particolarmente importante nel caso del Bitcoin, caratterizzato da una forte crescita del prezzo nel lungo periodo. Ad esempio, un aumento del prezzo da 10.000 a 11.000 dollari produce una variazione del 10% equivalente ad un aumento da 50.000 a 55.000 dollari: il rendimento logaritmico permette quindi di confrontare variazioni relative indipendentemente dal valore attuale della criptomoneta. Dall'analisi grafica dei rendimenti emerge che la serie oscilla prevalentemente intorno allo zero, evidenziando l'assenza di un andamento deterministico dei rendimenti medi. Tuttavia, sono presenti periodi caratterizzati da maggiore variabilità, indicando la presenza di fenomeni di volatility clustering, ovvero la tendenza dei periodi ad alta volatilità di essere

seguiti da ulteriori periodi di elevata volatilità. Questa caratteristica della serie dei rendimenti rappresenta la motivazione statistica per l'utilizzo successivo di modelli della famiglia GARCH, progettati per modellare la dinamica della volatilità nel tempo.

3.2 Il modello ARIMA

Per analizzare la dinamica della media dei rendimenti del Bitcoin viene considerato il modello ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Average*), un modello statistico utilizzato per descrivere e prevedere il comportamento delle serie storiche.

Il modello ARIMA combina tre componenti principali:

AR (Autoregressive): rappresenta la componente autoregressiva e indica che il valore corrente della serie dipende dai valori osservati nei periodi precedenti. In generale, un modello AR(p) può essere espresso come:

$$y_t = c + \phi_1 y_t - 1 + \phi_2 y_t - 2 + \ldots + \phi_p\, y_t - p + \varepsilon_t$$

(3.2)

dove y_t rappresenta il valore della serie al tempo t, ϕ sono i parametri autoregressivi, ε_t rappresenta l'errore casuale e c rappresenta la costante.

I (Integrated): rappresenta il numero di differenziazioni necessarie per rendere la serie stazionaria, cioè con media e varianza costanti nel tempo. Una serie finanziaria come il prezzo del Bitcoin generalmente non è stazionaria, per questo motivo viene trasformata attraverso i rendimenti logaritmici.

MA (Moving Average): descrive la dipendenza dagli errori passati del modello. La componente MA(q) considera gli shock avvenuti nei periodi precedenti:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 * \varepsilon_{t-1} + \cdots \theta_q * \varepsilon_{t-q}$$

(3.3)

dove θ rappresenta i coefficienti della componente a media mobile.

Il modello completo ARIMA(p,d,q) combina quindi le tre componenti:

$$\phi(B)(1-B)^{dy_t} = \theta(B)\varepsilon_t$$

(3.4)

dove:

p indica il numero di termini autoregressivi;

d indica il numero di differenziazioni;

q indica il numero di termini della media mobile.

Nel caso dei rendimenti logaritmici del Bitcoin, la serie risulta già trasformata e quindi il parametro di integrazione è generalmente pari a zero, poiché la differenziazione necessaria è stata effettuata nella fase precedente attraverso il passaggio dai prezzi ai rendimenti.

La selezione dell'ordine ottimale del modello ARIMA viene effettuata attraverso criteri informativi come l'Akaike Information Criterion (AIC). Tale criterio permette di confrontare diversi modelli considerando contemporaneamente la bontà di adattamento ai dati e la complessità del modello.

L'AIC è definito come:

$$AIC = -2\ln(L) + 2k$$

(3.5)

dove:

L rappresenta la verosimiglianza del modello;

k rappresenta il numero di parametri stimati.

Un valore più basso dell'AIC indica un modello preferibile perché raggiunge un buon livello di spiegazione dei dati mantenendo una struttura più semplice.

Nel contesto finanziario il modello ARIMA viene utilizzato principalmente per modellare la media condizionata dei rendimenti, mentre non è sufficiente per descrivere la variabilità dei

rendimenti nel tempo. Per questo motivo, dopo la stima del modello, i residui vengono analizzati tramite test ARCH al fine di verificare la presenza di eteroschedasticità condizionata e successivamente modellare la volatilità attraverso modelli della famiglia GARCH.

3.3 Il test ARCH

Dopo la modellazione della componente media attraverso il modello ARIMA, viene analizzata la presenza di effetti ARCH nei residui del modello. Il test ARCH è utilizzato per verificare se la varianza degli errori rimane costante nel tempo oppure se presenta una dipendenza dai valori passati degli errori.

Nei modelli tradizionali delle serie temporali si assume spesso che gli errori abbiano varianza costante, cioè che siano omoschedastici. Tuttavia, nelle serie finanziarie questa ipotesi è frequentemente violata, poiché la volatilità tende a variare nel tempo.

Il test ARCH si basa sulla seguente regressione ausiliaria:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \mu\_t$$

(3.6)

dove:

ε_t^2 rappresenta il quadrato dei residui del modello;

α_i sono i parametri che misurano la dipendenza della varianza dagli errori passati;

q rappresenta il numero di ritardi considerati nel test.

L'obiettivo è verificare se gli errori passati contengono informazioni utili per spiegare la volatilità futura.

Le ipotesi del test sono:

Ipotesi nulla (H0): $\alpha_1=\alpha_2=...=\alpha_q=0$

che indica l'assenza di effetti ARCH, quindi una varianza degli errori costante nel tempo.

Ipotesi alternativa (H1):

$\alpha i \neq 0$

che indica la presenza di eteroschedasticità condizionata, cioè una varianza degli errori variabile nel tempo.

Dal punto di vista economico-finanziario, la presenza di effetti ARCH indica che la volatilità dei rendimenti non è costante, ma segue una dinamica temporale. Questo fenomeno è particolarmente frequente nei mercati finanziari ed è noto come volatility clustering.

La presenza di effetti ARCH rende quindi insufficiente un modello che descrive solamente la componente media dei rendimenti, come l'ARIMA. In questo caso è necessario utilizzare modelli della famiglia GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), che permettono di modellare direttamente l'evoluzione della volatilità condizionata nel tempo.

3.4 Il modello eGARCH(1,1) per la modellazione della volatilità

Dopo aver verificato la presenza di effetti ARCH nei residui del modello ARIMA, viene introdotto un modello della famiglia GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) per descrivere la dinamica della volatilità dei rendimenti del Bitcoin. I modelli GARCH sono utilizzati nelle serie finanziarie perché permettono di considerare il fatto che la volatilità non rimane costante nel tempo, ma varia in funzione degli shock passati. In particolare, questi modelli sono in grado di catturare il fenomeno del volatility clustering. Nel presente lavoro viene utilizzato un modello eGARCH(1,1) (*Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), introdotto per superare alcuni limiti dei modelli GARCH tradizionali, in particolare la difficoltà di rappresentare la diversa risposta della volatilità agli shock positivi e negativi.

Il modello eGARCH considera la volatilità in forma logaritmica:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \alpha \left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right| + \gamma \left|\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}\right|$$

(3.7)

dove:

σ_t rappresenta la varianza condizionata al tempo t;

ω rappresenta il livello medio della volatilità;

β misura la persistenza della volatilità nel tempo;

α misura l'effetto degli shock passati sulla volatilità;

γ rappresenta l'effetto asimmetrico degli shock;

ε_t errore passato.

L'utilizzo del logaritmo della varianza permette al modello eGARCH di garantire automaticamente valori positivi della volatilità senza imporre vincoli sui parametri.

Componente della media: ARMA(1,1)

Il modello eGARCH viene combinato con una componente ARMA(1,1) per descrivere la dinamica della media condizionata dei rendimenti.

La componente autoregressiva AR(1) indica che il rendimento corrente può essere influenzato dal rendimento osservato nel periodo precedente:

$$rt = \mu + \phi r_{t-1} + \varepsilon_t$$

mentre la componente Moving Average MA(1) considera l'influenza degli errori passati:

$$rt = \mu + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$$

La componente ARMA permette quindi di catturare eventuali dipendenze temporali presenti nei rendimenti, mentre il modello eGARCH si concentra sulla variazione della volatilità.

Asimmetria degli shock

Una caratteristica fondamentale del modello eGARCH è la possibilità di modellare l'asimmetria della risposta della volatilità agli shock. Nei mercati finanziari, infatti, variazioni negative dei prezzi possono generare aumenti della volatilità maggiori rispetto a variazioni positive della stessa intensità. Questo fenomeno è conosciuto come effetto leverage. Ad esempio, una forte perdita del Bitcoin può generare maggiore incertezza tra gli operatori rispetto a un rialzo equivalente, provocando un aumento più significativo della volatilità futura.

Distribuzione degli errori: t-Student

Per la distribuzione degli errori viene utilizzata una distribuzione t-Student invece della normale. Questa scelta è motivata dal fatto che i rendimenti finanziari presentano spesso code pesanti (fat tails), ovvero una maggiore probabilità di osservare eventi estremi rispetto a quanto previsto dalla distribuzione normale.

Nel caso del Bitcoin questo aspetto è particolarmente rilevante, poiché il mercato delle criptovalute è caratterizzato da frequenti movimenti molto ampi sia positivi sia negativi. La distribuzione t-Student permette quindi di rappresentare in modo più realistico la presenza di eventi estremi.

Volatilità condizionata

Una volta stimato il modello, viene ottenuta la volatilità condizionata, cioè la stima della deviazione standard dei rendimenti prevista dal modello per ogni periodo. La volatilità condizionata permette di osservare l'evoluzione temporale del rischio di mercato:

valori elevati indicano periodi di maggiore incertezza e instabilità;

valori ridotti indicano fasi di relativa tranquillità;

successioni di valori elevati evidenziano fenomeni di clustering della volatilità.

La stima della volatilità attraverso il modello eGARCH rappresenta il passaggio fondamentale per la successiva simulazione dei possibili scenari futuri del prezzo del Bitcoin mediante tecniche Monte Carlo.

3.5 La simulazione Monte Carlo con Jump Diffusion

Dopo la stima del modello eGARCH, vengono generati diversi scenari futuri del prezzo del Bitcoin attraverso una combinazione tra simulazione Monte Carlo e modello Jump Diffusion. L'obiettivo della simulazione non è ottenere una singola previsione del prezzo futuro, ma costruire una distribuzione di possibili evoluzioni del mercato considerando l'incertezza associata ai rendimenti e alla volatilità. La simulazione Monte Carlo consiste nella generazione di numerosi percorsi casuali dei rendimenti futuri coerenti con le caratteristiche statistiche stimate dal modello eGARCH. Ogni simulazione rappresenta un possibile scenario futuro del mercato. In questo modo è possibile analizzare non solo il valore atteso del prezzo, ma anche la probabilità di diversi risultati. Nel presente lavoro vengono considerate molteplici traiettorie

future con un orizzonte temporale definito, permettendo di ottenere una distribuzione dei possibili prezzi finali. Il prezzo futuro viene ricostruito attraverso la relazione:

$$P_t = P_0 e^{\Sigma r_t}$$

(3.8)

dove:

P_t rappresenta il prezzo futuro;

P_0 rappresenta il prezzo iniziale;

r_t rappresenta il rendimento simulato.

