

Università della Valle d'Aosta - Université de la Vallée d'Aoste

Dipartimento di Scienze Economiche e Politiche  
Scienze dell'Economia e della Gestione Aziendale

**Risk Parity:**  
**un approccio alternativo per**  
**la portfolio construction**

Relatrice: Professoressa Maria Debora Braga

Studente: 18 C05 599

Mounir Hijaz

Anno Accademico 2020-2021



*"Per quello che vale non è mai troppo tardi, o nel mio caso troppo presto, per essere quello che vuoi essere. Non c'è limite di tempo, comincia quando vuoi. Puoi cambiare o rimanere come sei, non esiste una regola in questo. Possiamo vivere ogni cosa al meglio o al peggio. Spero che tu viva tutto al meglio. Spero che tu possa vedere cose sorprendenti, spero che tu possa avere emozioni sempre nuove. Spero che tu possa incontrare gente con punti di vista diversi. Spero che tu possa essere orgoglioso della tua vita. E se ti accorgi di non esserlo, spero che tu possa trovare la forza di ricominciare da zero."*

*– Dal film "Il curioso caso di Benjamin Button"*

# Ringraziamenti

Vorrei ringraziare in prima battuta la Professoressa Maria Debora Braga, relatrice di questa tesi, per la pazienza e la disponibilità che ha dimostrato durante tutto il periodo di stesura della tesi, oltre che per la capacità di stimolare il mio l'interesse verso questa materia.

Ringrazio anche mia mamma, i miei fratelli e Rebecca che mi sono sempre stati vicino e mi hanno sempre spronato a dare il massimo durante tutto questo periodo universitario.

Infine, vorrei ringraziare i miei amici più cari e i miei compagni di corso che mi hanno permesso di vivere questo percorso con serenità.

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Il processo tradizionale di allocazione delle risorse</b>	<b>3</b>
1.1 L'approccio tradizionale: La mean-variance optimization . . . . .	7
1.1.1 Il global minimum variance portfolio . . . . .	13
1.2 I problemi dell'ottimizzazione di Markowitz . . . . .	15
<b>2 La strategia Risk Parity</b>	<b>18</b>
2.1 La risk decomposition . . . . .	20
2.2 La Optimal Risk Parity . . . . .	25
2.3 L'utilizzo del leverage nella Risk Parity . . . . .	26
2.4 Il processo di Rebalancing . . . . .	29
2.5 Una corretta diversificazione: il ruolo delle variabili economiche e dei risk premium . . . . .	35
2.6 Sono importanti i tassi d'interesse? . . . . .	44
<b>3 Analisi empirica</b>	<b>52</b>
3.1 Descrizione del dataset utilizzato . . . . .	52
3.2 Metodologia di costruzione dei portafogli . . . . .	56
3.3 Criteri per la valutazione . . . . .	58
3.3.1 L'indice di Sharpe . . . . .	58
3.3.2 L'indice di Sortino . . . . .	59
3.4 Risultati . . . . .	61
<b>Conclusioni</b>	<b>72</b>

Bibliografia	74
Sitografia	77

# Introduzione

**I**N che modo un singolo investitore può investire correttamente la propria ricchezza? Dopo la crisi del 2008 quali sono le strategie di asset allocation da seguire? E ancora, quanto il rischio è diventato importante dopo la recente crisi finanziaria?

Queste sono solo poche delle domande che si fanno i singoli investitori e i professionisti del settore finanziario, ma alcune di queste non hanno ancora trovato risposta.

Quello che certamente si sa è che il portafoglio di investimento rappresenta il punto di partenza di qualsiasi investitore sui mercati finanziari, sia esso un piccolo risparmiatore o un investitore istituzionale. Per questo motivo, il processo da cui trae origine e il modo in cui viene gestito assumono un'ingente rilevanza nel processo di investimento.

La recente crisi finanziaria ha stravolto le certezze dei mercati, tuttavia, quando il pericolo imminente è cessato, la reazione naturale è stata quella di guardare indietro, valutare ciò che è andato storto e sviluppare nuove strategie per evitare o mitigare l'impatto di crisi future con simili caratteristiche. Queste nuove strategie hanno portato ad un'evoluzione dei processi di asset allocation: il rischio è diventato il fattore che più di altri viene tenuto sotto controllo durante un processo d'investimento, alla pari ormai del rendimento. Non c'è da stupirsi se si sente sempre più parlare di strategie che prima di tutto contemplanò il rischio come fattore preponderante e non più il rendimento, come accadeva poco tempo fa.

Oggi, infatti, parte l'attenzione viene rivolta verso le cosiddette strategie risk-based, che hanno assunto un ruolo sempre più importante negli ultimi anni. La loro peculiarità è quella di non utilizzare come input la stima puntuale dei rendimenti, diventando in questo modo delle strategie su cui non gravano gli errori di stima ritenuti più cruciali e impattanti, di conseguenza si rivelano essere molto coerenti nel lungo periodo.

Una delle strategie risk-based che ha riscosso maggiore interesse negli ultimi anni è la strategia Risk-Parity. Questa nuova strategia avanza un nuovo principio d'investi-

mento: la chiave per l'allocazione delle attività è assegnare quote uguali di rischio a ciascuna asset class.

Lo scopo di questo elaborato è proprio quello di comprendere e valutare approfonditamente questa strategia, mettendone in luce i punti di forza e di debolezza.

In primo luogo, verrà messo in luce il processo tradizionale di allocazione delle risorse, ovvero la mean-variance optimization sviluppata da Markowitz nel 1952<sup>1</sup>, per poi analizzare il punto di debolezza di questa strategia: la stima puntuale dei rendimenti attesi.

In secondo luogo, verrà analizzata con attenzione la strategia risk parity, illustrando innanzitutto gli strumenti della risk decomposition, imprescindibili per l'attuazione di questa strategia, per poi analizzare analiticamente la strategia risk parity. Inoltre, sarà proposta un'analisi delle variabili che influenzano la performance di questa strategia, tra cui: il leverage, il processo di rebalancing, le variabili economiche, i risk premium e i tassi d'interesse; evidenziando l'impatto sul rendimento complessivo al variare di tali fattori.

Infine, verrà proposto un confronto empirico fra la strategia risk parity e la strategia global minimum variance, per confrontare rispettivamente la strategia che esegue un'allocazione in base alla distribuzione del rischio e la strategia che la esegue con l'obiettivo di ottenere il rischio minimo assoluto.

Infine, l'analisi delle caratteristiche proprie della strategia risk parity e il confronto empirico permetterà di individuare i contesti favorevoli di questa strategia di investimento, mettendone in luce i limiti e le potenzialità.

---

<sup>1</sup>Markowitz, 1952



# Capitolo 1

## Il processo tradizionale di allocazione delle risorse

QUALSIASI individuo attivo sui mercati finanziari ha un quesito fondamentale: la corretta allocazione delle proprie risorse finanziarie. La sua importanza è dovuta al fatto che l'allocazione scelta può determinare il grado di successo o di insuccesso nel raggiungimento dei propri obiettivi e rappresenta l'elemento discrezionale a disposizione degli investitori con cui dare avvio al processo di investimento.

Tuttavia, nonostante l'obiettivo di tale processo sia la realizzazione di un rendimento positivo, risulta azzardato muoversi all'interno dei mercati finanziari assumendo il rendimento come unico fattore di riferimento. Per questo, ad esso è collegata un'altra variabile: il rischio. Nei termini dell'asset allocation, il rischio viene inteso come l'eventualità che il rendimento effettivamente realizzato si discosti dal rendimento atteso e si concretizza con la possibilità di perdere, in tutto o in parte, l'investimento iniziale. D'altra parte, il principio di tutta la teoria finanziaria si identifica nella relazione che intercorre fra rischio e rendimento: maggiore è il rischio che l'investitore è disposto a sopportare e maggiore sarà il potenziale rendimento perseguibile.

Proprio la componente di rischio, implicita in ogni tipologia di investimento, ha determinato la necessità di possedere una strategia che potesse mitigarne l'entità: tale strategia si identifica nella creazione di un portafoglio finanziario. L'importanza e la delicatezza del processo di investimento hanno fatto sì che ogni processo di investimento si articolasse in una serie di fasi successive:

1. Individuazione degli obiettivi e dei vincoli degli investitori/dell'investitore;
2. Formalizzazione della strategia di investimento;

3. Realizzazione della strategia finanziaria;
4. Valutazione della performance e controllo del rischio.

In primo luogo, è necessario procedere alla fissazione degli obiettivi e dei vincoli per l'investitore. L'obiettivo generale per un investitore è quello di raggiungere, su un dato orizzonte temporale, delle combinazioni rischio-rendimenti coerenti con il proprio profilo di rischio. Per quanto riguarda i vincoli, essi dipendono dalle condizioni personali del singolo investitore, riassumibili nelle eventuali esigenze di liquidità e nell'orizzonte temporale di riferimento. Definiti gli obiettivi e i vincoli, si ha la necessità di individuare la strategia finanziaria da adottare per ottenere, dall'impiego delle proprie risorse, delle combinazioni rischio-rendimento efficienti nell'arco temporale preso a riferimento. La fase successiva alla formalizzazione della politica d'investimento prevede la realizzazione della strategia finanziaria, che avviene in funzione delle caratteristiche dell'investitore e del mercato. Gli approcci che possono essere utilizzati sono:

- l'approccio bottom-up;
- l'approccio top-down.

L'approccio bottom-up parte direttamente con la scelta dei singoli prodotti finanziari nei quali investire, seguendo una serie di analisi ritenute affidabili. Il portafoglio sarà quindi composto dai singoli titoli selezionati nella fase iniziale.

Al contrario, un approccio top-down si focalizza su una allocazione strategica, individuando dapprima le macro-classi di attività finanziarie coerenti con l'obiettivo di investimento di lungo periodo, e solo in un secondo momento focalizzandosi sulla selezione dei singoli strumenti finanziari. Questo processo, così delineato, viene spiegato da due motivi:

- La previsione di rendimento di classi omogenee di strumenti finanziari soffre, in media, di margini di errore più contenuti rispetto alla previsione del rendimento dei singoli titoli. Questo avviene perché i rischi specifici dei singoli strumenti finanziari si annullano a vicenda.
- Un miglioramento dell'effetto diversificazione, grazie alle più corrette previsioni sui rischi e sulle correlazioni fra classi omogenee di strumenti finanziari, anziché fra singoli titoli.

Pertanto, è da preferire l'approccio top-down all'approccio bottom-up perché l'esclusiva analisi delle caratteristiche dei singoli asset non rappresenta uno strumento sufficiente per la loro corretta selezione, in quanto questa non è in grado di restituire una prospettiva di insieme sulla dinamica del profilo di rischio e di rendimento del portafoglio eventualmente risultante dalla loro combinazione.

Il più noto modello per la realizzazione di investimento di tipo top-down è la mean-variance optimization di Markowitz.<sup>1</sup>

In base ad un approccio top-down, la gestione di un portafoglio di investimento può essere scomposta in due distinte fasi:

- l'asset allocation strategica;
- l'asset allocation tattica.

La fase di **asset allocation strategica** è necessaria per individuare i pesi che le diverse asset class devono mantenere all'interno del portafoglio nel medio-lungo periodo. I pesi che vengono definiti dall'asset allocation strategica derivano dalle previsioni sull'andamento delle variabili reali e finanziarie dei singoli comparti del mercato, tenendo anche conto degli obiettivi e dei vincoli del singolo investitore. I pesi così ottenuti definiscono la struttura che il portafoglio dovrà mantenere nell'arco temporale assunto come obiettivo dall'investitore.

Inizialmente, l'asset allocation strategica prevede l'individuazione delle diverse asset class, dove per "asset class" si intende un insieme di attività finanziarie caratterizzato da un certo grado di omogeneità in termini di combinazione rischio-rendimento. L'individuazione iniziale delle asset class è molto importante perché, come anticipato, è molto difficile effettuare dei collegamenti fra previsioni macroeconomiche e il rendimento di un singolo strumento finanziario, visto che sul rendimento del singolo strumento finanziario grava il rischio specifico connesso alle peculiarità della singola società. Quindi, considerando una pluralità di titoli con caratteristiche omogenee, i fattori specifici tendono a compensarsi a vicenda e a scomparire, rendendo in questo modo più stretto il legame fra le previsioni economiche formulate e l'andamento delle asset class.