Modello Jump Diffusion

Il modello eGARCH permette di modellare la volatilità variabile nel tempo, ma non è sempre sufficiente per rappresentare eventi estremi improvvisi.

Per questo motivo viene introdotta una componente Jump Diffusion, che permette di includere variazioni improvvise del prezzo.

Il rendimento complessivo viene quindi rappresentato come:

$$r_t^* = r_t + J_t$$

(3.9)

dove:

r_t è il rendimento generato dal modello eGARCH;

J_t rappresenta un salto casuale (*jump*).

I salti rappresentano eventi straordinari che possono provocare movimenti improvvisi del prezzo, come: crisi finanziarie; annunci macroeconomici; modifiche normative; shock geopolitici; eventi specifici del mercato delle criptovalute. Questa componente rende la simulazione più realistica perché considera la presenza di movimenti estremi tipici del Bitcoin.

3.6 Le analisi del rischio e valutazione della strategia di trading

Dopo la generazione degli scenari futuri vengono analizzati i possibili risultati attraverso diversi indicatori di rischio e rendimento.

Distribuzione dei prezzi futuri

La distribuzione dei prezzi simulati permette di osservare la probabilità associata ai diversi livelli raggiungibili dal Bitcoin nell'orizzonte temporale considerato. L'analisi della distribuzione consente di valutare: possibilità di rialzi significativi; probabilità di ribassi; dispersione degli scenari futuri. Questo approccio permette quindi di valutare l'incertezza della previsione invece di considerare solamente un valore puntuale.

Value at Risk (VaR) ed Expected Shortfall (ES)

Per misurare il rischio degli scenari simulati vengono utilizzati due indicatori finanziari: Value at Risk ed Expected Shortfall.

Il Value at Risk (VaR) misura la soglia oltre la quale si trovano gli scenari peggiori a un determinato livello di confidenza. Ad esempio, un VaR al 95% indica il livello di prezzo che viene superato nel 95% dei casi, mentre solo il 5% degli scenari presenta risultati peggiori. Tuttavia, il VaR non indica la gravità delle perdite oltre tale soglia. Per questo motivo viene utilizzato l'Expected Shortfall (ES), che calcola la perdita media negli scenari peggiori oltre il VaR. L'ES fornisce quindi una misura più completa del rischio estremo (*tail risk*).

Maximum Drawdown

Il Maximum Drawdown misura la perdita massima subita rispetto al precedente massimo raggiunto dal prezzo.

La formula è:

$$Drawdown = \frac{P_t - P_{\max}}{P_{\max}} \tag{3.10}$$

dove:

P_t è il prezzo corrente;

P_{max} è il massimo precedente.

Questo indicatore permette di valutare il peggior scenario vissuto da un investitore durante il periodo simulato.

Stop Loss e Take Profit

Per valutare una possibile strategia operativa vengono introdotti due livelli:

Stop Loss, che rappresenta il limite massimo di perdita accettata;

Take Profit, che rappresenta l'obiettivo di rendimento.

Per ogni traiettoria simulata viene determinato quale tra Take Profit e Stop Loss viene raggiunto per primo, modellando il problema come un processo di first-passage-time a due soglie. Con questo termine si intende che il prezzo è considerato come un processo stocastico che evolve nel tempo fino a quando "tocca" per la prima volta uno dei due livelli prefissati (barriere). In questo contesto, il risultato dell'operazione dipende esclusivamente dal primo evento di superamento tra le due soglie, rendendo i due esiti (profitto o perdita) mutuamente esclusivi. Questo permette di stimare: probabilità di raggiungere il profitto; probabilità di raggiungere la perdita; probabilità di rimanere in una situazione neutrale. Successivamente vengono analizzate diverse combinazioni di Stop Loss e Take Profit per individuare il miglior compromesso rischio-rendimento.

Per ogni configurazione viene calcolato il valore atteso:

$$EV = P(TP)TP - P(SL)SL$$

(3.11)

Il valore atteso misura il rendimento medio teorico della strategia considerando la probabilità degli scenari positivi e negativi. Un valore positivo indica una possibile convenienza statistica della configurazione analizzata.

Lo Sharpe Ratio permette di valutare il rendimento ottenuto rispetto al rischio assunto.

L’indicatore misura il rendimento aggiustato per la volatilità:

$$Sharpe = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

(3.12)

Dove:

R_p = rendimento del portafoglio

R_f = rendimento dell’attività priva di rischio

σp = deviazione standard dei rendimenti del portafoglio (rischio)

Un valore maggiore indica un rapporto rendimento-rischio più favorevole.

3.7 La validazione del modello e analisi dei tempi di uscita

L’ultima parte dell’analisi riguarda la verifica della capacità previsiva del modello eGARCH attraverso il backtesting della volatilità.

Il campione viene suddiviso in:

training set, utilizzato per la stima del modello;

test set, utilizzato per verificare la capacità previsiva.

Questo approccio viene definito out-of-sample forecasting, perché la previsione viene effettuata su dati che non sono stati utilizzati durante la fase di stima. La volatilità prevista dal modello viene confrontata con la volatilità realizzata osservata nel periodo successivo. Se le due dinamiche risultano simili, il modello mostra una buona capacità di previsione; se invece divergono significativamente, il modello presenta una minore capacità previsiva. Infine, vengono analizzati i tempi necessari per raggiungere gli obiettivi di profitto o perdita. Questa analisi permette di valutare non solo la probabilità di successo della strategia, ma anche la velocità con cui il mercato raggiunge determinati livelli. Gli istogrammi dei tempi di uscita permettono di osservare la distribuzione della durata delle operazioni vincenti e perdenti, fornendo un’indicazione sulla dinamica temporale dei diversi scenari simulati.

4.0 I RISULTATI EMPIRICI

4.1 I dati bitcoin e il calcolo dei rendimenti logaritmici

Il primo passaggio dell'analisi empirica consiste nella raccolta dei dati storici relativi al prezzo di Bitcoin. Nel codice viene utilizzata la funzione getSymbols() della libreria quantmod, che permette di scaricare automaticamente i dati finanziari dal database Yahoo Finance.

```
btc <- getSymbols("BTC-USD", src = "yahoo", auto.assign = FALSE)
```

In questo caso viene scaricato il prezzo storico della coppia BTC/USD, cioè il valore di Bitcoin espresso in dollari statunitensi.

Il parametro:

"BTC-USD" indica l'asset analizzato;

src = "yahoo" specifica la fonte dei dati;

auto.assign = FALSE, permette di salvare direttamente il risultato nell'oggetto btc.

Il dataset ottenuto contiene diverse informazioni giornaliere:

prezzo di apertura (Open);

massimo giornaliero (High);

minimo giornaliero (Low);

prezzo di chiusura (Close);

volume degli scambi.

Per l'analisi viene utilizzato solamente il prezzo di chiusura, perché rappresenta il prezzo finale della giornata e viene generalmente utilizzato negli studi sulla dinamica dei rendimenti finanziari.

Estrazione del prezzo di chiusura:

```
price <- Cl(btc)
```

La funzione Cl() estrae dal dataset solamente la colonna relativa al prezzo di chiusura.

Il risultato è quindi una serie temporale:

P_t

dove:

P_t rappresenta il prezzo di Bitcoin al giorno t.

Successivamente viene creato il grafico:

```
plot(price, main = "Bitcoin Price", col = "blue")
```

che permette di osservare l'evoluzione del prezzo nel tempo.

Nel grafico del prezzo normalmente si osservano:

trend rialzisti o ribassisti;

periodi di forte crescita;

fasi di correzione;

periodi caratterizzati da maggiore instabilità.

Questo primo grafico è utile per avere una visione generale dell'andamento storico di Bitcoin, ma il prezzo assoluto non è la variabile più adatta per modelli statistici, perché non è stazionario.

Grafico 4.1: Bitcoin Price

Calcolo dei rendimenti logaritmici:

returns <- diff(log(price))

returns <- na.omit(returns)

Il rendimento logaritmico viene calcolato come abbiamo visto nel punto 3.

Quindi in pratica misura la variazione percentuale del prezzo tra due giorni consecutivi.

Esempio:

Se Bitcoin passa:

giorno 1:
P_{t-1}=70.000

giorno 2:
P_t=71.000

il rendimento è: ln(71000/70000) pari a circa 0,014, ovvero un rendimento dell'1,4%. L'utilizzo dei rendimenti logaritmici è comune nella letteratura finanziaria perché presenta diversi vantaggi:

1) Trasformazione della serie in una forma più adatta ai modelli: il prezzo cresce nel tempo in modo non lineare, mentre i rendimenti rappresentano variazioni relative. Quindi il modello analizza:

non: "Quanto vale Bitcoin?"

ma: "Quanto cambia Bitcoin da un giorno all'altro?"

2) Additività nel tempo: uno dei vantaggi principali è che i rendimenti logaritmici possono essere sommati.

Ad esempio: rendimento giorno 1: r_1 rendimento giorno 2: r_2 rendimento totale: r_1+r_2

Questo è molto utile nelle simulazioni Monte Carlo e nei modelli di previsione che sono stati usati in seguito.

3) Utilizzo nei modelli GARCH/eGARCH: nelle sezioni seguenti verranno utilizzati:

ARIMA; ARCH test; eGARCH; Monte Carlo.

Questi modelli non lavorano direttamente sui prezzi ma sui rendimenti, perché devono analizzare: media dei rendimenti, volatilità, presenza di shock, variazioni della rischiosità nel tempo.

Eliminazione del valore mancante

```
returns <- na.omit(returns)
```

La funzione elimina il primo valore della serie.

Questo succede perché il primo rendimento non può essere calcolato: per il primo giorno non esiste un prezzo precedente, quindi: r_1 non è disponibile. La funzione rimuove questo valore per evitare errori nei modelli successivi.

Grafico dei rendimenti:

```
plot(returns, main="Bitcoin Log Returns",col="black")
```

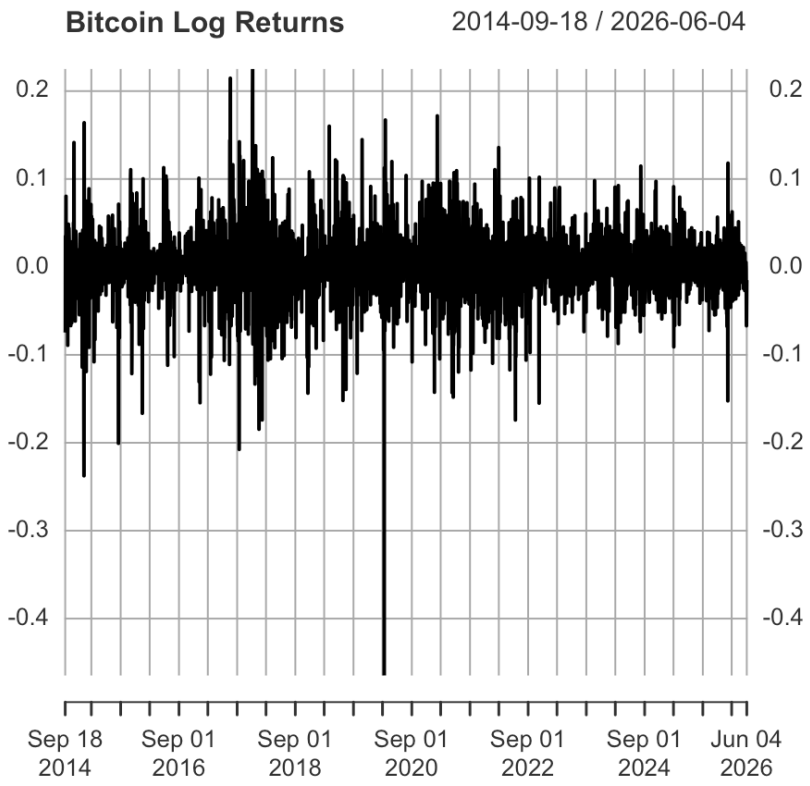
Questo grafico mostra la dinamica dei rendimenti giornalieri.

Rispetto al grafico del prezzo, permette di osservare: variazioni positive e negative; presenza di picchi estremi; periodi con alta volatilità. Nei mercati finanziari, compreso Bitcoin, generalmente si osservano: Volatility clustering cioè periodi dove grandi variazioni sono seguite da altre grandi variazioni.

Esempio: giorno molto positivo: +10% giorno successivo: -8%

Questi fenomeni sono alla base dell'utilizzo dei modelli ARCH/GARCH.

Grafico 4.2: Bitcoin Log Returns



Questa fase prepara i dati per tutta l'analisi successiva.

Dopo aver trasformato il prezzo di Bitcoin in rendimenti logaritmici:

1. viene stimato un modello ARIMA per analizzare la componente media;
2. viene effettuato il test ARCH per verificare se la volatilità cambia nel tempo;
3. viene stimato un modello eGARCH(1,1) con distribuzione t-Student per modellare la volatilità;
4. il modello viene utilizzato per simulazioni Monte Carlo e Jump Diffusion;
5. vengono valutati rischio, VaR, Expected Shortfall, Drawdown e strategie Stop Loss/Take Profit.

4.2 I risultati ARIMA

Dopo aver trasformato i prezzi di Bitcoin in rendimenti logaritmici, il secondo passaggio consiste nella modellazione della componente media dei rendimenti attraverso un modello ARIMA.

Il modello viene stimato tramite:

```
arima_model <- auto.arima(returns)
```

La funzione auto.arima() cerca automaticamente la migliore configurazione del modello ARIMA confrontando diverse combinazioni di parametri e scegliendo quella che minimizza gli indicatori informativi come:

AIC (Akaike Information Criterion);

BIC (Bayesian Information Criterion).

L'obiettivo è individuare una struttura in grado di descrivere eventuali dipendenze temporali nei rendimenti.

Il modello selezionato è:

ARIMA(2,0,0) with non-zero mean

Questo significa che il modello stimato è:

ARIMA(p,d,q) con: (p=2) (d=0) (q=0)

quindi: due componenti autoregressive (AR); nessuna differenziazione aggiuntiva; nessuna componente di media mobile.

Coefficienti stimati, Il modello restituisce:

ar1	ar2	mean
-0.0227	0.0109	0.0012

Media dei rendimenti

Il parametro: mean=0.0012 rappresenta il rendimento medio giornaliero stimato. Significa che nel campione analizzato il rendimento medio giornaliero di Bitcoin è circa: 0,12%. Questo valore positivo indica una tendenza media rialzista nel periodo considerato.

Termine autoregressivo AR(1)

Il parametro: AR1=-0.0227, indica il rapporto tra il rendimento corrente e quello del giorno precedente. Il valore è molto vicino a zero. Questo indica che un rendimento positivo o negativo del giorno precedente ha un effetto molto limitato sul rendimento del giorno successivo.Il segno negativo suggerisce una leggerissima inversione: dopo un rendimento positivo potrebbe esserci una piccola correzione negativa. Tuttavia l'effetto economico è molto debole.

Termine autoregressivo AR(2)

Il parametro: AR2=0.0109 misura l'influenza del rendimento di due giorni prima. Anche questo valore è molto vicino a zero. Significa che i rendimenti passati hanno una capacità molto limitata di spiegare i rendimenti futuri.

Errore standard e significatività

Gli errori standard sono:

ar1= 0.0153
ar2 =0.0153
mean= 0.0005

Confrontando coefficiente ed errore standard si osserva che: AR1 è piccolo rispetto alla sua incertezza, AR2 è piccolo rispetto alla sua incertezza,la componente più rilevante è la media. Quindi il modello suggerisce che Bitcoin presenta una componente prevedibile molto limitata nella media dei rendimenti.

Varianza dell'errore

Il modello restituisce: $\sigma^2 = 0.001235$

Questo valore rappresenta la varianza residua del modello. Indica la quantità di variabilità dei rendimenti che non viene spiegata dalla componente ARIMA. Nel caso di Bitcoin il valore è relativamente elevato, coerentemente con un asset caratterizzato da elevata volatilità.

Log Likelihood:

log likelihood = 8255.57

La log-likelihood misura quanto bene il modello riesce ad adattarsi ai dati.Un valore maggiore indica generalmente un migliore adattamento. Questo valore viene utilizzato soprattutto per confrontare diversi modelli.

Criteri informativi:

AIC = -16503.14
AICc = -16503.13
BIC = -16477.69

Questi indicatori servono a scegliere il modello migliore considerando: qualità dell'adattamento e numero di parametri utilizzati. Più basso è il valore di AIC/BIC, migliore è il compromesso tra precisione e semplicità. Il modello ARIMA(2,0,0) è quindi quello selezionato perché rappresenta il miglior equilibrio tra capacità descrittiva e complessità.

Misure di errore del modello: Il modello calcola gli errori sulla serie utilizzata per la stima.

ME (Mean Error)=-3.23e-06

L'errore medio è praticamente zero, questo indica che il modello non presenta un errore sistematico: non tende né a sovrastimare né a sottostimare continuamente i rendimenti.

RMSE(Root Mean Square Error) = 0.0351

Il Root Mean Square Error misura la distanza media tra valori osservati e valori stimati, un valore maggiore indica maggiore difficoltà previsiva. Nel caso Bitcoin è coerente con la forte variabilità giornaliera dei rendimenti.

MAE (errore assoluto medio) = 0.0229

L'errore assoluto medio indica che mediamente il modello sbaglia di circa il 2,3% sui rendimenti giornalieri.

ACF1 (autocorrelazione dei residui) = -0.00011

L'autocorrelazione dei residui al primo lag è praticamente nulla, questo significa che il modello ha eliminato quasi tutta la dipendenza lineare presente nei rendimenti.

In conclusione il modello ARIMA(2,0,0) mostra che:

i rendimenti passati di Bitcoin hanno una capacità molto limitata di prevedere quelli futuri,

la componente media dei rendimenti è vicina allo zero;

il mercato presenta caratteristiche simili a una serie quasi casuale dal punto di vista della media;

la principale caratteristica da modellare non è quindi la media, ma la volatilità variabile nel tempo.

Per questo motivo il risultato giustifica il passaggio successivo, ovvero l'utilizzo del test ARCH e del modello eGARCH(1,1), che analizzano la dinamica della volatilità dei rendimenti.

4.3 Il test ARCH sui residui del modello ARIMA

Dopo la stima del modello ARIMA(2,0,0), vengono analizzati i residui del modello:

ArchTest(residuals(arima_model), lags = 12)

I residui rappresentano la parte dei rendimenti che il modello ARIMA non è riuscito a spiegare.

r_t = parte spiegata dal modello + epsilon_t
dove:

epsilon_t
sono gli errori residui.

Se questi residui presentano una struttura nella loro variabilità, significa che la volatilità non è costante nel tempo. L'obiettivo del test ARCH è di verificare la presenza di eteroschedasticità condizionale autoregressiva. In altre parole, si vuole capire se periodi di alta volatilità tendono a essere seguiti da altri periodi di alta volatilità, fenomeno noto come volatility clustering.

Ipotesi del test:

Il test ARCH LM utilizza:

Ipotesi nulla (H0): H_0: non esistono effetti ARCH.

Ovvero, la varianza dei residui è costante nel tempo. In questo caso un modello GARCH non sarebbe necessario.

Ipotesi alternativa (H1): H_1: sono presenti effetti ARCH
Cioé, la volatilità dipende dai valori passati degli errori e quindi è necessario un modello che catturi la dinamica della volatilità.

Risultato ottenuto:

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

Chi-squared = 145.99

df = 12

p-value < 2.2e-16

Statistica Chi-quadro: chi^2 = 145.99.
Una statistica così grande indica che le varianze passate dei residui hanno un ruolo importante nello spiegare la volatilità attuale.

Gradi di libertà: df=12. Significa che il test analizza 12 ritardi temporali.Quindi verifica se gli errori passati fino a 12 periodi precedenti influenzano la varianza corrente.

Il risultato più importante è: p-value < 2.2 x 10^{-16} Questo valore è estremamente inferiore ai livelli di significatività normalmente utilizzati, quindi:si rifiuta fortemente l'ipotesi nulla.

In conclusione: il test dimostra che nei rendimenti di Bitcoin sono presenti effetti ARCH:

la volatilità non è costante nel tempo;

gli shock passati influenzano la volatilità futura;

I periodi turbolenti tendono a essere seguiti da ulteriori periodi turbolenti.

Questo risultato è coerente con le caratteristiche tipiche delle criptovalute, caratterizzate da frequenti variazioni improvvise e forte instabilità.