È essenziale, quindi, che le asset class rispettino tre requisiti:

- l'esaustività;
- la coerenza interna;

---

<sup>1</sup>Markowitz, 1952

- la differenza esterna.

Il primo requisito si riferisce al fatto che le asset class prese in considerazione debbano rappresentare in modo completo l'universo investibile. Il secondo requisito esige che ciascuna asset class sia composta da strumenti finanziari omogenei fra di loro ed esposti in modo analogo ai fattori di rischio sistemico. Il terzo requisito impone che le diverse asset class siano esposte in modo differenziato ai diversi fattori macroeconomici e politici, fonti del rischio sistemico.

Dopo aver individuato correttamente le asset class, occorre identificare un indice benchmark idoneo a rappresentare ciascuna asset class e sul quale formulare le previsioni necessarie al processo di ottimizzazione. Inoltre, esso è necessario per reperire dati per l'investigazione del comportamento storico delle asset class.

Il benchmark scelto può svolgere un ruolo di indirizzo anche per l'implementazione dell'asset allocation strategica:

- da tradursi in un portafoglio di prodotti di replica, in caso di gestione passiva;
- da tradursi in un portafoglio di prodotti orientati a battere il benchmark, in caso di gestione attiva.

A un terzo livello, occorre definire se la strategia di investimento ammetta esclusivamente una logica di investimento long-only oppure una strategia long-short. La scelta di una delle due strategie andrà ad impattare sull'asset allocation strategica, in particolare sui vincoli che verranno imposti, successivamente, nel processo di ottimizzazione. La differenza fra le due strategie sta nel fatto che, assumendo una strategia long-only, in presenza di previsioni negative su un comparto del mercato, non sarà possibile assumere posizioni short, ma sarà solo possibile azzerare il peso di quell'asset class.

**L'asset allocation tattica (o market timing)** si sostanzia nel temporaneo sovrappeso/sottopeso di singole asset class in funzione delle aspettative di breve termine. Quindi l'asset allocation tattica è composta da tutte quelle azioni volte a gestire nel breve periodo il portafoglio definito in sede di asset allocation strategica, con l'obiettivo di andare a sfruttare le migliori opportunità di mercato di breve periodo.

In altre parole, l'asset allocation tattica si riferisce alla possibilità di deviare per brevi o addirittura brevissimi periodi dall'impostazione strategica del portafoglio di medio-lungo termine con l'obiettivo di andare a realizzare delle extraperformance rispetto al mercato.

La possibilità di realizzare extraprofiti rispetto al benchmark di riferimento o rispetto l'asset allocation strategica si fonda sulla capacità di prevedere correttamente il timing dei rialzi e dei ribassi del mercato e sulla conseguente variazione dell'esposizione del portafoglio al rischio sistemico, espresso dalle diverse asset class rispetto al portafoglio strategico complessivo.

Naturalmente, nell'ambito di temporanei sottopesi/sovrappesi sono previste delle bande di oscillazione ammissibili rispetto al peso di medio-lungo termine, definito in sede di asset allocation strategica.

Quanto appena detto vale per la gestione attiva. Per quanto riguarda la gestione passiva non è presente alcuna forma di market timing, in quanto quella tipologia di gestione prevede di replicare il benchmark di riferimento.

Come si può intuire, l'asset allocation tattica ha un notevole impatto sui costi di gestione e sul rischio del portafoglio. Infatti, i costi di gestione aumentano via via che aumenta l'intensità nell'uso di politiche di market timing. In termini di rischio, invece, il market timing può aumentare e ridurre il rischio totale in funzione delle scelte dell'operatore, ma è evidente che in ogni caso aumenta il rischio rispetto al benchmark.

## 1.1 L'approccio tradizionale: La mean-variance optimization

Il primo contributo alla definizione e al successivo sviluppo degli asset allocation models lo si deve ad Henry Markowitz e al suo principale risultato nell'ambito della letteratura finanziaria, rappresentato dall'articolo "Portfolio Selection" pubblicato nel 1952 sul Journal of Finance. L'importanza del suo contributo ha fatto sì che questo diventasse uno standard nella portfolio construction, ponendo le basi della Modern Portfolio Theory.

Nel suo articolo, Markowitz propone l'approccio media-varianza, il quale permette di ottenere una serie di portafogli definiti come ottimi o dominanti, dove per ogni livello di rischio si ottiene il massimo rendimento.

Il principio base che governa la teoria di Markowitz è che, al fine di costruire un portafoglio efficiente, occorre individuare una combinazione di asset class tale da minimizzare il rischio (per dato rendimento) e massimizzare il rendimento complessivo (per dato rischio), compensando gli andamenti asincroni dei singoli titoli. Questa tipologia di

diversificazione non va solamente ad ampliare la gamma di prodotti finanziari per fronteggiare il rischio, ma tiene anche conto della nozione statistica covarianza/correlazione fra le asset class. La costruzione del portafoglio in questi termini provvede alla determinazione della varianza di portafoglio non solo sulla base della rischiosità stand-alone delle asset class, bensì anche sulla base dell'interazione di un asset class con ciascuna delle altre asset class.

Un altro importante assunto introdotto da Markowitz riguarda l'investitore. A differenza della letteratura che lo aveva preceduto, Markowitz afferma che l'investitore assume le decisioni in uno spazio bidimensionale, composto da:

- il rendimento atteso, avvertito come fattore desiderabile;
- la varianza dei rendimenti (o la standard deviation dei rendimenti), avvertita come fattore non desiderabile.

Viste le preferenze dell'investitore, da cui trae origine il criterio decisionale noto come media-varianza, dati due portafogli A e B, con rendimento atteso  $\mu_A$  e  $\mu_B$  e rischio atteso  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$ , è corretto affermare che A domina B se:

$$\mu_A \geq \mu_B \quad \text{e} \quad \sigma_A \leq \sigma_B$$

con almeno una diseguaglianza forte verificata.

Il modello di Markowitz può essere esposto attraverso l'utilizzo dell'algebra classica oppure attraverso l'utilizzo congiunto dell'algebra classica e dell'algebra matriciale, quest'ultima è stata scelta per questo elaborato.

La composizione di un portafoglio può essere descritta da un vettore di dimensione  $N \times 1$ , nell'ambito del quale  $w_i$  esprime la percentuale dell'asset class i-esima detenuta in portafoglio:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ w_i \\ \vdots \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

Si ha inoltre che:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

o in modo equivalente:

$$\mathbf{w}'\mathbf{e}=\mathbf{1} \quad \text{con} \quad \mathbf{e}' = [1, 1, \dots, 1]$$

Le proprietà attinenti al rendimento e al rischio delle singole asset class possono essere riassunte nei vettori  $\mu$  e  $\sigma$ :

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \mu_i \\ \vdots \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix} \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \sigma_i \\ \vdots \\ \vdots \\ \sigma_n \end{bmatrix}$$

La matrice di correlazione  $\mathbf{C}$  e la matrice di covarianza  $\Sigma$ , entrambe di dimensione  $N \times N$ , riportano le informazioni riguardanti l'interazione o il legame tra le possibili

coppie di asset class. All'interno di esse la correlazione viene indicata con il simbolo  $\rho_{ij}$ , mentre la covarianza con il simbolo  $\sigma_{ij}$ .

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \dots & \dots & \rho_{1i} & \dots & \dots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \dots & \dots & \rho_{2i} & \dots & \dots & \rho_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{i1} & \rho_{i2} & \dots & \dots & \rho_{ii} & \dots & \dots & \rho_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \dots & \dots & \rho_{Ni} & \dots & \dots & \rho_{NN} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \dots & \sigma_{1i} & \dots & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \dots & \sigma_{2i} & \dots & \dots & \sigma_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{i1} & \sigma_{i2} & \dots & \dots & \sigma_{ii} & \dots & \dots & \sigma_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \dots & \sigma_{Ni} & \dots & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix}$$

I termini presenti sulle diagonali della matrice  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{\Sigma}$  denotano, rispettivamente, la correlazione e la covarianza di un'asset class con sé stessa, infatti corrispondono rispettivamente a un valore pari a 1 e  $\sigma_i^2$ , dove nella matrice  $\mathbf{\Sigma}$  un generico  $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$ .

Inoltre, come si può vedere, le matrici sono perfettamente simmetriche rispetto alla diagonale principale. Queste due condizioni permettono di prendere in considerazione solo i valori al di sopra o al di sotto della diagonale principale e di poter conteggiare i termini non ridondanti nelle due matrici con l'espressione  $\frac{N(N-1)}{2}$ .

Per un portafoglio composto da N attività rischiose l'espressione del rendimento atteso e della varianza sono le seguenti:

$$E(r_p) = \mu_p = \sum_{i=1}^N \mu_i w_i \tag{1.1}$$



$$VAR(r_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1+i}^N w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (1.2)$$

oppure in termini matriciali:

$$\mu_p = W' \mu \quad \sigma_p^2 = w' \Sigma w \quad (1.3)$$

Secondo il lavoro di Markowitz, il problema nell'asset allocation per un investitore è, per un dato livello di rendimento atteso, scegliere i pesi per ogni asset class in modo tale da ottenere la più piccola varianza. I portafogli che si originano attraverso questo approccio vengono chiamati mean-variance efficient portfolios, perché hanno il miglior rendimento per un dato livello di rischio. Questi portafogli vengono creati eseguendo un algoritmo di ottimizzazione chiamato algoritmo di ottimizzazione mean-variance. Matematicamente, l'algoritmo mean-variance è composto da tre componenti fondamentali:

- la funzione obiettivo, data dalla varianza del portafoglio (o dalla deviazione standard di portafoglio): una funzione quadratica da minimizzare;
- un set di variabili decisionali incognite che rappresentano i pesi ottimali da identificare e dal quale la funzione obiettivo dipende;
- un set di constraints composto dal rendimento atteso, dalla sommatoria dei pesi delle asset class che deve equivalere a 1 e dal valore dei pesi che non deve essere negativo.

In formule, la Mean-Variance Optimization proposta da Markowitz è la seguente:

$$\min_w \sum_{i=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \quad (1.4)$$

sotto i vincoli:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N w_i \mu_i &= \mu_P^* \\ \sum_{i=1}^N w_i &= 1 \\ w_i &\geq 0 \end{aligned}$$

oppure:

$$\min_w w' \Sigma w \quad (1.5)$$

sotto i vincoli:

$$\begin{aligned} w' \mu &= \mu_P^* \\ w' e &= 1 \\ [w] &\geq 0 \end{aligned}$$

La presenza di constraints sui pesi delle asset class fa sì che il problema di ottimizzazione non possa essere risolto analiticamente, ma è necessario l'utilizzo di tecniche numeriche contraddistinte da natura interattiva.<sup>2</sup>

Quindi, inserendo nello spazio bidimensionale rischio-rendimento una serie di asset class e costruendo un numero piuttosto significativo di portafogli, è possibile rappresentare graficamente l'area dei portafogli fattibili con queste asset class. Eseguendo l'algoritmo di ottimizzazione di Markowitz, per differenti rendimenti attesi, si ottengono i mean-variance efficient portfolios.

Il set di portafogli ottimi ottenuti crea la frontiera efficiente, ovvero l'insieme dei portafogli che massimizzano il rendimento atteso per ciascun livello di rischio o, equivalentemente, l'insieme dei portafogli che espongono al minor livello possibile di deviazione standard per ciascun livello di rendimento atteso. Per questa ragione, la frontiera efficiente dà evidenza del miglior trade-off possibile tra rischio-rendimento, per questo ragione i portafogli al di sotto della frontiera efficiente possono essere definiti come portafogli inefficienti o dominati. Allo stesso tempo la frontiera efficiente delimita l'area dei portafogli fattibili, al di sopra del quale non è possibile creare una combinazione tra le asset class scelte.

Il portafoglio della frontiera efficiente che ne determina il punto di avvio è il global minimum variance portfolio (GMVP), ovvero il portafoglio con la più piccola varianza possibile.

---

<sup>2</sup>Sequenza di soluzioni approssimate che via via si avvicinano maggiormente convergendo verso la vera soluzione.

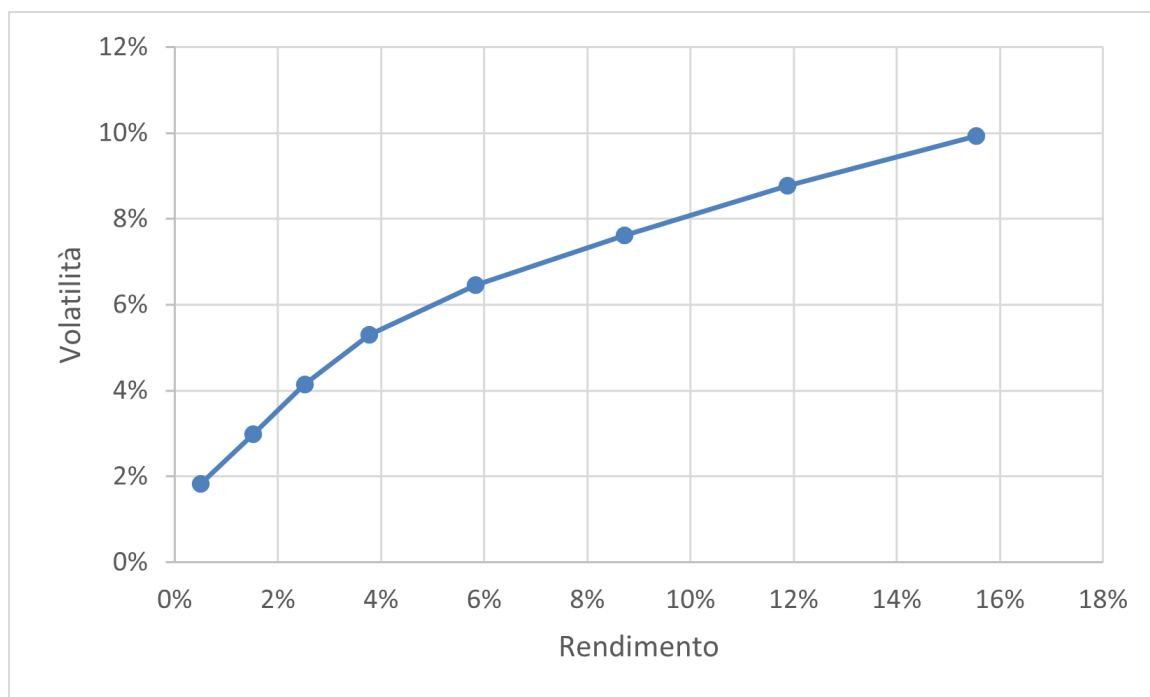


Figura 1.1: La frontiera efficiente.

### 1.1.1 Il global minimum variance portfolio

Il global minimum-variance portfolio (GMVP) è il portafoglio con il quale inizia la curva concava della frontiera efficiente, perciò, nello spazio rischio-rendimento dove la frontiera efficiente è disegnata, si tratta del portafoglio più estremo verso sinistra. Quindi, vista la sua posizione, il global minimum-variance portfolio è il portafoglio, dato un universo di investimento, in assoluto con la più bassa volatilità possibile.

Tuttavia, oltre alla sua speciale posizione, la questione più importante da sottolineare, quando si prende in considerazione il global minimum-variance portfolio, è il modo in cui viene determinato. Infatti, i pesi delle asset class prese in considerazione che generano ex-ante la più bassa standard deviation sono determinati eseguendo un algoritmo di ottimizzazione che sfrutta solo le stime di rischio e correlazione delle asset class. Allora, per la sua determinazione sarà necessario solamente usare la matrice di covarianza. Come si è visto precedentemente, questa condizione non è applicabile agli altri portafogli efficienti, in quanto sono strettamente dipendenti dalla stima dei rendimenti attesi. Questa è la ragione per la quale la strategia global minimum-variance appartiene legittimamente al gruppo delle risk based strategies per l'asset allocation. Per quanto riguarda la diversificazione il GMVP, sotto il profilo del rischio, rappresenta l'unico portafoglio efficiente nel quale il contributo marginale al rischio di ogni asset è

identico. Questa caratteristica non implica in alcun modo che i contributi al rischio dei singoli asset siano uguali, dal momento che possono presentare volatilità e pesi diversi, e pertanto lo differenzia dalla strategia risk parity che si vedrà in seguito.

Da un punto di vista pratico, l'ottimizzazione che dobbiamo eseguire prevede l'utilizzo della formula della varianza del portafoglio, che viene presa come funzione obiettivo da minimizzare con l'inclusione dei due vincoli tradizionali. Quindi la nostra ottimizzazione assumerà la seguente forma:

$$\min_w \left( \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1+i}^N w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right) \quad (1.6)$$

Se adottiamo la nozione matriciale, può essere scritta come:

$$\begin{aligned} \min_{w^*} w' \Sigma w \\ \text{s.t.} \\ w' e = 1 \\ [w] \geq 0 \end{aligned}$$

La soluzione di questo problema di ottimizzazione viene raggiunta attraverso una procedura interattiva, visto che si tratta di un problema di programmazione quadratica. Clarke, De Silva e Thorley (2013) presentano la serie storica dei rendimenti relativi al periodo 1968-2012 di due portafogli composti da titoli azionari U.S.A. a grande capitalizzazione: il primo viene utilizzato come benchmark per esprimere il rendimento complessivo del mercato, mentre il secondo rappresenta un Minimum Variance Portfolio costruito con il medesimo set di titoli, con il vincolo di contenere esclusivamente posizioni lunghe ( $w \geq 0$ ). Quello che effettivamente si evince dalla costruzione del portafoglio con la metodologia appena descritta è che il suddetto portafoglio registra un rendimento superiore a quello del mercato. Inoltre, contrariamente all'assunzione rischio-rendimento, per il quale un maggior rendimento comporta un maggior rischio, il rischio realizzato relativo al MVP è significativamente inferiore a quello del mercato.

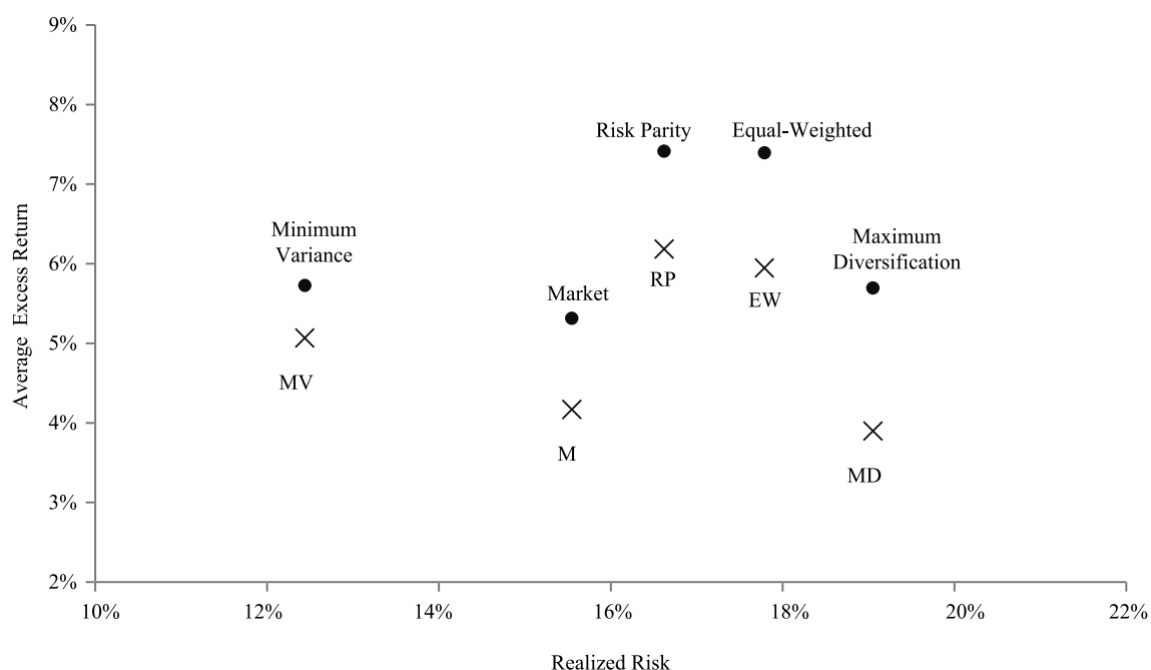


Figura 1.2: Performance dei portafogli risk-based dal 1968 al 2012.<sup>3</sup>

## 1.2 I problemi dell'ottimizzazione di Markowitz

APPARENTEMENTE il processo di creazione dei portafogli secondo la Mean-Variance Optimization (MVO) sembra essere solido, riuscendo a fornire la miglior risposta nell'ambito dell'asset allocation ad ogni investitore con ogni grado di rischio. Tuttavia, l'insidia più grossa la si riscontra proprio all'inizio del processo di MVO: la stima degli input.

Il primo step della MVO prevede infatti il calcolo dei parametri rilevanti attraverso l'utilizzo di serie storiche di T rendimenti di N asset class osservati in un certo periodo passato. Vista l'assunzione di Markowitz sui rendimenti, secondo la quale i rendimenti sono distribuiti secondo una normale multivariata, è possibile calcolare la media

---

<sup>3</sup>Fonte: Clarke et al., 2013

campionaria  $\hat{\mu}$  e la matrice di varianza-covarianza  $\Sigma$  come segue:

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t \quad (1.7)$$

$$\hat{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{t,i} - \hat{\mu}_i)(R_{t,j} - \hat{\mu}_j) \quad (1.8)$$

Naturalmente, i parametri appena stimati fungeranno da input per la MVO. Come si può ben vedere, la MVO finisce per equiparare le stime campionarie ai veri parametri del modello di ottimizzazione, quindi supporre di possedere degli input capaci di presagire i rendimenti, i rischi e i legami futuri.

Per questo motivo, quando si parla di MVO è necessario non ignorare l'esistenza di un rischio addizionale, non legato alle singole asset class, bensì alla necessità di calcolare delle stime di parametri. Questo rischio viene chiamato rischio di stima o estimation risk. L'estimation risk può essere definito come la possibilità di commettere un estimation error ( $\varepsilon_{error}$ ), inteso come differenza fra il valore stimato di un generico parametro e il reale valore di quel parametro:

$$\varepsilon_{error} = \hat{\theta} - \theta \quad (1.9)$$

Il fatto di assumere, erroneamente, l'esattezza dei parametri stimati porta inevitabilmente a compiere degli errori nel processo di asset allocation. Il primo fra tutti è dato dal basso grado di diversificazione della composizione del portafoglio, perché si vanno a includere all'interno del portafoglio solo poche delle asset class disponibili, andando a conferire più peso alla asset class con un alto rendimento e un basso rischio. Paradossalmente questo processo va ad originare un portafoglio in contrasto con l'idea principale della MVO. Inoltre, questa tipologia di asset class scelte sembrano essere quelle che soffrono maggiormente degli errori di stima.

Oltre a questo errore compiuto nel processo di asset allocation, l'estimation error amplifica l'instabilità dei portafogli ottimi. L'instabilità di questa tipologia di portafogli ottimi è da ricondurre in principio all'algoritmo di ottimizzazione, che riconosce delle stime puntuali come input e le tratta come grandezze certe. Inevitabilmente, in ragione del fatto che vengono considerate certe, una loro piccola variazione porta ad uno stravolgimento dei pesi di portafoglio.

Non considerare l'estimation risk porta all'affermazione di un'idea fuorviante: l'unicità

dei portafogli ottimi. Se venisse considerato, in corrispondenza di ciascun punto della frontiera efficiente, dovrebbe essere rappresentata una regione di punti che accoglie i portafogli che considerano il possibile errore di stima.