Il risultato del test giustifica l'utilizzo di un modello GARCH/eGARCH. Infatti il modello ARIMA ha mostrato che: la media dei rendimenti è difficilmente prevedibile; mentre il test ARCH mostra che: la volatilità presenta una struttura prevedibile. Per questo motivo nella fase successiva viene stimato un modello: eGARCH(1,1) con distribuzione t-Student, scelto per modellare: volatilità variabile nel tempo; presenza di shock positivi e negativi; code pesanti tipiche dei rendimenti finanziari.

4.4 La stima del modello eGARCH con distribuzione t-Student

Dopo aver verificato la presenza di effetti ARCH nei rendimenti Bitcoin, viene stimato un modello eGARCH(1,1) con distribuzione t-Student. Il modello viene stimato tramite:

```
spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(1,1),include.mean = TRUE ),
   variance.model = list(model = "eGARCH",garchOrder = c(1,1 ),
   distribution.model = "std")
```

Successivamente:

```
fit <- ugarchfit(spec = spec, data = returns)
```

Questo codice permette di stimare i parametri del modello sui rendimenti logaritmici di Bitcoin. Il modello GARCH tradizionale permette di modellare la volatilità variabile nel tempo.La sua idea principale è: periodi con alta volatilità tendono a essere seguiti da altri periodi con alta volatilità. Tuttavia il modello GARCH classico tratta allo stesso modo shock positivi e shock negativi. Nel mercato finanziario questo non sempre è corretto. Il modello eGARCH (Exponential GARCH) permette invece di catturare anche l'asimmetria degli shock. Quindi verifica se: una perdita improvvisa influenza la volatilità più di un guadagno; gli shock negativi generano maggiore instabilità. Questo è particolarmente importante per Bitcoin, dove i crolli improvvisi possono generare forti aumenti della volatilità.

Il modello ottenuto è: GARCH Model : eGARCH(1,1) Mean Model : ARFIMA(1,0,1)

Distribution : std

Significa che il modello è composto da: Parte media ARFIMA(1,0,1) che descrive il comportamento medio dei rendimenti, che comprende: componente autoregressiva AR(1); componente media mobile MA(1).

Parte volatilità eGARCH(1,1) dove: il primo 1 rappresenta la dipendenza dagli shock passati; il secondo 1 rappresenta la persistenza della volatilità passata. Semplificando, la volatilità di oggi dipende dalla volatilità precedente e dagli shock recenti.

Interpretazione dei parametri stimati: Media del rendimento Parametro: mu = 0.001047 p-value = 0.000094

Il rendimento medio giornaliero stimato è: 0.1047% mentre il p-value molto basso indica che il rendimento medio è statisticamente significativo. Quindi nel periodo analizzato Bitcoin presenta una componente media positiva.

Parametro AR(1)

ar1 = 0.061678

p-value = 0.016961

Il coefficiente positivo indica una piccola dipendenza tra rendimento corrente e rendimento passato. Il valore è comunque contenuto. Questo suggerisce che i rendimenti passati hanno una capacità limitata di spiegare quelli futuri.

Parametro MA(1)

ma1 = -0.112179

p-value = 0.000005

La componente MA misura l'effetto degli errori passati. Il coefficiente negativo indica che shock precedenti possono avere un effetto correttivo sui rendimenti successivi. La significatività statistica indica che questa componente migliora il modello.

Parametri della volatilità eGARCH:

omega = -0.087400

p-value = 0.000680

Rappresenta il livello base della volatilità, il valore negativo è normale nei modelli eGARCH perché la volatilità viene modellata attraverso il logaritmo della varianza.

Alpha (reazione agli shock)

alpha1 = 0.016408

p-value = 0.157

Questo parametro misura quanto rapidamente la volatilità reagisce agli shock nuovi, il coefficiente è positivo ma non statisticamente significativo. Il modello indica quindi che gli shock giornalieri hanno un effetto immediato relativamente limitato sulla volatilità.

Beta (persistenza della volatilità)

beta1 = 0.986486

p-value < 0.001

Questo è uno dei risultati più importanti, il valore vicino a 1 indica una forte persistenza della volatilità. Quindi un periodo molto volatile tende a essere seguito da periodi ancora volatili, questo risultato è tipico delle criptovalute.

Gamma (asimmetria degli shock)

gamma1 = 0.243115

p-value < 0.001

Il parametro gamma misura l'effetto asimmetrico, il valore positivo e significativo indica che gli shock negativi e positivi non influenzano allo stesso modo la volatilità. Quindi il modello indica che Bitcoin presenta una risposta diversa agli eventi negativi rispetto a quelli positivi.

Parametro shape della distribuzione t-Student:

shape = 2.763951

p-value < 0.001

La distribuzione t-Student viene utilizzata perché i rendimenti finanziari non seguono una distribuzione normale perfetta. Bitcoin presenta: molti eventi estremi, grandi variazioni improvvise e code della distribuzione più pesanti. Un valore basso del parametro shape indica maggiore presenza di eventi estremi. Questo rende la distribuzione t-Student più adatta della normale per simulare scenari futuri.

LogLikelihood = 9215.701

Misura la capacità del modello di adattarsi ai dati e viene utilizzata per confrontare modelli diversi, un valore elevato indica un buon adattamento.

Criteri informativi:

Risultano: AIC = -4.3047 BIC = -4.2928

Servono per valutare il compromesso tra: precisione e numero di parametri. Valori più bassi indicano un modello preferibile.

Test sui residui: Ljung-Box sui residui al quadrato

Risultati: p-value > 0.30

Questo è un risultato positivo, significa che dopo il modello eGARCH non rimane autocorrelazione nella volatilità e quindi il modello riesce a catturare la dinamica della varianza.

ARCH LM test sui residui

Risultati:vp-value > 0.30

Non vengono più rilevati effetti ARCH residui, il modello eGARCH ha correttamente modellato la volatilità.

Sign Bias Test

Risultato: p-value = 0.624

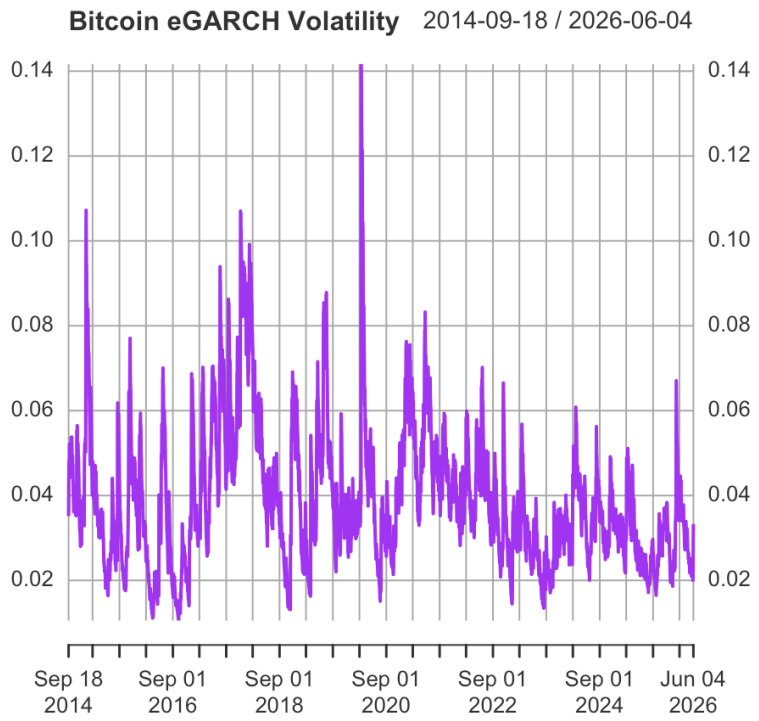
Il test verifica se rimangono effetti asimmetrici non spiegati dal modello, il risultato non significativo indica che l'eGARCH riesce a catturare l'asimmetria degli shock.

In conclusione, il modello eGARCH(1,1) mostra che la volatilità di Bitcoin: non è costante nel tempo; presenta elevata persistenza; reagisce agli shock di mercato; presenta asimmetria tra movimenti positivi e negativi; segue una distribuzione con code pesanti. Il parametro beta vicino a 1 conferma che gli episodi di alta volatilità tendono a persistere nel tempo, mentre la distribuzione t-Student permette di rappresentare meglio eventi estremi tipici del mercato delle cryptovalute.

In seguito alla stima del modello eGARCH(1,1) viene estratta la serie della volatilità condizionata stimata attraverso la funzione sigma(fit) mediante codice:

vol_garch <- sigma(fit), plot(vol_garch, main = "Bitcoin eGARCH Volatility", col = "purple", lwd = 2)

Grafico 4.3: Bitcoin eGARCH Volatility



Il grafico permette di osservare l'evoluzione nel tempo della volatilità stimata dal modello sui rendimenti di Bitcoin. Il risultato mostra che la volatilità presenta un andamento variabile nel periodo analizzato, con fasi in cui assume valori più elevati e altre in cui risulta più contenuta. Questo indica che il rischio associato ai rendimenti di Bitcoin cambia nel tempo e non rimane costante. Dal modello stimato emerge una forte persistenza della volatilità: il parametro β_1 = 0.986486 risulta molto elevato e statisticamente significativo. Questo significa che gli aumenti della volatilità tendono a rimanere presenti anche nelle osservazioni successive, rendendo gli episodi di elevata incertezza più duraturi. Il parametro γ_1 = 0.243115, anch'esso significativo, evidenzia invece un effetto asimmetrico. Nel campione analizzato gli shock negativi e positivi non producono lo stesso effetto sulla volatilità, mostrando che i movimenti ribassisti possono avere un impatto differente rispetto ai rialzi. La volatilità stimata dal modello viene quindi utilizzata come elemento fondamentale nella fase successiva della simulazione, perché permette di generare scenari futuri coerenti con il comportamento storico della variabilità dei rendimenti di Bitcoin.