L'ultimo, ma potenzialmente il più serio problema che affligge i portafogli costruiti secondo l'approccio di Markowitz viene definito come: *poor out sample performance* (Michaud, 1989). Questo problema riguarda il drastico e preoccupante deterioramento della performance dei portafogli mean-variance efficient, misurata su un holding period successivo a quello storico utilizzato per la stima di rendimenti medi, rischi e correlazioni/covarianze campionarie, definito appunto come *sample period*. L'errore di assumere come veri input i parametri di derivazione storica non permette di trovare successivamente conferma dell'efficienza di asset mix considerati ottimali a priori, rendendo i portafogli à la Markowitz dei falsi portafogli ottimi.

Questi problemi potrebbero in un primo istante dissuadere dall'utilizzo della MVO. Tuttavia, questi difetti non sono riconducibili ad un limite intrinseco, strutturale o scientifico dell'approccio di Markowitz, bensì a come questo approccio utilizzi gli input che gli vengono forniti, senza quindi considerarne la loro possibile inesattezza. Quindi, non trattandosi di un approccio irragionevole o incoerente, la soluzione è quella di includere e gestire l'estimation risk all'atto della sua implementazione operativa che viene eseguita dagli approcci euristici e bayesiani. Relativamente agli approcci euristici i più noti sono: la metodologia degli additional wight constraint e quella del Resampling; mentre nell'ambito degli approcci bayesiani: il modello di Black-Litterman.

## Capitolo 2

# La strategia Risk Parity

LA Mean-Variance Optimization di Markowitz rappresenta il pilastro teorico della Modern Portfolio Theory, ma la sua implementazione pratica risulta particolarmente difficoltosa vista l'estrema sensibilità di questi portafogli agli errori di stima connessi ai parametri presi come input. Inoltre, la crisi finanziaria del 2008 ha dato evidenza in modo inequivocabile della centralità assunta dal rischio nelle decisioni di asset allocation, determinando la necessità di sviluppare strategie che assumono il rischio come fattore principale da gestire. La crisi finanziaria del 2008 ha messo in discussione le strategie più consolidate di asset allocation fino a quel momento, come la Mean-Variance Optimization, che si sono dimostrate essere, in contrapposizione a quanto ritenuto dalla platea degli investitori, fortemente non diversificate e incapaci di fornire un adeguato controllo del rischio.<sup>1</sup>

Una volta che il pericolo si è attenuato, come accade a seguito di ogni crisi, gli operatori del mercato hanno guardato al passato e hanno cercato di individuare gli elementi che si sono rivelati determinanti nel fallimento del sistema, con lo scopo di sviluppare strategie che possano evitare o mitigare l'impatto di crisi future con caratteristiche simili.

Pertanto, vista l'inefficacia e l'inefficienza della Mean-Variance Optimization, gli operatori finanziari si sono orientati verso soluzioni alternative per la portfolio construction, in modo particolare verso quelle soluzioni che non richiedono, nel set di input necessari, i rendimenti attesi, recentemente definite come  $\mu$ -free strategy<sup>2</sup>, visto che questi

---

<sup>1</sup>W. Lee, 2011

<sup>2</sup>Braga, 2015a



processi di allocazione si concentrano su concetti di rischio e diversificazione, piuttosto che sulla stima dei rendimenti attesi, comunemente indicati con  $\mu$ .

Vista l'assenza della necessità di stimare i rendimenti attesi, attività che si è rivelata gravata da molte problematiche, questi nuovi approcci hanno assunto delle caratteristiche tali da renderli un ottimo strumento nell'ambito dell'asset management. Le tecniche di portfolio construction risultanti da questo nuovo approccio vengono chiamate Risk-Based. Proprio per il loro orientamento verso il rischio, l'unico input necessario è quello per la misurazione del rischio (volatilità individuali e correlazioni a coppie o, equivalentemente, parametri di varianza-covarianza), parametri che non richiedono la stima dei rendimenti attesi, permettendo che la determinazione dei pesi delle singole asset class vengano definiti in funzione delle caratteristiche di rischio ad esse attribuite. In altre parole, l'obiettivo principale è quello di diversificare o minimizzare il rischio di portafoglio, proprio per questo ultimo motivo queste strategie vengono anche chiamate come low-volatility portfolio construction methods.<sup>3</sup>

Una delle strategie Risk-Based che ha riscosso più attenzione dalla crisi del 2008 è la strategia risk parity. Il concetto di risk parity trova la sua origine nella formulazione proposta da Bridgewater agli inizi degli anni '90, da quel momento si è evoluto fino a diventare oggi una delle strategie di costruzione di portafoglio più interessanti nel panorama degli investimenti finanziari.

Lo scopo ultimo del principio risk parity è quello di bilanciare il contributo al rischio complessivo da parte di ciascuna asset class che compone un portafoglio diversificato. La necessità di formulare tale strategia si trova nella composizione dei portafogli tradizionali - come quelli originati attraverso la MVO - dove vi è un grande sbilanciamento in termini di rischio verso la quota azionaria del portafoglio, dovuto al rischio sproporzionato della componente azionaria rispetto alla componente obbligazionaria. Concentrandosi sulla risk allocation, la strategia risk parity consente a ciascun investitore di ottenere una vera diversificazione e aspettarsi, quindi, una maggiore coerenza dei rendimenti corretti per il rischio.

L'intuizione alla base di questa strategia di investimento sta nell'invertire gli step logici relativi alla creazione del profilo di rischio, piuttosto che calcolare questo indicatore dopo aver scelto l'esposizione verso le singole asset class. Andando in contro al rischio di trovarsi davanti ad un portafoglio che apparentemente sembra essere ben diversificato ma concretamente sbilanciato in termini di rischio a favore di una o più asset, il punto

---

<sup>3</sup>Chow et al., 2014

di partenza è proprio la risk allocation bilanciata, in modo da ottenere un portafoglio ben diversificato anche in termini di rischio e che rispecchi a pieno il profilo di rischio dell'investitore. In questo modo i pesi assunti da ciascun asset in portafoglio sono, dunque, maggiormente intuitivi, nel senso che riflettono esclusivamente gli input di rischio: più è alta la volatilità dell'asset, minore il peso da esso assunto in portafoglio, e viceversa.

Per meglio comprendere il processo sottostante alla strategia risk parity, è necessario comprendere prima di tutto in che modalità le asset class contribuiscono al rischio totale del portafoglio e quindi in che misura imputare a ciascuna asset class il rischio globale di portafoglio. Infatti, l'innovazione propria della risk parity sta nell'utilizzo attivo del concetto di contributo al rischio come criterio sottostante alla costruzione del portafoglio, e non come strumento passivo e limitato all'esclusivo monitoraggio del rischio. Per raggiungere questo obiettivo sarà dunque funzionale analizzare la risk decomposition.

## 2.1 La risk decomposition

Il contributo al rischio è un indicatore funzionale alla definizione dell'attribuzione del rischio totale di portafoglio alle singole asset class. Per analizzare il contributo al rischio globale del portafoglio da parte della singola asset class vi è la necessità di utilizzare gli strumenti forniti dalla risk decomposition. Utilizzando questa tecnica è possibile scomporre il rischio globale e calcolare il contributo al rischio in percentuale per ogni asset class. I concetti di contributo al rischio e contributo percentuale al rischio sono ampiamente utilizzati nell'ambito dell'asset management, sia per l'attività di asset allocation, sia per la gestione attiva di portafoglio, in quanto forniscono uno strumento funzionale all'individuazione dell'impatto delle proprie decisioni sul profilo di rischio.

Secondo il principio di Eulero, se  $RM$  è una generica misura di rischio che può essere espressa come una funzione continua differenziabile di un vettore dei pesi,  $RM = f(w)$ , ed è linearmente omogenea, nel senso che la seguente equazione vale per tutti i  $\lambda > 0$ :

$$RM(\lambda W) = \lambda RM(W) \quad (2.1)$$

Allora, aumentando o diminuendo la scala del portafoglio, aumenta o diminuisce la mi-

sura del rischio della stessa grandezza, quindi la misura del rischio soddisfa l'equazione:

$$RM(W) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot \frac{\partial RM}{\partial w_i} \quad (2.2)$$

Gli addendi di questa equazione, solitamente chiamati contributi di Eulero sono i contributi al rischio. Sulla base del principio di Eulero, è possibile identificare due strumenti importanti e necessari per eseguire la scomposizione del rischio:

- $MR_i$ , è il marginal risk o il contributo al rischio marginale di ciascuna asset class e viene definito come  $\frac{\partial RM}{\partial w_i}$ , è la prima derivata rispetto a  $w_i$  della misura di rischio del portafoglio selezionato.
- $TRC_i$ , è la contribuzione al rischio o anche component risk o total risk contribution dell'asset class  $i$  definita come  $w_i \cdot \frac{\partial RM}{\partial w_i}$ , è il prodotto fra il peso dell'asset class  $i$  e il rischio marginale sempre dell'asset class  $i$ .

Avendo dato la definizione del marginal risk e del component risk si può ora fornire la loro interpretazione.

Il marginal risk indica la variazione del rischio causata da un variazione infinitesimale del peso delle asset class  $w_i$ . Questa interpretazione può essere formalmente scritta come:

$$MR_i = \lim_{\Delta w_i \rightarrow 0} \frac{RM(w_1, w_2, \dots, w_i + \Delta w_i, \dots, w_N) - RM(w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_N)}{\Delta w_i} \quad (2.3)$$

dove  $\Delta w_i$  è un incremento di  $w_i$ . Se  $\Delta w_i$  è piccolo abbastanza (infinitesimale), possiamo dedurre che:

$$RM(w_1, w_2, \dots, w_i + \Delta w_i, \dots, w_N) = RM(w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_N) + \Delta w_i \frac{\partial RM}{\partial w_i} \quad (2.4)$$

Il component risk esprime il peso sul rischio totale di una posizione  $w_i$ . Come visto in precedenza è dato dal prodotto tra il peso dell'asset class  $i$  e il  $MR_i$ :

$$TRC_i = w_i \cdot \frac{\partial RM}{\partial w_i} \quad (2.5)$$

Poiché i contributi al rischio si sommano al rischio complessivo del portafoglio, dividendo il component risk per il rischio totale si ottiene il contributo percentuale al rischio complessivo per ciascuna asset class,  $PTRC_i$ . Formalmente, abbiamo:

$$PTRC_i = \frac{w_i \cdot \frac{\partial RM}{\partial w_i}}{RM} = \frac{TRC_i}{RM} \quad (2.6)$$

Visto che la deviazione standard è la misura tradizionale per misurare il rischio di portafoglio, i concetti appena descritti possono essere definiti facendo riferimento proprio alla deviazione standard. Per esemplificare questo concetto si considera un portafoglio composto solamente da due asset class A e B:

$$\sigma_P = \sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}} \quad (2.7)$$

Attraverso la derivata prima rispetto a  $w_A$  si ottiene il rischio marginale, dato da:

$$\begin{aligned} MR_{\sigma_A} &= \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_A} = \frac{2\sigma_A^2 w_A + 2\sigma_A \sigma_B w_B \rho_{A,B}}{2\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \\ &= \frac{\sigma_A^2 w_A + \sigma_A \sigma_B w_B \rho_{A,B}}{\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \\ &= \frac{\sigma_A^2 w_A + COV_{A,B} w_B}{\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Per il rischio marginale di B, abbiamo:

$$\begin{aligned} MR_{\sigma_B} &= \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_B} = \frac{2\sigma_B^2 w_B + 2\sigma_A \sigma_B w_B \rho_{A,B}}{2\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \\ &= \frac{\sigma_B^2 w_B + \sigma_A \sigma_B w_A \rho_{A,B}}{\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sigma_B^2 w_B + \text{COV}_{A,B} w_A}{\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \quad (2.9)$$

Poiché il component risk è il prodotto di ciascun peso con il rispettivo rischio marginale, in questo caso, con due asset class, possiamo scrivere:

$$TRC_{\sigma_A} = w_A \cdot \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_A} = \frac{\sigma_A^2 w_A^2 + \text{COV}_{A,B} w_A w_B}{\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \quad (2.10)$$

$$TRC_{\sigma_B} = w_B \cdot \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_B} = \frac{\sigma_B^2 w_B^2 + \text{COV}_{A,B} w_A w_B}{\sqrt{(\sigma_A w_A)^2 + (\sigma_B w_B)^2 + 2\sigma_A \sigma_B w_A w_B \rho_{A,B}}} \quad (2.11)$$

con  $TRC_{\sigma_A}$  e  $TRC_{\sigma_B}$  che soddisfano l'eguaglianza:

$$\sigma_P = TRC_{\sigma_A} + TRC_{\sigma_B} \quad (2.12)$$

Nel caso si utilizzi la nozione matriciale, possiamo riassumere il rischio marginale in un vettore  $N \times 1$  dato da:

$$\nabla MR_{\sigma} = \frac{\Sigma w}{\sqrt{w' \Sigma w}} \quad (2.13)$$

dove il singolo rischio marginale è definito come:

$$MR_{\sigma_i} = \frac{(\Sigma w)_i}{\sqrt{w' \Sigma w}} \quad (2.14)$$

dove  $(\Sigma w)_i$  indica la  $i$ -esima riga del vettore colonna risultante dal prodotto fra  $\Sigma$  e  $w$ .

Il component risk della  $i$ -esima asset class nella nozione matriciale è data da:

$$TRC_{\sigma_i} = w_i \cdot \frac{(\Sigma w)_i}{\sqrt{w' \Sigma w}} \quad (2.15)$$

Infine, il rischio totale di portafoglio è dato dalla somma dei component risk:

$$\sigma_P = \sum_{i=1}^N TRC_{\sigma_i} = w' \cdot \frac{\Sigma w}{\sqrt{w' \Sigma w}} = w' \nabla MR_{\sigma} \quad (2.16)$$

La Tabella 2.1 mostra l'asset allocation di un portafoglio composto dall'asset class X, Y e Z che hanno rispettivamente un peso del 60%, 25% e del 15%. La deviazione standard del portafoglio ammonta a 4.12% e dato che l'asset class X presenta un'esposizione del 60%, in un primo momento si potrebbe affermare che il rischio complessivo del portafoglio sia diretto maggiormente da questa asset class.

Tabella 2.1: Composizione del portafoglio.

Asset class	Dev. stand. annualizzata	Rend. medio annualizzato	Pesi
X	3.90%	4.48%	60%
Y	10.30%	5.05%	25%
Z	14.80%	5.88%	15%
Portafoglio	4.12%	4.83%	100%

Tuttavia, utilizzando gli strumenti della risk decomposition appena descritti, che vengono riassunti nella Tabella 2.2, si può benissimo vedere come l'asset class X non è quella che incide maggiormente sul rischio complessivo del portafoglio dato che contribuisce per il 38,15%, ma l'asset class che contribuisce maggiormente è l'asset class Y, contribuendo per il 43.63%, presentando però un peso molto inferiore, pari al 25%. Quindi è importante fin da subito comprendere che l'allocation del denaro è cosa ben diversa dalla risk contribution e che a volte può fornire degli output completamente diversi.

Tabella 2.2: Contribuzione al rischio del portafoglio.

Asset class	MR	TRC	PTRC
X	0.026176	1.57%	38.15%
Y	0.071844	1.80%	43.63%
Z	0.050006	0.75%	18.22%
		4.12%	100%

Questi sono gli strumenti necessari per sviluppare la strategia risk parity che vedremo nel paragrafo successivo.

## 2.2 La Optimal Risk Parity

La vera versione della strategia risk parity è la optimal risk parity. Con questa espressione facciamo riferimento alla strategia risk-based che, tra i professionisti, viene semplicemente chiamata risk parity, ma che in campo accademico viene conosciuta come equally weighted risk contribution strategy (in breve, ERC strategy), denominazione avanzata inizialmente da Maillard, Roncalli e Teiletche.

La strategia optimal risk parity è profondamente legata, nella letteratura finanziaria, alle idee di risk budgeting nei processi di investimento. Le strategie di risk budgeting si basano sull'analisi del portafoglio in termini di contribuzione al rischio piuttosto che sui pesi delle singole asset class. Nella costruzione del portafoglio questo significa che il punto di partenza è individuare la contribuzione di ciascuna asset class. Il portafoglio così costruito avrà dei pesi determinati in modo indiretto, visto che vengono decisi sulla base della contribuzione al rischio delle singole asset class. Quindi, nel processo di creazione del portafoglio vengono presi come input i contributi al rischio delle singole asset class e come output si avranno i pesi.

Per attuare la strategia risk parity, avendo precedentemente visto gli strumenti della risk decomposition, la condizione da rispettare può essere formalmente scritta attraverso un'eguaglianza tra il component risk delle diverse asset class, definito dal prodotto del peso associato a ciascuna asset class con il rispettivo rischio marginale:

$$w_i \cdot \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_i} = w_j \cdot \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_j} \quad \forall i, j \quad (2.17)$$

È chiaro che ora ci troviamo davanti ad un problema di ottimizzazione per individuare i pesi ottimali per un portafoglio risk parity. Tuttavia, in questo caso l'algoritmo di ottimizzazione è differente dalla classica Mean-Variance Optimization perché si ha una nuova funzione obiettivo da minimizzare, insieme però ai tradizionali vincoli tecnici riferibili ai pesi di portafoglio. Questo problema di ottimizzazione può essere formulato

come segue:

$$\min_w \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( w_i \cdot \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_i} - w_j \cdot \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_j} \right)^2 \quad (2.18)$$

sotto i vincoli:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

$$0 \leq w_i \leq 1$$

Vista la seguente funzione obiettivo, la sua minimizzazione è raggiunta per pesi che rendono il suo risultato nullo, e questa condizione sussiste quando la component risk delle diverse asset class si eguaglia. Anche in questo caso, come nel caso dell’algoritmo di ottimizzazione mean-variance di Markowitz, la soluzione dell’ottimizzazione deve essere ottenuta attraverso procedure numeriche, usando il cosiddetto algoritmo di programmazione quadratica sequenziale.<sup>4</sup>

Effettivamente, considerando la strategia d’investimento appena descritta, non dovrebbe sorprendere che le asset class caratterizzate allo stesso tempo da una ridotta deviazione standard e da una correlazione bassa o negativa con le altre risultino sovrappesate.

## 2.3 L’utilizzo del leverage nella Risk Parity

COME si è visto, i portafogli originati dalla risk parity per ottenere un corretto bilanciamento del rischio fra le varie asset class hanno uno sbilanciamento verso le asset class meno aggressive, non riuscendo così a fornire un rendimento in linea con i tradizionali portafogli. Tuttavia, l’evidenza empirica ha spesso suggerito che queste tipologie di asset class meno volatili, mostrano una performance aggiustata per il rischio (un indice di Sharpe) più elevata rispetto alle asset class più rischiose.

Di conseguenza, il portafoglio risk parity offre un rendimento corretto per il rischio superiore al rendimento offerto da un portafoglio tradizionale, ma perde in termini di “puro” rendimento. Per ovviare a questa “problematica” gli operatori sono in grado

---

<sup>4</sup>Maillard et al., 2010



di raggiungere il proprio livello target di rendimento attraverso l'utilizzo del leverage<sup>5</sup>, senza però dover rinunciare ai benefici della diversificazione del rischio. In altre parole, l'utilizzo del leverage permette di spostare il portafoglio lungo la "risk parity line". Contrariamente, l'approccio tradizionale prevede, per raggiungere un rendimento più alto, di aumentare l'esposizione verso le asset class più rischiose, andando però ad aumentare il rischio globale del portafoglio.

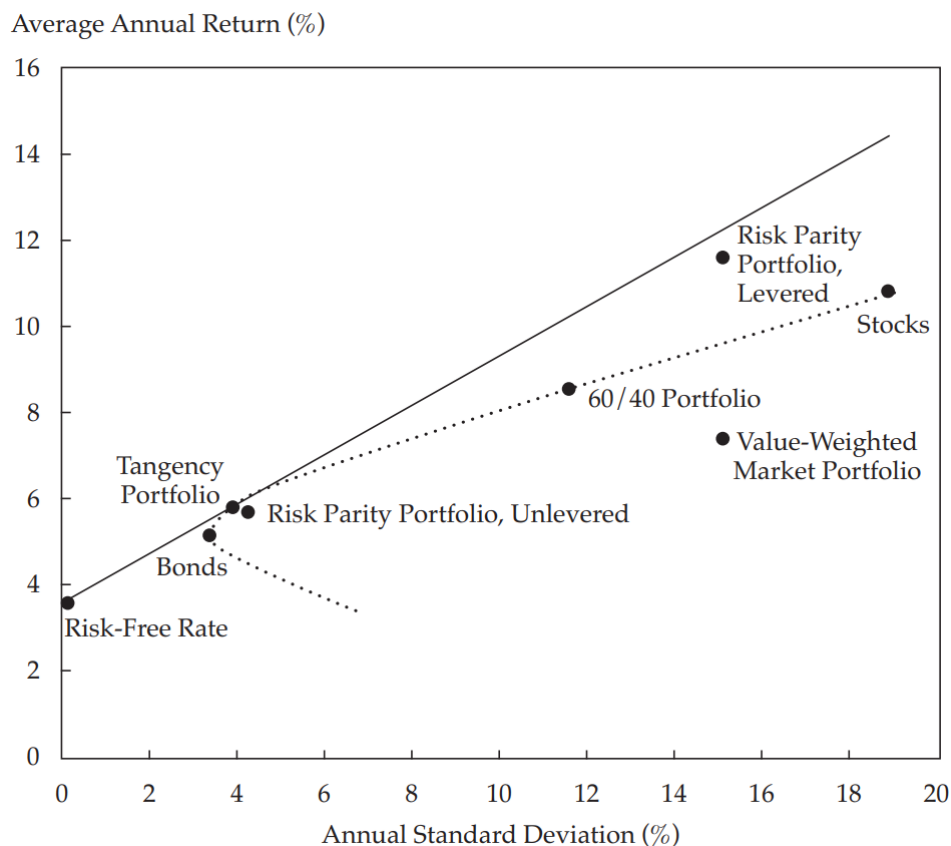


Figura 2.1: Performance dei portafogli risk-based dal 1968 al 2012.<sup>6</sup>

L'utilizzo della tecnica del leverage presuppone l'utilizzo di fondi presi a prestito ad un tasso free-risk per l'acquisto delle asset class, tuttavia tale strumento è conveniente per l'investitore solo nell'ipotesi in cui il rendimento netto realizzato dalle asset class è superiore al costo sostenuto per la posizione di indebitamento. Dopodiché, come ampiamente riconosciuto dalla teoria finanziaria, il leverage deve essere applicato al portafoglio con il rendimento aggiustato per il rischio più alto, questo perché permette

<sup>5</sup>Kunz, 2011

<sup>6</sup>Fonte: Asness et al., 2012

di ottenere dei rendimenti più alti rispetto ad un portafoglio che si concentra sull'asset class, dell'universo di investimento preso in considerazione più redditizia.

Bisogna però affermare che l'attività di leverage non è priva da rischi, tuttavia viene preferita per via della possibilità di controllare questo rischio, al contrario del rischio assunto dalla concentrazione in asset class molto redditizie.

Tuttavia, possiamo avere alcuni casi in cui il portafoglio risk parity levered, ovvero il portafoglio che fa utilizzo del leverage, fornisca un rendimento inferiore rispetto al portafoglio che non ne fa utilizzo, detto unlevered. Di solito si presuppone che il rendimento delle asset class con bassa volatilità e quelle con alta volatilità siano superiori al free-risk. Sebbene questa ipotesi sia valida nel lungo periodo, potrebbero esserci periodi temporanei, anche non necessariamente brevi, in cui questo non avviene. Nonostante uno scenario del genere sembri piuttosto teorico, tali periodi si sono effettivamente verificati alcune volte negli ultimi decenni.

Infatti, nel 1994 il tasso free-risk americano è stato di circa il 4,5%, anche se le obbligazioni hanno mostrato rendimenti negativi. I portafogli tradizionali, avendo un'esposizione maggiore verso le azioni, hanno risentito meno del crollo dei rendimenti delle obbligazioni, mentre i portafogli risk parity hanno generato una perdita considerevole, visto che per il bilanciamento del rischio hanno un'esposizione maggiore verso le obbligazioni rispetto alle azioni. In quest'ultimo caso, l'utilizzo del leverage ha fatto sì che l'effetto negativo si amplificasse, creando una grande perdita rispetto alla strategia tradizionale.