4.5 La simulazioni Monte Carlo e Jump Diffusion

Dopo la stima della volatilità tramite eGARCH, il modello viene utilizzato per generare scenari futuri del prezzo di Bitcoin attraverso una simulazione Monte Carlo integrata con una componente Jump Diffusion. Sono state simulate 10.000 traiettorie future del prezzo su un

orizzonte temporale di 30 giorni, partendo da un prezzo iniziale fissato pari a: P_0 = 73.300, la simulazione è iniziata il giorno 28/05/2026. Il codice è il seguente:

```
n_sim <- 10000 n_ahead <- 30 sim <- ugarchsim(fit, n.sim = n_ahead, m.sim = n_sim)

sim_returns <- as.matrix(fitted(sim))

entry_date <- as.Date("2026-05-28")

entry_price <- 73300

lambda_jump <- 0.03

jump_mean <- 0

jump_sd <- 0.08

price_paths <- matrix(NA, nrow = n_ahead, ncol = n_sim)

for(i in 1:n_sim){

  r <- sim_returns[, i]

 jumps <- rbinom(n_ahead, 1, lambda_jump)

 jump_sizes <- rnorm(n_ahead, jump_mean, jump_sd)

 r_total <- r + jumps * jump_sizes

r_total[r_total > 0.15] <- 0.15

r_total[r_total < -0.15] <- -0.15

    price_paths[, i] <- entry_price * exp(cumsum(r_total))}
```

La funzione: ‘ugarchsim()’ utilizza il modello eGARCH stimato in precedenza per generare possibili rendimenti futuri coerenti con le caratteristiche osservate nei dati storici, in particolare con la dinamica della volatilità. Successivamente, viene introdotta una componente Jump Diffusion per considerare la presenza di movimenti improvvisi del prezzo, tipici del mercato delle criptovalute. Il parametro: ‘lambda_jump=0.03’ indica la probabilità giornaliera di

osservare un evento estremo. In pratica, ogni giorno esiste una probabilità del 3% che il rendimento venga modificato da un salto casuale.

La dimensione del salto viene generata attraverso: jump_sizes <- rnorm(), con: mu_jump=0 e: sigma_jump=0.08.
Questo significa che gli shock aggiuntivi possono essere sia positivi sia negativi e presentano una deviazione standard dell'8%, rappresentando movimenti eccezionali rispetto alla normale dinamica dei rendimenti.

Per ogni simulazione viene quindi calcolato un rendimento totale: r_totale=r_eGARCH+jump,

Dove: il primo termine deriva dalla dinamica stimata dal modello eGARCH, il secondo rappresenta eventi improvvisi non spiegati dalla normale volatilità.

Successivamente i rendimenti vengono trasformati in prezzi attraverso la formula:

entry_price * exp(cumsum(r_total))

ottenendo così una serie di possibili percorsi futuri del prezzo.

Il limite imposto:

r_total > 0.15

r_total < -0.15

impedisce che singoli eventi simulati generino variazioni giornaliere eccessivamente estreme, mantenendo gli scenari entro un intervallo realistico. Il risultato finale è quindi una matrice: 30 x 10000 dove ogni colonna rappresenta uno scenario possibile del prezzo di Bitcoin nei successivi 30 giorni. Queste traiettorie vengono successivamente utilizzate per analizzare:

distribuzione dei prezzi finali;

probabilità di raggiungere determinati livelli di prezzo;

rischio di perdita tramite VaR ed Expected Shortfall;

probabilità di raggiungimento di Stop Loss e Take Profit.

In questo modo il modello non fornisce un unico prezzo futuro, ma una distribuzione di possibili risultati, permettendo di valutare sia opportunità sia rischi associati all'investimento in Bitcoin.

4.6 La distribuzione dei prezzi futuri simulati

Dopo aver generato i 10.000 scenari futuri tramite Monte Carlo e Jump Diffusion, questo codice è stato utilizzato per analizzare la distribuzione dei prezzi finali raggiunti dopo 30 giorni:

final_prices <- price_paths[n_ahead,] matplot(price_paths,type = "l", lty = 1,col = rgb(0,0,1,0.02),

main = "Bitcoin Monte Carlo + Jump Diffusion",

ylab = "BTC Price",

xlab = "Days")hist(final_prices, breaks = 60, col = "gray", main = "Distribution with Jump Diffusion")

quantile(final_prices, c(0.025, 0.975))

mean(final_prices)

mean(final_prices > 120000)

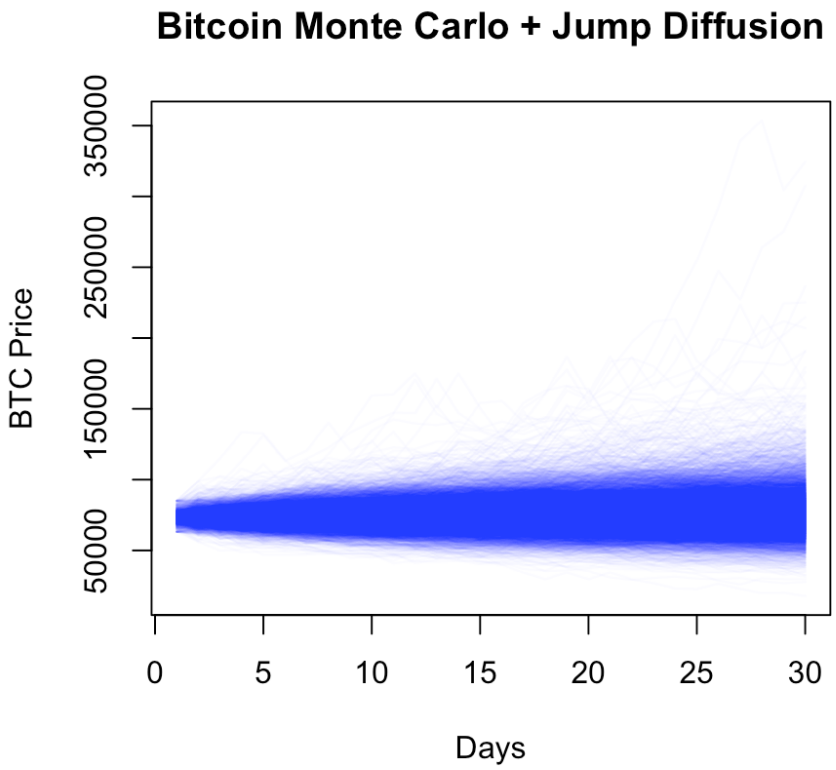
mean(final_prices < 90000)

mean(final_prices > 77000)

La variabile: 'final_prices <- price_paths[n_ahead,]' seleziona il prezzo finale di ogni simulazione al termine dell'orizzonte temporale considerato. Quindi vengono ottenuti 10.000 possibili prezzi di Bitcoin tra 30 giorni, uno per ogni scenario simulato.

Il grafico 4.4 generato mediante il codice: 'matplot(price_paths)' rappresenta tutte le traiettorie generate dal modello. Ogni linea rappresenta un possibile percorso del prezzo nei 30 giorni successivi. La presenza di molte traiettorie differenti evidenzia l'incertezza associata al futuro andamento di Bitcoin: alcuni scenari prevedono aumenti del prezzo, altri diminuzioni.

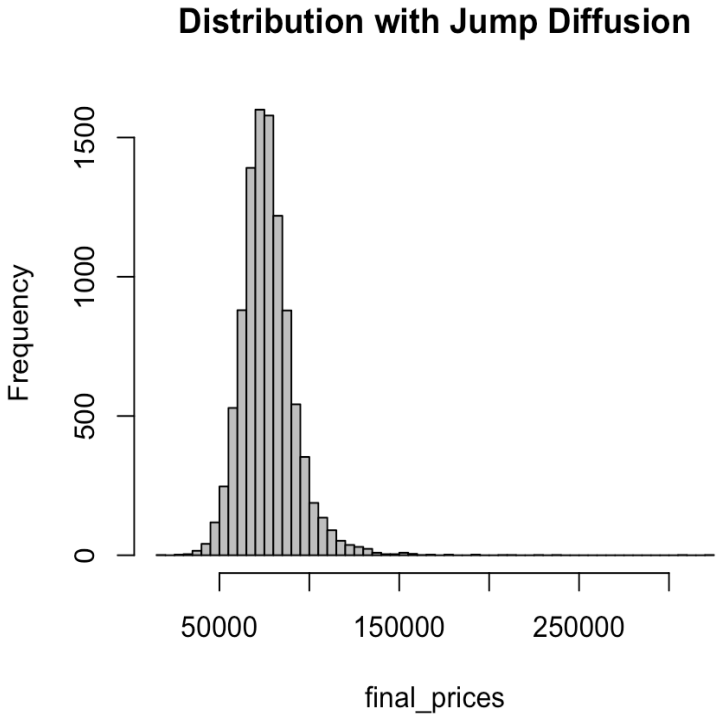
Grafico 4.4: Bitcoin Monte Carlo + Jump Diffusion



Viene di seguito generato un istogramma che mostra la distribuzione dei prezzi finali mediante il seguente codice:

hist(final_prices,breaks = 60, col = "gray",main = "Distribution with Jump Diffusion")

Grafico 4.5: Distribution with Jump Diffusion



L’istogramma rappresenta come sono distribuiti i 10.000 prezzi finali simulati dopo i 30 giorni. L’asse orizzontale mostra i diversi livelli di prezzo raggiunti da Bitcoin, mentre l’asse verticale indica quante simulazioni hanno prodotto quel determinato intervallo di prezzo. Dal grafico si osserva che la maggior parte delle simulazioni è concentrata nella zona compresa tra 50.000 e 90.000 dollari, dove si trova la frequenza più elevata. Questo significa che questi valori sono gli scenari che si verificano più spesso all’interno del modello. La distribuzione presenta una asimmetria positiva, infatti la parte destra del grafico presenta una coda più lunga rispetto alla sinistra. Questo indica la presenza di alcuni scenari con prezzi molto più elevati rispetto alla maggior parte delle simulazioni, anche se con frequenza ridotta. La coda destra è dovuta alla possibilità di movimenti rialzisti estremi introdotti dal modello, caratteristica tipica di asset molto volatili come Bitcoin. Inoltre, il grafico mostra che la distribuzione dei prezzi non è perfettamente simmetrica: gli scenari negativi e positivi non hanno la stessa probabilità di verificarsi e i risultati sono maggiormente concentrati su valori intermedi, con pochi casi estremi.

4.7 L'intervallo dei prezzi simulati

Il comando: ‘quantile(final_prices, c(0.025,0.975))’ restituisce l’intervallo compreso tra il 2,5% e il 97,5% dei risultati simulati.

Il risultato è: 2,5%: 51.572 97,5%: 111.155
Questo significa che il 95% degli scenari simulati produce un prezzo finale compreso circa tra: 51.572 e 111.155, mentre solo il 5% degli scenari si colloca al di fuori di questo intervallo. Quindi il modello evidenzia una dispersione molto ampia dei possibili risultati, coerente con l’elevata incertezza tipica del mercato Bitcoin.

Prezzo medio simulato

Il prezzo medio ottenuto è: E(P)=76.945, questo valore rappresenta il prezzo medio previsto dopo 30 giorni considerando tutti gli scenari generati.

Rispetto al prezzo iniziale:

P_0=73.300
la simulazione indica un valore medio leggermente superiore, suggerendo una variazione attesa positiva: (76956 - 73300)/73300 ≈ 4,97%. Tuttavia questo risultato non rappresenta una previsione certa, ma il valore medio della distribuzione simulata.