In altre parole, l'utilizzo del leverage è fondamentale per la strategia risk parity per ottenere rendimenti più alti ma allo stesso tempo è uno strumento pericoloso quando i rendimenti delle attività meno volatili si riducono, comportando una performance negativa.

Secondo un lavoro di Corkey (2013) tali eventi sembrerebbero remoti. L'articolo evidenzia che il principio fondamentale della risk parity è che quando le azioni scendono, i prezzi delle obbligazioni, in genere, aumentano. Utilizzando quindi il leverage, il rendimento delle obbligazioni può aiutare a ridurre le perdite dovute alle azioni. Senza il leverage, il rendimento offerto dalle obbligazioni, in un'allocazione tradizionale, non sarebbe abbastanza grande da compensare i bassi rendimenti delle azioni.

La crisi finanziaria del 2008 ha contribuito ad acuire le preoccupazioni relative all'uso del leverage negli investimenti, dal momento che dal suo utilizzo incontrollato, nel mercato immobiliare ma anche nei mercati finanziari a livello globale, è scaturita la

crisi stessa. Questo punto di riflessione non deve però condizionare a pieno il giudizio sul leverage, assumendolo come strumento negativo a priori, ma il suo impiego deve essere realizzato in modo coerente con il profilo dell'investitore ed essere caratterizzato da elevata trasparenza.

## 2.4 Il processo di Rebalancing

COME si è visto fin ora, la strategia Risk Parity ha come obiettivo quello di determinare i pesi delle asset class in modo da ottenere una contribuzione equivalente al rischio totale di portafoglio. Tuttavia, i pesi individuati, possono cambiare nel tempo attraverso il processo di rebalancing.

Generalmente, il processo di rebalancing consiste nel riallineare i pesi delle asset class che compongono il portafoglio, vendendo e comprando titoli, in modo da mantenere il profilo di asset allocation originariamente scelto. La necessità di attuare questo processo deriva dal fatto che, con il passare del tempo, le asset class possono produrre rendimenti differenti o cambiare il loro profilo di rischio, modificando l'asset allocation del portafoglio.

La tecnica del rebalancing si configura come la più semplice per generare valore incrementale in portafogli multi-asset con pesi prestabiliti, come nel caso della strategia risk parity. Parte di questo valore viene chiamato diversification return: rendimento ottenuto dal fatto che la varianza di un portafoglio di titoli risulta minore della somma delle singole varianze dei titoli stessi ottenendo, quindi, un rendimento geometrico del portafoglio maggiore rispetto alla somma dei rendimenti degli asset valutati individualmente. Proprio per questo motivo, per ottenere un effetto diversificazione è necessario operare un corretto ribilanciamento del portafoglio perché, se non viene ribilanciato correttamente nel corso del tempo, rischia di non produrre il rendimento desiderato, ma soprattutto può trasformarsi in un portafoglio estremamente concentrato in termini di rischio, oltre che in una soluzione di investimento incoerente con il profilo dell'investitore.

Tipicamente, il processo di rebalancing, nei portafogli long-only unlevered, si concretizza con la strategia “buy low, sell high”, ovvero vendere le asset class che hanno un buon rendimento, acquistando successivamente quelle asset class che hanno ottenuto un cattivo rendimento. Alla base di questa strategia vi è la teoria del mean-reversion<sup>7</sup>, secondo la quale i prezzi dei titoli, e dunque anche i rendimenti, tendono a conver-

---

<sup>7</sup>Black, 1990

gere verso il valore medio. Per comprendere meglio questa tecnica si propone questo esempio:<sup>8</sup>

Tabella 2.3: Prezzi dell'asset class A e B.

	$P_{t0}$	$P_{t1}$	$P_{t2}$
A	50	100	50
B	50	25	50

Il prezzo dell'asset class A raddoppia il primo anno, ma si dimezza il secondo anno. Al contrario, l'asset class B si dimezza il primo anno e raddoppia il secondo. Dopo due anni consecutivi, tutte e due le asset class non hanno prodotto nessun rendimento individualmente, ma un portafoglio costituito per metà da ciascuna asset class avrebbe prodotto un rendimento del 25% con l'utilizzo del rebalancing. Infatti, dopo un anno il portafoglio 50/50 diventerebbe un portafoglio con esposizione 80/20 ( $100/125 = 80\%$ ,  $25/125 = 20\%$ ). Non seguendo più l'asset allocation precedentemente determinata si ribilanciano i pesi vendendo il 30% dell'asset A (la vincente) e comprando il 30% dell'asset B (la perdente). In questo modo il portafoglio produce un rendimento del 25% anche il secondo anno.

Questo semplice esempio dimostra come la strategia di rebalancing mean-reverting riesce ad ottenere un rendimento positivo dalla volatilità dei rendimenti. Nel caso più semplice, in cui tutte le attività abbiano un rendimento identico nel tempo, la strategia di mean-reverting venderebbe le attività che hanno un rendimento superiore alla media dei rendimenti e acquisterebbe le attività con un rendimento inferiore alla media dei rendimenti. Di conseguenza, la strategia mean-reverting genera un diversification return positivo rispetto alla somma ponderata dei singoli rendimenti.

Al contrario, per ribilanciare i portafogli leveraged long-short bisogna utilizzare la strategia trend following, che impone di acquistare le asset class vincenti e vendere le asset class perdenti, processo opposto a quello che si è visto in precedenza. Anche se questo potrebbe sembrare controintuitivo, un semplice esempio è sufficiente per illustrare la logica.

---

<sup>8</sup>La fonte di tutti gli esempi svolti in questo paragrafo è Qian, 2016

Tabella 2.4: Diversification return e la volatilità del portafoglio.

	$\rho = -0.5$	$\rho = 0$	$\rho = 0.5$
Diversification return	0.63%	0.51%	0.39%
Volatilità del portafoglio	11.1%	12.2%	13.1%

Tabella 2.5: Andamento di un portafoglio vincente Long-Short con l'utilizzo del rebalancing.

	t=0	t=1 (Prima)	t=1 (Dopo)
Investimento A	\$2	\$3 ( $w_A = 150\%$ )	\$4 ( $w_A = 200\%$ )
Investimento B	-\$1	-\$1 ( $w_B = -50\%$ )	-\$2 ( $w_B = -100\%$ )
Totale	\$1	\$2	\$2

Consideriamo un portafoglio 200/100 con due asset class con un'esposizione di \$2 (200% long) nell'asset A e -\$1 (100% short) nell'asset B, con una volatilità, rispettivamente, del 20% e del 5%. Supponendo che l'asset A abbia un rendimento del 50% e l'asset B del 0%, alla fine del periodo l'asset A cresce di \$3 e l'asset B rimane a -\$1, quindi il valore del portafoglio raddoppia. Per questo motivo i pesi della asset class diventano 150/50 ( $300/200 = 150\%$  e  $100/200 = 50\%$ ). Per ribilanciare il portafoglio all'originale 200/100, dobbiamo vendere il 50% dell'asset A (la vincente) e vendere il 50% dell'asset B (la perdente). Di conseguenza, quando un portafoglio leveraged ha rendimenti positivi, il leverage deve aumentare per ritornare ai pesi originali.

Invece, si verifica il fenomeno opposto quando il portafoglio, nel suo complesso, subisce una perdita. Se supponiamo che il rendimento dell'asset A sia del -25% e quello dell'asset B sia dello 0%, allora il prezzo dell'asset A diminuisce a \$1,5 e l'asset B rimane a -\$1 e quindi il valore del portafoglio si dimezza.

Tabella 2.6: Andamento di un portafoglio perdente Long-Short con l'utilizzo del rebalancing.

	t=0	t=1 (Prima)	t=1 (Dopo)
Investimento A	\$2	\$1.5 ( $w_A = 300\%$ )	\$1 ( $w_A = 200\%$ )
Investimento B	\$-1	\$-1 ( $w_B = -200\%$ )	\$-0.5 ( $w_B = -100\%$ )
Totale	\$1	\$2	\$2

Modificandosi i prezzi si modificano anche i pesi diventando  $300/200$  ( $\$1.5/0.5=300\%$  e  $\$1/\$0.5=200\%$ ). Per ribilanciare il portafoglio bisogna vendere il 100% dell'asset A (la perdente) e comprare il 100% dell'asset B (la vincente). Perciò, quando un leveraged portfolio ha rendimenti negativi, bisogna ridurre il leverage per quelle asset class con rendimento negativo.

La pratica appena descritta viene definita come stop loss oppure deleveraging ed è una decisione d'investimento tipicamente distintiva dei gestori di hedge fund nei momenti in cui non sono disponibili i capitali per attuare il leverage. Tuttavia, può essere vista semplicemente come una decisione per ribilanciare i portafogli long short.

Ma cosa accade se si ribilancia un portafoglio risk parity che fa utilizzo di leverage? In riferimento ad un portafoglio risk parity che fa utilizzo del leverage, è necessario analizzare se vi è la possibilità di realizzare diversification return e in quali circostanze è possibile. L'analisi del diversification return del portafoglio risk parity deriva da quella di un generico levered long-only portfolio. In questa tipologia di portafoglio due fattori determinano l'entità del diversification return:

- Visto che il portafoglio continua a mantenere la sua configurazione long only, l'effetto positivo generato dalla diversificazione degli asset continua ad operare e viene ulteriormente amplificato dal leverage;
- Proprio la presenza del leverage tende però a generare un diversification return negativo.

Il diversification return di un portafoglio risk parity leverage viene definito come:<sup>9</sup>

$$r_d = Lr_d^s + \frac{1}{2}(L - L^2)\sigma_S^2 \quad (2.19)$$

<sup>9</sup>Derivazione matematica in Qian, 2012

Dove:

- L indica il coefficiente di leva finanziaria che caratterizza il portafoglio;
- $r_d^S$  indica il rendimento del portafoglio in cui pesi sono stati scalati per il valore di L.

Questa equazione fornisce un'interpretazione quantitativa delle due fonti di diversification return per un leveraged portfolio: la prima fonte, positiva, è individuata dal coefficiente di leva finanziaria moltiplicato per il diversification return del portafoglio in cui pesi sono stati scalati per il valore di L; mentre la seconda fonte individua il diversification return che viene associato al portafoglio, che viene costruito con i suddetti pesi. La compresenza di questi due fattori fa sì che, nel processo di rebalancing di un portafoglio risk parity, si debbano combinare le due strategie viste in precedenza. La prima strategia che deve essere applicata è la strategia meanreverting, utilizzato all'interno delle singole asset class. La seconda strategia coincide con la strategia trend-following utilizzato a livello di levered-portfolio.

Come si può ben comprendere fin da subito, la dimensione del diversification return dipende dalla contrapposizione delle due strategie. Si esemplifica questa affermazione paragonando il portafoglio 60/40, esposto nella Tabella 2.4, con il portafoglio risk parity privo di leverage 20/80 e il portafoglio risk parity che fa utilizzo di leverage per raggiungere il livello di volatilità del portafoglio 60/40:

Tabella 2.7: Portafoglio Unlevered risk parity 20/80.

	$\rho = -0.5$	$\rho = 0$	$\rho = 0.5$
Diversification return	0,42%	0,34%	0,26%
Volatilità	4,00%	5,66%	6,93%

Tabella 2.8: Portafoglio Leveraged risk parity.

	$\rho = -0.5$	$\rho = 0$	$\rho = 0.5$
Diversification return	0,77%	0,34%	0,08%
Volatilità	11,10%	12,20%	13,10%
Leverage	278%	215%	190%

Risulta evidente dalle performance registrate dai tre diversi portafogli il ruolo rilevante della correlazione tra gli asset. Quando la correlazione è negativa, il rischio del portafoglio risk parity privo di leverage è il più basso in assoluto (4%), ma presenta il diversification return più basso. Invece, con l'applicazione del leverage, il portafoglio risk parity assume il valore di diversification return più alto.

Questo risultato, nel caso di correlazione negativa, sta ad indicare che la strategia mean-reverting domina su quella trend-following, ottenendo un incremento del diversification return con l'utilizzo di un alta percentuale di leverage.