Il modello viene poi utilizzato per calcolare la probabilità che il prezzo superi o scenda sotto determinati valori.

Probabilità BTC > 120.000

mean(final_prices > 120000)

Risultato: 1,34%, quindi circa il 1,34% degli scenari porta Bitcoin sopra 120.000 dollari entro 30 giorni. Questo indica che, secondo la simulazione, un rialzo molto elevato è possibile ma poco frequente.

Probabilità BTC < 90.000

mean(final_prices < 90000)

Risultato: 85,06%. Quindi, la maggior parte degli scenari mantiene il prezzo finale sotto 90.000 dollari, mostrando come, nell’orizzonte simulato, livelli superiori a questa soglia risultano relativamente difficili da raggiungere.

Probabilità BTC > 77.000

mean(final_prices > 77000)

Risultato: 45,11%, circa il 45% degli scenari produce un prezzo finale superiore a 77.000 dollari. Il modello restituisce una distribuzione abbastanza equilibrata intorno al valore medio, senza una probabilità dominante di forte rialzo o forte ribasso.

In conclusione, la distribuzione simulata mostra che Bitcoin presenta un'elevata dispersione dei possibili risultati futuri. Anche partendo dallo stesso prezzo iniziale, i 10.000 scenari generano valori finali molto diversi a causa della combinazione tra volatilità stimata dall'eGARCH e shock casuali introdotti dalla Jump Diffusion. Il risultato principale non è quindi un singolo prezzo previsto, ma una rappresentazione probabilistica dei possibili scenari futuri, che verrà utilizzata nelle analisi successive di rischio (VaR, Expected Shortfall, Drawdown) e nella valutazione delle strategie con Stop Loss e Take Profit.

4.8 Le analisi del rischio e analisi Stop Loss e Take Profit

VaR - Expected Shortfall - Drawdown:

Dopo aver ottenuto la distribuzione dei prezzi futuri simulati, viene analizzata la rischiosità della distribuzione attraverso misure di perdita potenziale e di ribasso massimo. Il VaR(Valore a rischio) al 95% identifica il livello di prezzo sotto il quale si trova il 5% degli scenari peggiori simulati. In altre parole, rappresenta una soglia di rischio: il 95% delle simulazioni produce un prezzo finale superiore a tale valore, mentre il restante 5% rappresenta gli scenari più negativi.

Il calcolo: 'var_95 <- quantile(final_prices, 0.05)'

seleziona quindi la coda sinistra della distribuzione dei prezzi futuri, cioè gli scenari caratterizzati dalle perdite più elevate. L'Expected Shortfall (ES) al 95% considera invece la perdita media negli scenari che superano il VaR, quindi non guarda solamente la soglia critica ma misura quanto sono gravi mediamente gli eventi peggiori:

es_95 <- mean(final_prices[final_prices <= var_95])

Un valore di ES inferiore rispetto al VaR indica che nella coda negativa della distribuzione sono presenti scenari con ribassi particolarmente accentuati. Per analizzare il rischio durante il

percorso dei 30 giorni simulati viene calcolato il drawdown massimo di ogni traiettoria Monte Carlo.

Il risultato medio ottenuto è: mean(drawdowns) [1] -0.1490213. Questo indica che mediamente gli scenari simulati presentano una perdita massima temporanea circa del 14,9% rispetto al massimo raggiunto durante il percorso.(In pratica: anche se il prezzo finale può essere positivo, durante il tragitto l'investitore potrebbe subire una discesa del circa 14,9%.)

Il peggior scenario osservato tra tutte le simulazioni è:

min(drawdowns)=[1] -0.7557436, quindi una traiettoria particolarmente negativa arriva a registrare un ribasso massimo del circa 75,6% dal picco precedente.

Analizzando le code estreme della distribuzione dei drawdown:

5% -0.3150515

1% -0.4298340

si osserva che: nel 5% degli scenari peggiori, il drawdown supera una perdita del 31,5%, nell'1% degli scenari più estremi, il drawdown supera una perdita del 42,9%. Questi risultati evidenziano che, anche se il prezzo medio simulato può risultare positivo, il percorso del prezzo presenta una forte esposizione al rischio di ribassi temporanei elevati. La distribuzione dei drawdown mostra quindi una presenza significativa di scenari estremi negativi, coerente con l'elevata volatilità storicamente osservata nel mercato Bitcoin.

Stop Loss / Take Profit

In questa fase vengono confrontate diverse combinazioni di Stop Loss e Take Profit per individuare quale configurazione produce il miglior risultato sulla base delle simulazioni generate, Sono stati testati:

Stop Loss: 3%, 5%, 7%
Take Profit: 5%, 10%, 15%

Per ogni combinazione vengono calcolati: la probabilità di raggiungere il Take Profit (TP Prob) la probabilità di raggiungere lo Stop Loss (SL Prob) la probabilità che nessuno dei due livelli venga raggiunto entro 30 giorni (Neutral Prob) il valore atteso della strategia (Expected Value)

SL 3% – TP 5%

TP Prob: 45,72%
SL Prob: 53,99%
Neutral Prob: 2,90%
Expected Value: 0,0067

La configurazione presenta una bassissima probabilità di scenari neutrali, poiché nella maggior parte dei casi uno dei due livelli viene raggiunto entro l'orizzonte temporale. Il valore atteso risulta positivo ma contenuto.

SL 3% – TP 10%

TP Prob: 34,01%
SL Prob: 63,24%
Neutral Prob: 2,75%
Expected Value: 0,0150

Aumentando il Take Profit diminuisce la probabilità di raggiungerlo, mentre aumenta la probabilità di raggiungere lo Stop Loss. Il valore atteso cresce grazie al maggiore rendimento nei casi positivi.

SL 3% – TP 15%

TP Prob: 26,16%
SL Prob: 66,73%
Neutral Prob: 7,11%
Expected Value: 0,0192

Questa configurazione presenta una minore probabilità di operazioni vincenti, ma il valore atteso aumenta grazie al payoff più elevato.

SL 5% – TP 5%

TP Prob: 54,57%
SL Prob: 44,14%
Neutral Prob: 1,29%
Expected Value: 0,0052

Con livelli simmetrici il Take Profit viene raggiunto più frequentemente dello Stop Loss, ma il valore atteso rimane contenuto.

SL 5% – TP 10%

TP Prob: 41,12%
SL Prob: 52,97%
Neutral Prob: 5,91%
Expected Value: 0,0146

Questa è la configurazione utilizzata nell'analisi principale. I risultati mostrano un equilibrio tra scenari positivi e negativi, con un valore atteso intermedio.

SL 5% – TP 15%

TP Prob: 31,23%
SL Prob: 56,36%
Neutral Prob: 12,41%
Expected Value: 0,0187

L'aumento del Take Profit riduce la probabilità di raggiungimento ma aumenta il rendimento atteso.

SL 7% – TP 5%

TP Prob: 60,46%
SL Prob: 36,72%
Neutral Prob: 2,82%
Expected Value: 0,0045

Allargando lo Stop Loss diminuisce la probabilità di essere fermati in perdita e aumenta la probabilità di raggiungere il Take Profit, ma il rendimento atteso rimane basso.

SL 7% – TP 10%

TP Prob: 45,91%
SL Prob: 44,34%
Neutral Prob: 9,75%
Expected Value: 0,0149

Configurazione bilanciata con miglioramento del rapporto rischio/rendimento rispetto a Stop Loss più stretti.

SL 7% – TP 15%

TP Prob: 34,46%
SL Prob: 47,31%
Neutral Prob: 18,23%
Expected Value: 0,0186

Configurazione con maggiore presenza di scenari neutrali ma valore atteso tra i più alti del set analizzato.

Dai risultati emerge che: l'aumento del Take Profit riduce la probabilità di raggiungimento ma aumenta il rendimento atteso, l'allargamento dello Stop Loss aumenta la probabilità di raggiungere il Take Profit ma anche la probabilità di perdita le configurazioni con valore atteso più elevato si collocano nei casi con Take Profit più alto (10%–15%) Nel complesso, le strategie con obiettivi di profitto più elevati presentano un rendimento atteso maggiore, sebbene associato a una minore probabilità di operazioni vincenti.

Sharpe Ratio

In questa sezione si valuta se i rendimenti ottenuti dalle simulazioni sono adeguati rispetto alla variabilità e al rischio dei risultati. Il calcolo viene effettuato considerando una logica di esecuzione della strategia con Stop Loss e Take Profit, in cui ogni simulazione viene chiusa al primo raggiungimento di uno dei due livelli. Per ogni percorso simulato viene calcolato il rendimento della strategia come:

```
strategy_returns <- apply(price_paths, 2, function(path){
```

```
  tp_index <- which(path >= take_profit)[1]

  sl_index <- which(path <= stop_loss)[1]

  exit_index <- min(tp_index, sl_index, length(path))

  if(is.na(exit_index)) return(0)

  return(log(path[exit_index] / path[1]))})
```

Vengono quindi considerati i rendimenti logaritmici realizzati fino all'uscita della posizione, successivamente:

```
mean_ret <- mean(strategy_returns, na.rm = TRUE)

sd_ret <- sd(strategy_returns, na.rm = TRUE)

sharpe <- mean_ret / sd_ret
```

Lo Sharpe Ratio viene ottenuto rapportando il rendimento medio alla deviazione standard dei rendimenti simulati.

Risultato ottenuto: [1] -0.04591977 cioè, il valore dello Sharpe Ratio è -0,0459

Il valore dello Sharpe Ratio risulta leggermente negativo, indicando che il rendimento medio della strategia non compensa la variabilità dei risultati. Questo suggerisce che, pur in presenza di alcune traiettorie con rendimenti positivi, la distribuzione complessiva degli esiti è dominata da scenari meno favorevoli, riducendo il rapporto rendimento/rischio. Nel contesto del mercato delle criptovalute, questo risultato è coerente con l'elevata volatilità e con la presenza di movimenti rapidi e imprevedibili, che incidono negativamente sulla stabilità dei rendimenti della strategia.