Nel caso di correlazione pari a 0, il livello di leverage richiesto scende da 278% a 215% e anche il diversification return si riduce assumendo lo stesso valore del portafoglio risk parity senza leverage (0%). In questo caso le due strategie risk parity permettono di ottenere la stessa performance, che comunque è inferiore rispetto a quella del portafoglio 60/40, pari a 0,51%.

Nel caso in cui la correlazione sia positiva, il livello di leverage è il più basso, ma ha come effetto quello di erodere il diversification return, diminuendo da 0.26% a 0.08%. Questo avviene perché l'elevata correlazione tra gli asset limita il diversification return che viene prodotto dalla strategia mean-reverting.

Dall'analisi congiunta di questi tre portafogli emergono i vantaggi e le criticità della presenza del leverage nel processo di rebalancing di un portafoglio risk parity. Come si è visto l'utilizzo del leverage non sempre è positivo in termini di diversification return, bensì è necessario che gli asset siano caratterizzati da una correlazione negativa.

La relazione che intercorre tra correlazione e livello del leverage è molto diretta e viene rappresentata nella seguente figura, che descrive il diversification return del portafoglio risk parity come funzione del leverage, sotto differenti ipotesi di correlazione tra gli asset. Sull'asse delle ascisse viene rappresentato il livello di leverage, mentre sull'asse delle ordinate il grado di diversification return.



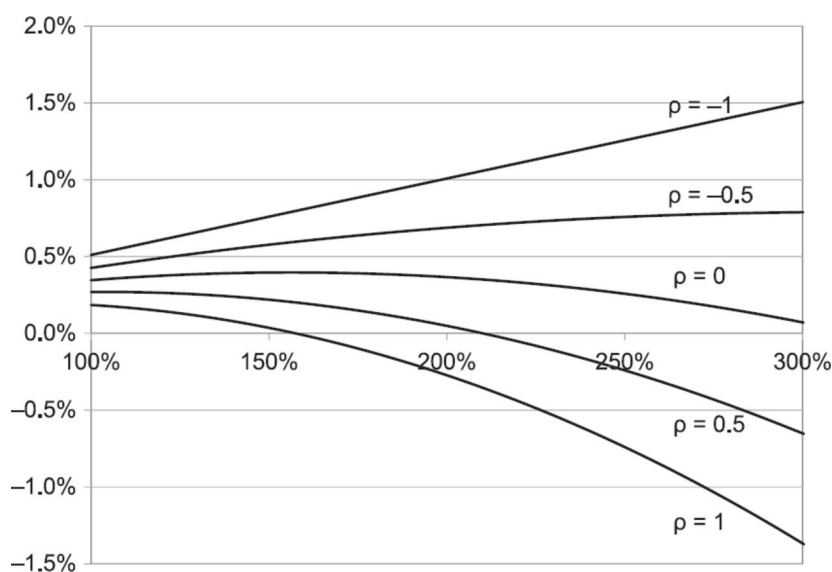


Figura 2.2: Leverage Ratio.

Nel caso in cui la correlazione fra gli asset in portafoglio sia negativa, ipotesi piuttosto irrealistica, il diversification return aumenterebbe linearmente all'aumentare del leverage. Per valori negativi di correlazione o pari a 0 del coefficiente di correlazione, il diversification return rimane positivo fintanto che il livello del leverage si mantiene contenuto. Infatti, con correlazione nulla il diversification return rimane positivo fino ad un livello di leverage pari 300%. Nel caso invece di correlazione positiva, il valore soglia per mantenere un diversification return scende gradualmente.

Quindi, come si è visto precedentemente, il processo di rebalancing è un processo fondamentale per i portafogli composti da asset class con pesi prestabiliti, in grado di generare un valore incrementale sfruttando la volatilità dei rendimenti. Tuttavia, nel caso di un portafoglio che fa utilizzo eccessivo del leverage, vi è la necessità di fare attenzione alla correlazione fra le asset class perché il processo di rebalancing può condurre a dei rendimenti negativi in caso di correlazione positiva fra le asset class.

## 2.5 Una corretta diversificazione: il ruolo delle variabili economiche e dei risk premium

COME si è potuto vedere fino ad ora la strategia risk parity si basa sui parametri di rischio e sui benefici della diversificazione, e questo comporta quindi la necessità di stimare con accuratezza il rischio relativo ad ogni asset class e la correlazione tra le

diverse asset class. Per misurare correttamente i valori della deviazione standard, in un primo momento, sembrerebbe sufficiente scegliere correttamente l'orizzonte temporale di osservazione, poiché un orizzonte temporale medio-lungo assicura una misura più accurata. Tuttavia, bisogna sempre ricordare che ciò che è avvenuto in passato non è un corretto indicatore di ciò che potrebbe avvenire in futuro, perciò basandosi su dati passati si potrebbe commettere gravi errori.

Inoltre, l'implementazione efficace della strategia risk parity richiede il calcolo della correlazione fra le asset class. Tuttavia, questa misura statistica tende a non essere stazionaria nel tempo, ma può subire cambiamenti anche radicali, rendendo molto difficile eseguire stime di questo parametro. Quindi, se un asset manager sceglie di agire in ottica risk parity e non vuole commettere errori di stima, deve cercare soluzioni alternative alla difficoltà di stimare correttamente la correlazione fra asset class.

Una valida alternativa alla stima dei valori della correlazione fra le asset class è quella di prendere in considerazione, come parametro di riferimento, i principali drivers della situazione economica<sup>10</sup>, come la crescita economica e il tasso d'inflazione. Questi due driver sono quelli che più di altri condizionano i rendimenti delle singole asset class e prendendoli in considerazione è quindi possibile eseguire una diversificazione che non tenga conto delle previsioni sulla correlazione, ma di come le asset class reagiscono ai cambiamenti delle variabili individuate. Il principio cardine su cui si basano la maggior parte dei portafogli, e che si concretizza nel concetto di diversificazione, rimane il medesimo: individuare asset class che abbiano andamenti discordi per mitigare la volatilità totale del portafoglio, e quindi mitigare il rischio.

Questa tipologia di diversificazione è possibile dato che le azioni consentono di ottenere buone performance in un contesto di crescita elevata e inflazione limitata, le obbligazioni tendono invece ad ottenere performance migliori in contesti caratterizzati da deflazione e recessione, mentre le commodities raggiungono le performance più alte in contesti di elevata inflazione.<sup>11</sup> Creando un'esposizione bilanciata a queste tre tipologie di asset class si riescono a produrre performance consistenti di lungo periodo.

Un portafoglio che riesce a combinare queste tre tipologie di asset class riesce a ottenere buone performance in ogni tipologia di condizione, per questo l'esposizione al rischio che si ottiene è la seguente:

---

<sup>10</sup>T. Lee et al., 2012

<sup>11</sup>Hurst et al., 2010

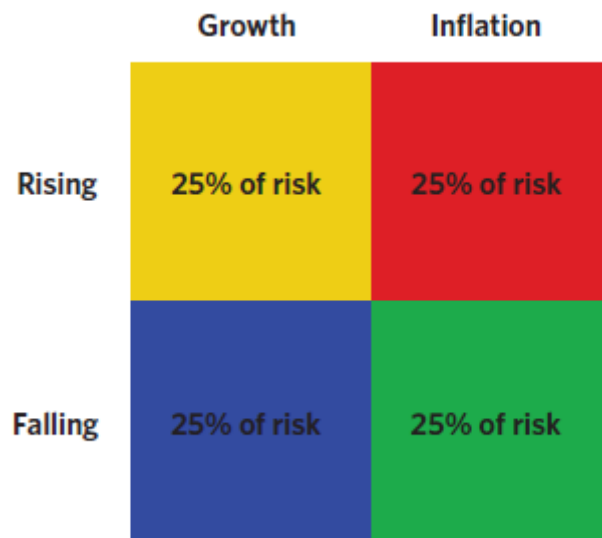


Figura 2.3: Pesi asset class.<sup>12</sup>

Il risultato di questo bilanciamento fa sì che la perdita provocata da una asset class in un determinato contesto, come le obbligazioni nel caso di inflazione elevata, trovi automaticamente compensazione nel rendimento più alto di un asset class che sfrutta tale contesto, come le commodities. A dimostrazione di quanto si è detto fin ora, nei due grafici qui riportati si presentano le performance storiche di due asset class che hanno un andamento opposto alla crescita economica e all'inflazione, senza considerare il risk premium per meglio individuare le variazioni dovute a questi drivers. Come si può vedere le asset class rispondono con la stessa intensità ma con segno opposto ai driver, riuscendo quindi a mitigare il rischio e di conseguenza ad ottenere un rendimento aggiustato per il rischio più alto.

---

<sup>12</sup>Fonte: Prince, 2020



Figura 2.4: Performance di due asset class sensibili alla crescita e all'inflazione.<sup>13</sup>

Tuttavia, limitare le possibilità di investimento presenti nei mercati finanziari odierni esclusivamente a queste macro-classi potrebbe sembrare riduttivo, ma indagando sulla composizione di ciascuna di esse si scopre che il numero di asset class presenti in ciascuna è numerosa. Le azioni possono essere divise in large/mid/small cap oppure in azioni growth oppure value; le obbligazioni sono invece più numerose e possono essere divise in base al ranking creditizio, in base alla diversa maturity oppure per area geografica. Di conseguenza, il singolo investitore si trova d'avanti a un gran numero di possibilità che allo stesso tempo aumentano il grado di complessità della scelta. Contemporaneamente deve valutare correttamente il legame fra le asset class e per questo è opportuno stabilire la tipologia di risk premium da cui essi derivano e quindi individuare la corretta esposizione ai diversi fattori che influenzano il loro andamento. Il risk premium viene definito come il rendimento in eccesso rispetto ad un'attività free

<sup>13</sup>Fonte: Prince, 2020

risk, che viene richiesto dal singolo investitore per dover sopportare un dato livello di rischio.

Svolgendo un'analisi più approfondita delle asset class sotto questo aspetto è possibile individuare forti analogie nei fattori che determinano il rendimento di asset class apparentemente anche molto diverse fra di loro, tanto da riuscire ad individuare tre macrocategorie di risk premium, delle quali la maggior parte delle asset class può essere considerata come una combinazione: equity risk premium, interest risk premium e inflation risk.<sup>14</sup> Un portafoglio costruito attraverso la strategia risk parity deve, per lo meno, ambire ad ottenere un'esposizione bilanciata a queste tre tipologie di risk premium e non semplicemente ambire ad un mero bilanciamento del rischio fra le asset class.

L'equity risk premium è definito come il compenso che viene riconosciuto agli shareholders di un'azienda per avergli conferito il loro capitale. Negli anni, anche se ci sono stati numerosi dibattiti sulla sua grandezza, l'esistenza dell'equity risk premium è sempre stata dimostrata sul piano pratico ed empirico. Invece, l'interest risk premium è il compenso che ricevono i detentori delle obbligazioni per aver concesso liquidità a enti governativi e corporation nel lungo periodo. L'andamento crescente della yield curve, indicando più alti i tassi d'interesse di lungo periodo rispetto a quelli di breve periodo, viene spesso considerata come un'evidenza empirica del interest risk premium. L'unico risk premium che viene messo in discussione è l'inflation risk premium. Questo perché nel lungo periodo il tasso d'inflazione è quasi equivalente al tasso free risk, implicando un ridotto risk premium. Tuttavia, nei periodi di crescente o alta inflazione, l'esposizione verso asset come le commodities e le obbligazioni indicizzate può essere un modo per preservare il rendimento del proprio investimento, vista la loro grande esposizione verso l'inflation risk.

Se si analizza attentamente le fonti di risk premium di ciascuna asset class si nota che spesso la loro nomenclatura può essere fuorviante, in quanto la maggior parte delle asset class presenti sul mercato non sono altro che titoli ibridi, quindi con un'esposizione a più risk premium. Spesso, i portafogli più comuni includono i government bond, corporate bond, high yield bond, titoli di debito di paesi emergenti e titoli obbligazionari indicizzati all'inflazione con l'obiettivo di ottenere un'adeguata diversificazione. Tuttavia, non tutti questi asset sono adatti a raccogliere l'interest risk premium, infatti le corporate bond, high yield bond e titoli di debito di Paesi emergenti sebbene apparten-

---

<sup>14</sup>Qian, 2016

gano al mercato obbligazionario, presentano un'esposizione significativa all'equity risk premium. Similmente, il rischio dei titoli obbligazionari indicizzati all'inflazione deriva dalla variazione del tasso d'interesse ma anche dal tasso d'inflazione.