Equity Curve:

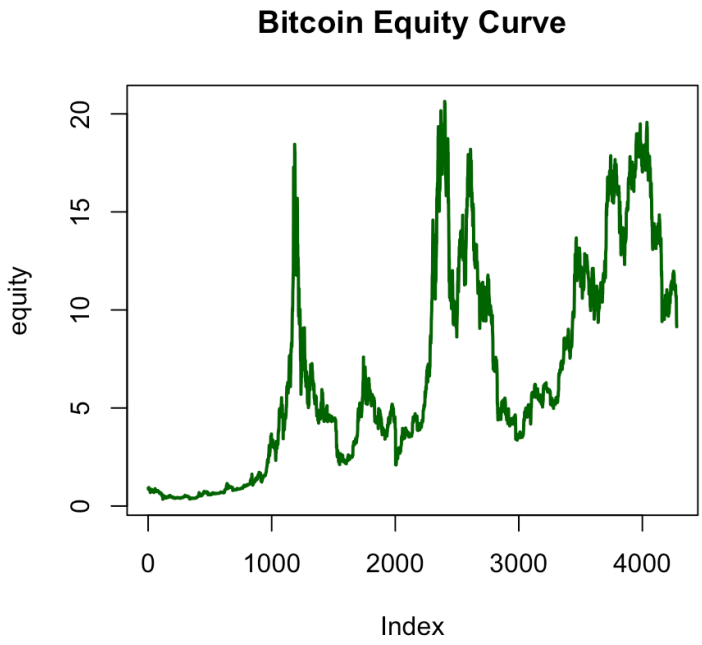
Dopo aver ottenuto la serie dei rendimenti simulati, viene ricostruita l'evoluzione del capitale nel tempo attraverso la capitalizzazione composta dei rendimenti tramite codice:

```
equity <- cumprod(1 + as.numeric(returns))
```

Questo codice consiste nel trasformare i rendimenti giornalieri in fattori di crescita (1 + r_t) e nel moltiplicarli progressivamente lungo l'intero orizzonte temporale, assumendo un capitale iniziale unitario. La serie ottenuta rappresenta il valore cumulato del portafoglio nel tempo e consente di osservare direttamente la performance della strategia in termini di crescita o riduzione del capitale investito. Viene quindi generato il grafico 4.6:

```
plot(equity,  type = "l",main = "Bitcoin Equity Curve",col = "darkgreen",lwd = 2)
```

Grafico 4.6: Bitcoin Equity Curve



Questo grafico mostra l'evoluzione temporale del capitale simulato. Un andamento crescente indica una performance complessivamente positiva della strategia, mentre le fasi discendenti rappresentano periodi di perdita e drawdown. Nel caso analizzato, la curva riflette la forte volatilità del Bitcoin, con movimenti non lineari e alternanza tra fasi di crescita e correzione

Backtesting eGARCH – Predicted vs Realized Volatility e Trading Simulation:

Il backtesting del modello eGARCH viene effettuato dividendo il campione in una parte di training (80%) e una parte di test (20%), al fine di valutare la capacità predittiva del modello su dati non utilizzati nella stima.

```
train_size <- floor(0.8 * nrow(returns))
train <- returns[1:train_size]
test <- returns[(train_size + 1):nrow(returns)]
```

Il modello specificato è un eGARCH(1,1) con componente media ARMA(1,1) e distribuzione t-Student, scelta per catturare asimmetria e code pesanti tipiche dei rendimenti finanziari:

```
spec_bt <- ugarchspec( variance.model = list(model = "eGARCH" garchOrder = c(1,1)),
   mean.model = list(armaOrder = c(1,1) ),
   distribution.model = "std")
```

Il modello viene stimato sull'intero campione con finestra out-of-sample pari alla lunghezza del test set e utilizzato per produrre previsioni della volatilità condizionata:

```
fit_bt <- ugarchfit(spec = spec_bt,data = returns,out.sample = length(test)
forecast_bt <- ugarchforecast(fit_bt,n.ahead = 1, n.roll = length(test) - 1)
predicted_sigma <- as.numeric(sigma(forecast_bt))
```

La volatilità realizzata viene invece approssimata tramite deviazione standard mobile a 20 osservazioni, successivamente smussata con media mobile a 5 periodi per ridurre il rumore:

```
realized_vol <- rollapply(as.numeric(test),width = 20,FUN = sd,fill = NA,align = "right")
realized_smooth <- rollmean(realized_vol,k = 5,fill = NA)
```

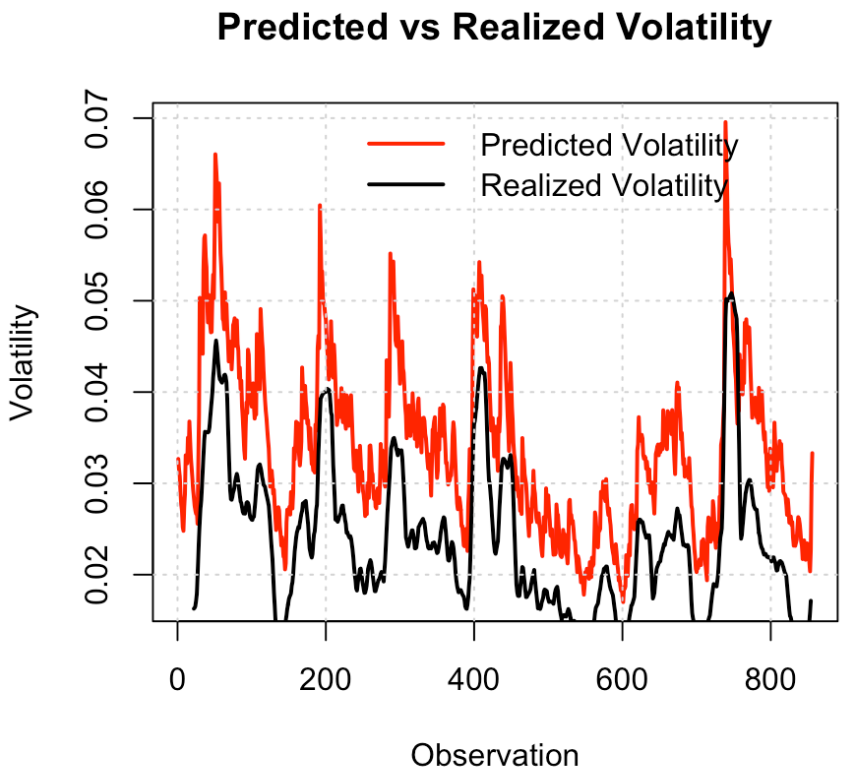
Il confronto tra volatilità predetta e volatilità realizzata mostra la capacità del modello eGARCH di seguire l'evoluzione della volatilità nel tempo, evidenziando la dinamica di clustering tipica dei rendimenti finanziari.

Il grafico 4.7, generato mediante il codice:

```
plot(predicted_sigma type = "l",col = "red",lwd = 2,main = "Predicted vs Realized Volatility",
ylab = "Volatility",xlab = "Observation)
lines(realized_smooth,col = "black",lwd = 2)
```

Evidenzia la sovrapposizione tra la volatilità stimata dal modello (linea rossa) e quella realizzata (linea nera), permettendo una valutazione qualitativa della bontà del modello nel replicare la dinamica della volatilità osservata.

Grafico 4.7: Predicted vs Realized Volatility



Trading simulation con soglie Take Profit e Stop Loss:

A partire dalle simulazioni dei prezzi futuri, viene valutato il comportamento di una strategia basata su livelli prefissati di take profit e stop loss. Per ogni traiettoria simulata si identifica il primo evento tra raggiungimento del profit target o del livello di perdita massima.

```
trade_details <- apply(price_paths,2,function(path){ tp_index <- which(path >= take_profit)[1]
sl_index <- which(path <= stop_loss)[1]

if(is.na(tp_index) & is.na(sl_index)){return(c(result = 0, day = NA))}

 if(is.na(sl_index)){ return(c(result = 1, day = tp_index))}
```

```
 if(is.na(tp_index)){return(c(result = -1, day = sl_index)) }

   if(tp_index < sl_index){return(c(result = 1, day = tp_index))} else {return(c(result = -1, day
= sl_index))})
```

Il risultato viene trasformato in matrice e analizzato per identificare la distribuzione dei tempi di uscita:

```
trade_details <- t(trade_details)
head(trade_details)
```

Dall'analisi emerge il tempo medio necessario al raggiungimento dei target:

Take Profit medio: circa 14.20 giorni

Stop Loss medio: circa 10.09 giorni

Questo indica che, nei casi negativi, il mercato raggiunge più rapidamente il livello di perdita rispetto al raggiungimento del profit target. Infine, vengono analizzate le distribuzioni dei tempi di uscita attraverso istogrammi separati (grafico 4.8 e 4.9) per trade vincenti e perdenti, al fine di evidenziare la diversa dinamica temporale delle due categorie, generati mediante codici:

Grafico 4.8:
```
hist(trade_details[trade_details[,1] == 1, 2],
    breaks = 20,
    main = "Days to Take Profit",
    col = "green")
```

Grafico 4.9:
```
hist(trade_details[trade_details[,1] == -1, 2],
    breaks = 20,
    main = "Days to Stop Loss",
    col = "red")
```

Grazie ai codici implementati vengono ottenuti due grafici distinti, relativi rispettivamente ai giorni necessari per il raggiungimento del Take Profit e ai giorni necessari per il raggiungimento dello Stop Loss nelle diverse traiettorie simulate.

Questi grafici hanno lo scopo di fornire un'ulteriore analisi dinamica del comportamento del prezzo all'interno del modello simulato, andando oltre la semplice probabilità di successo o fallimento della strategia.

In particolare:

sull'asse x è riportato il numero di giorni necessari affinché venga raggiunto il livello di uscita (Take Profit o Stop Loss);

sull'asse y è rappresentata la frequenza delle simulazioni che raggiungono quel determinato tempo di uscita.

L'analisi delle distribuzioni consente di osservare la velocità media con cui il mercato raggiunge i livelli critici, evidenziando eventuali asimmetrie tra scenari positivi e negativi.

In generale, questi grafici non forniscono una previsione deterministica del mercato, ma rappresentano uno strumento probabilistico utile per valutare la tempistica attesa delle operazioni e la struttura dei possibili esiti della strategia.

Grafico 4.8: Days to Take Profit TP = 10%

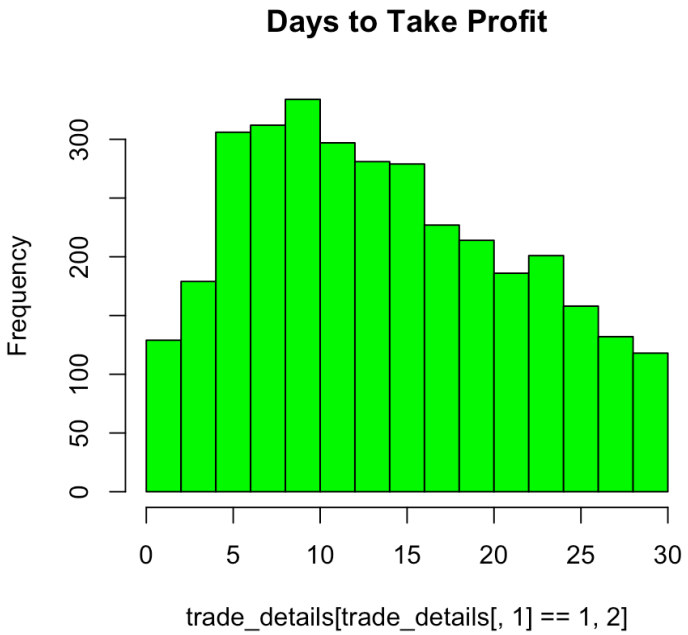
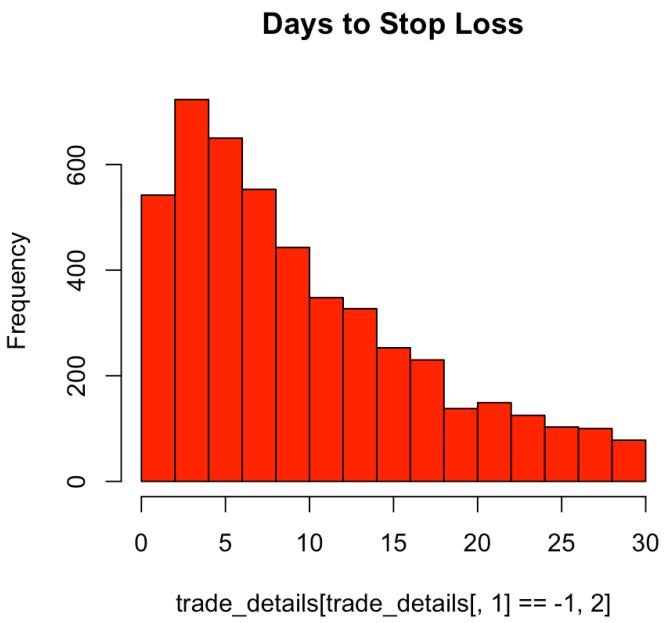


Grafico 4.9: Days to Stop Loss SL = 5%



5.0 CONCLUSIONI

L'obiettivo principale di questo lavoro è stato quello di sviluppare un modello in grado di analizzare il comportamento del prezzo di Bitcoin, combinando strumenti econometrici e tecniche di simulazione per descriverne la dinamica, la volatilità e il rischio. In particolare, la ricerca si è proposta di verificare se l'integrazione tra un modello ARIMA per la componente media, un modello eGARCH per la volatilità e simulazioni Monte Carlo con Jump Diffusion potesse rappresentare un approccio efficace per costruire scenari previsivi e valutare differenti strategie operative basate su livelli di Stop Loss e Take Profit.

I risultati ottenuti mostrano come i rendimenti di Bitcoin presentino una limitata prevedibilità nella componente media, mentre la volatilità evidenzi una struttura ben definita, caratterizzata da persistenza nel tempo e da una risposta differente agli shock di mercato. Il test ARCH ha confermato la presenza di eteroschedasticità condizionata, giustificando l'impiego del modello eGARCH, che si è dimostrato adeguato nel descrivere il fenomeno del volatility clustering tipico dei mercati finanziari e, in particolare, del mercato delle criptovalute.

Successivamente, la volatilità stimata è stata utilizzata per alimentare una simulazione Monte Carlo arricchita da una componente Jump Diffusion, con l'obiettivo di rappresentare anche la possibilità di movimenti improvvisi del prezzo. Questo approccio ha consentito di ottenere una distribuzione dei possibili scenari futuri, superando il limite di una previsione puntuale e offrendo una visione probabilistica dell'evoluzione del mercato. Attraverso tali simulazioni è stato inoltre possibile stimare indicatori di rischio, quali Value at Risk, Expected Shortfall e Maximum Drawdown, oltre a confrontare differenti configurazioni di Stop Loss e Take Profit mediante il calcolo delle rispettive probabilità di successo e del valore atteso.

Nel complesso, gli obiettivi della ricerca possono considerarsi raggiunti. Il modello sviluppato ha permesso di integrare previsione della volatilità, simulazione stocastica e analisi del rischio in un unico framework, fornendo uno strumento utile per comprendere meglio il comportamento di Bitcoin in condizioni di incertezza. Pur non essendo in grado di prevedere con precisione il prezzo futuro dell'asset, l'approccio adottato consente di valutare la distribuzione dei possibili esiti e il rischio associato a differenti scenari di mercato, offrendo un supporto quantitativo alle decisioni di investimento.

È tuttavia opportuno evidenziare alcuni limiti dello studio. L'analisi è stata condotta esclusivamente sui dati storici del prezzo di Bitcoin e su un orizzonte temporale di trenta giorni.

Inoltre, il modello non considera variabili esterne che possono influenzare significativamente il mercato, come fattori macroeconomici, cambiamenti normativi, eventi geopolitici o il profilo psicologico degli investitori. Anche i parametri utilizzati per la componente Jump Diffusion sono stati definiti sulla base di ipotesi semplificative e potrebbero essere stimati attraverso procedure più avanzate.

Partendo da questi limiti, future ricerche potrebbero estendere il modello introducendo variabili esplicative di natura economica e finanziaria, confrontando i risultati con quelli ottenuti mediante tecniche di machine learning o reti neurali, come LSTM e Transformer, oppure applicando la metodologia ad altre criptovalute e a orizzonti temporali differenti. Un ulteriore sviluppo potrebbe riguardare la calibrazione dinamica dei parametri della componente Jump Diffusion e l'utilizzo di dati ad alta frequenza, così da rappresentare con maggiore accuratezza la dinamica del mercato.

In conclusione, il presente lavoro conferma come l'analisi di Bitcoin richieda strumenti capaci di cogliere sia la complessità della volatilità sia la possibilità di eventi estremi. L'integrazione tra modelli econometrici e simulazioni probabilistiche rappresenta un approccio efficace per analizzare il comportamento di un mercato altamente incerto, fornendo informazioni utili non solo dal punto di vista accademico, ma anche per la valutazione del rischio e delle possibili strategie operative.

Sitografia

Nakamoto S. (2008), *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System*. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://bitcoin.org/bitcoin.pdf (consultato 26/05/2026)

Borsa Italiana (s.d.), *Glossario Finanziario - Criptovaluta*. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.borsaitaliana.it/borsa/glossario/criptovaluta.html (consultato 27/05/2026)

Rudd M. A., Porter D. (2025), *Bitcoin Supply, Demand, and Price Dynamics*, Journal of Risk and Financial Management. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.mdpi.com/1911-8074/18/10/570(consultato 29/05/2026)

Rudd M. A., Porter D. (2025), *Bitcoin Supply, Demand, and Price Dynamics*. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.mdpi.com/1911-8074/17/6/229 (consultato 27/05/2026)

Hayes A. S. (2015), *Cryptocurrency Value Formation: An Empirical Study Leading to a Cost of Production Model for Valuing Bitcoin*. Risorsa web reperibile all'indirizzo:https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2648366(consultato 28/05/2026)

Bianchi D., Babiak J. (2024), *Network Effects in Cryptocurrency Markets*. EconStor. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.econstor.eu/handle/10419/328119 (consultato 29/05/2026)

Dyhrberg A. H. (2018), *Bitcoin, Gold and the Dollar – A GARCH Volatility Analysis*. SSRN. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3125347 (consultato 30/05/2026)

Kareem A., Aue A. (2025), *Bitcoin Forecasting with Classical Time Series Models on Prices and Volatility*. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://arxiv.org/abs/2511.06224 (consultato 30/05/2026)

Zahid M., Iqbal F., Koutmos D. (2022), *Forecasting Bitcoin Volatility Using Hybrid GARCH Models with Machine Learning*, Risks, vol. 10, n. 12, art. 237. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.mdpi.com/2227-9091/10/12/237(consultato 01/06/2026)

Papadimitriou E., et al. (2022), *Forecasting Bitcoin Spikes: A GARCH-SVM Approach*, vol. 4, n. 4. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.mdpi.com/2571-9394/4/4/41 (consultato 01/06/2026)

Mba et al. (2022), *A Monte Carlo Approach to Bitcoin Price Prediction with Fractional Ornstein–Uhlenbeck Lévy Process*, vol. 4, n. 2, art. 23. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.mdpi.com/2571-9394/4/2/23 (consultato 02/06/2026)

Shen D., Urquhart A., Wang P. (2019), *Forecasting the Volatility of Bitcoin: The Importance of Jumps and Structural Breaks*. SSRN. Risorsa web reperibile all'indirizzo:https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3449756(consultato 02/06/2026)

Cheng J. (2023), *Modelling and forecasting risk dependence and portfolio VaR for cryptocurrencies*, Empirical Economics. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://link.springer.com/article/10.1007/s00181-023-02360-7(consultato 03/06/2026)

R Core Team (2026), *The R project for Statistical Computing*. Risorsa web reperibile all'indirizzo: https://www.r-project.org/

Ringraziamenti

Ringrazio in primis i miei genitori: mio papà Franco e mia mamma Ester. Grazie a loro ho potuto fare tutto questo, grazie al loro sostegno continuo e alla fiducia nei miei confronti, anche se una parte degli insegnanti diceva loro che, a causa del mio disturbo DSA, lo studio sui libri non facesse proprio per me. Dicevano sempre che ero più portato per i lavori manuali, escludendomi dalla strada dello studio. Infatti, come scuola superiore, ho scelto una scuola di falegnameria. Finite le superiori, ho fatto la scelta di iscrivermi all'università e i miei genitori, senza nessun dubbio, mi hanno sostenuto in questa decisione che per me non era per niente scontata. Per questo gli sarò sempre grato per tutta la fiducia che mi hanno dato. Mi dispiace che il voto di laurea non sia dei migliori, però so che voi sapete lo sforzo che ci metto e quanta fatica faccio nello studiare. Grazie.

Devo ringraziare anche mio fratello Giosia, che è stato molto importante soprattutto nel primo anno di università: mi ha dato una grandissima mano nello studio, visto che arrivavo da un contesto di superiori dove non ti preparano per niente a un'università come Economia. Grazie a lui ho ricevuto un aiuto molto importante nello studio e anche tanti consigli su come affrontarlo. Ringrazio anche te per tutto l'aiuto e la pazienza che hai avuto con me.

Uno speciale ringraziamento va anche a uno dei miei migliori amici, Nathanael. Abbiamo studiato assieme un bel po' di esami e, grazie ad averli studiati con te, ho imparato molto meglio le cose; inoltre, lo studio diventava anche divertente. Grazie di tutto anche a te.

Infine, ringrazio Nava Consuelo Rubina, che ha accettato di farmi da relatrice e di aiutarmi per la tesi.