Pertanto, è utile indagare quali sono le componenti di rischio di ciascuna asset class per poter individuare correttamente la tipologia di risk premium che viene generata da ciascuna da ciascuna di esse. Senza quest'indagine un portafoglio costruito in ottica risk parity può presentare asset class legate dal medesimo fattore di rischio, generando un portafoglio altamente concentrato.

Dunque, se si svolge preliminarmente quest'indagine è possibile prendere delle decisioni di risk allocation più corrette, piuttosto che seguendo una semplice scomposizione in asset class, che può rivelarsi una decisione molto arbitraria. Concentrarsi sui fattori di rischio si crea un approccio che supera l'asset class decomposition ma che viene legittimato a livello teorico, perché vengono originati benefici significativi alla accuratezza dell'analisi, e fornisce uno strumento più efficace al risk management. I tre risk premia individuati in precedenza offrono assieme ai rendimenti di lungo periodo degli impliciti benefici di diversificazione che trovano origine nelle variabili economiche fondamentali, come il tasso di crescita o d'inflazione. Questa diversificazione si manifesta quantitativamente in una bassa o significativamente negativa correlazione tra i risk premia, che viene sfruttata dal portafoglio risk parity per ottenere un'adeguata diversificazione.

Ad esempio, la relazione tra stock e nominal bond può essere utilizzata per esemplificare questo concetto. In un contesto di bassa e stabile inflazione, la variabile economica che impatta sui rendimenti di entrambe le asset class è la crescita economica o, ancora meglio, l'effettiva crescita economica in relazione alle aspettative del mercato. Se la crescita economica si rivela maggiore rispetto alle aspettative, il mercato tende a crescere per via dei maggiori profitti delle imprese, al contrario i tassi di interesse del segmento obbligazionario tendono a crescere, determinando una diminuzione dei prezzi dei titoli obbligazionari, perché aumentano le aspettative sulla crescita dell'inflazione. Nel caso in cui la crescita economica si rivelasse più debole delle aspettative, il mercato obbligazionario reagirebbe positivamente al contrario di quello azionario. Proprio per questo motivo, il segmento obbligazionario e azionario sono una fonte di diversificazione reciproca.

Tale tipologia di diversificazione non rappresenta una novità nel panorama degli investimenti, tant'è che un gran numero di portafogli ne fanno il loro principio fondamentale. Tuttavia, la vera innovazione dell'approccio risk parity è data dal fatto che tale diversi-

ficazione è significativa solamente se la risk allocation ai diversi risk premia è bilanciata. È dunque evidente l'importanza dei rapporti che intercorrono tra questi risk premia nell'ottica complessiva del portafoglio.

Malgrado gli aspetti positivi visto fin ora, il rischio di questa strategia si manifesta nella circostanza in cui tutti e tre i risk premia si dimostrino negativi, ovvero nel caso in cui tutte le asset class che compongono il portafoglio producano rendimenti inferiori a quelli dell'asset risk-free. Questo non vuol dire che il portafoglio generi, nel suo complesso, rendimenti negativi, ma che sarebbe stato più proficuo investire il proprio denaro in un'attività priva di rischio.

La presenza di tale aspetto negativo origina la necessità di indagare quanto effettivamente tale circostanza sia realistica. Per fare questo è quindi necessario stimare la probabilità che tutti gli excess return delle diverse asset class generino un rendimento negativo in un determinato orizzonte temporale. Qian opera quest'analisi dei rendimenti individuando tre asset class rappresentative dei relativi risk premia:

- L'indice S&P 500;
- 10-years UST bond;
- GSCI commodity index.

I rendimenti sono rilevati con cadenza mensile nel periodo che va da gennaio 1970 a luglio 2012 e il titolo risk-free assunto come riferimento è il three-month UST bill. La serie statistica che viene presa in considerazione copre, in questo modo, un orizzonte temporale sufficientemente ampio da includere periodi di alta e bassa inflazione e periodi di forte e debole crescita economica.

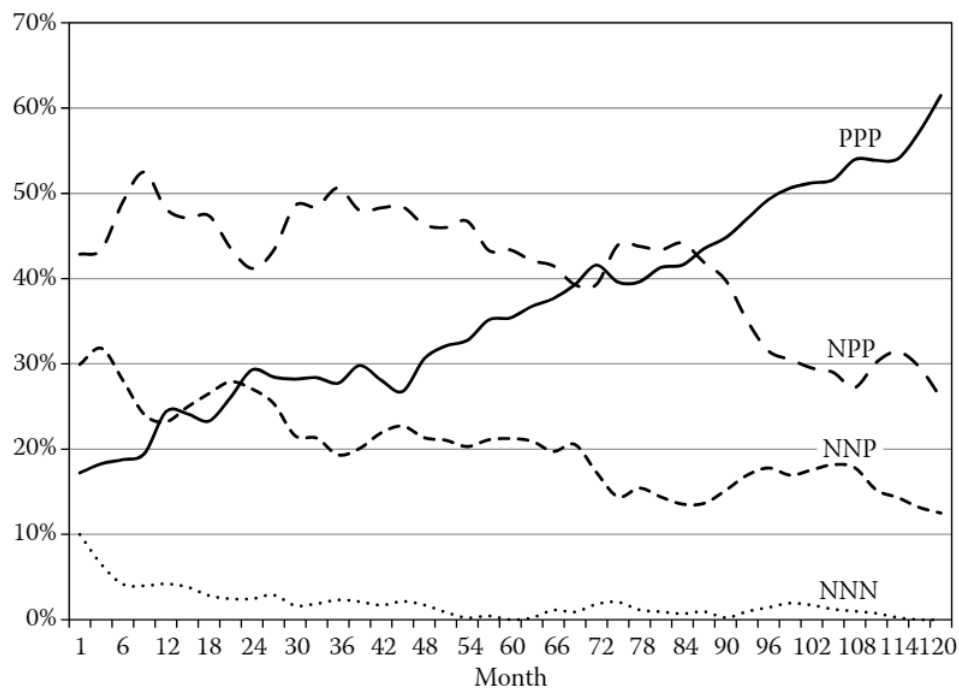


Figura 2.5: Probabilità di quattro diversi outcomes per le azioni, le obbligazioni e le commodities.<sup>15</sup>

Questa figura mostra la probabilità di quattro outcome distinti, relativi agli excess return delle azioni, obbligazioni e delle commodities. La serie denominata NNN indica la casistica in cui si registrino tre risk premia negativi, mentre la serie NNP denota il caso in cui due dei tre risk premia assumano valori negativi e così via. Come si può vedere la probabilità che tutti e tre i risk premia assumano valore negativo è la più bassa tra le quattro analizzate, inoltre il suo valore scende con il prolungarsi dell'orizzonte temporale. Infatti, il suo valore si attesta intorno al 4% per i primi 12 mesi fino a ridursi e a raggiungere il 2% su un arco temporale di 36 mesi, per poi toccare la soglia dell'0% nell'arco temporale decennale.

Al contrario, la probabilità che il segno assunto da tutti i risk premia sia positivo cresce da circa il 20% fino al 60%. È però interessante notare che la probabilità che almeno uno dei tre risk premia assuma valore negativo è sempre piuttosto elevata, data dalla somma delle prime tre probabilità oppure da  $(1-PPP)$ . Infatti, si attesta intorno al 70% per un orizzonte temporale di tre anni e intorno al 50% per un orizzonte temporale di sette anni. Questo evidenzia ancora una volta che può essere molto rischioso investire il proprio capitale in un'unica attività, senza quindi attuare la diversificazione.

<sup>15</sup>Fonte: Qian, 2016



Anche se la probabilità che i tre risk premia assumano simultaneamente un valore negativo è molto bassa e si riduce nel tempo, tale circostanza si è comunque verificata. È quindi necessario indagare nel dettaglio questo avvenimento, che rappresenta l'unico elemento negativo di questa strategia.

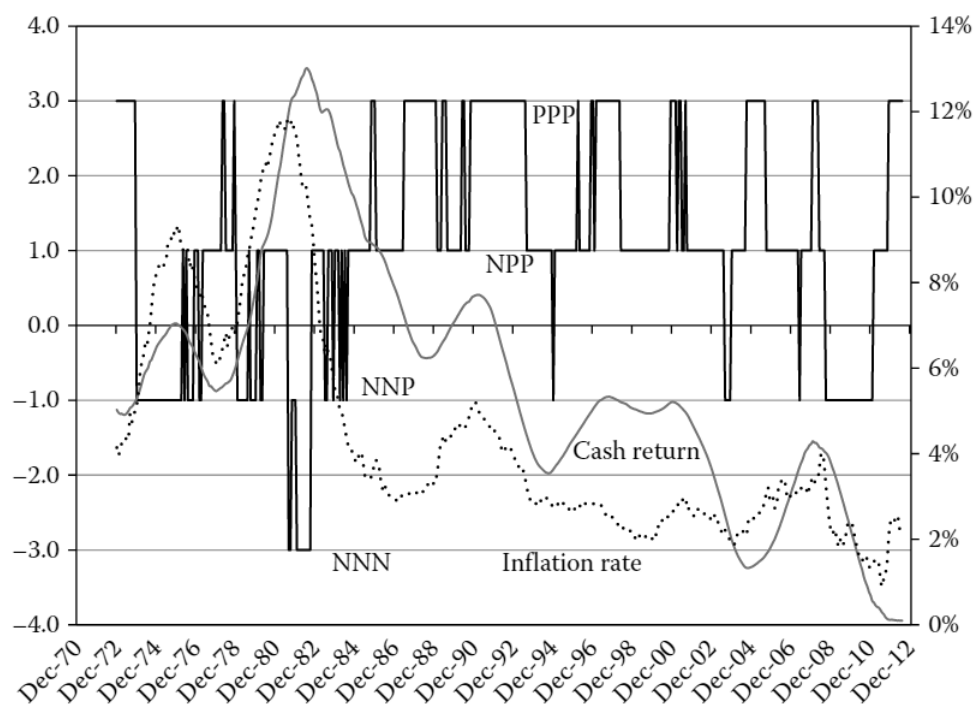


Figura 2.6: Rendimento congiunto.<sup>16</sup>

In questa figura la linea più scura indica il rendimento congiunto delle tre asset class, conferendo un punteggio pari a 1 nel caso in cui l'asset class generi un rendimento positivo, mentre un punteggio pari a -1 nel caso contrario. Successivamente si sommano questi punteggi per ottenere la serie temporale aggregata: ottenendo un punteggio pari a 3 nel caso di tre risultati positivi, di 1 per due risultati positivi e uno negativo. -1 per i due risultati negativi e uno positivo e -3 per tre risultati negativi.

Questo grafico, oltre ad individuare il rendimento congiunto delle tre asset class, individua due curve: quella del rendimento annualizzato della liquidità e il tasso di inflazione annualizzato.

Attraverso questa costruzione è evidente che il maggior numero di manifestazioni completamente negative, così come la maggior parte delle manifestazioni con due asset class negative, si concentrano nel periodo che comprende gli anni '70 e l'inizio degli

<sup>16</sup>Fonte: Qian, 2016

anni '80. Il motivo per il quale questi avvenimenti si contrano in questi anni è dovuto al livello d'inflazione, tant'è che in questi anni sono avvenute due crisi petrolifere che hanno fatto crescere l'inflazione dal 4% al 9% fino a raggiungere il 12%. Questa crescita repentina dell'inflazione ebbe effetti devastanti sia sul mercato azionario che in quello obbligazionario, mentre l'unico asset che è riuscito a coprire il portafoglio da queste oscillazioni sono, naturalmente, le commodities.

L'analisi di questi momenti negativi ha portato alla luce l'influenza dell'inflazione sui rendimenti del portafoglio, andando ad impattare sui benefici della diversificazione. Successivamente alla crisi globale il tasso d'inflazione si è attestato su livelli piuttosto bassi e la crescita è rimasta piuttosto debole in molti paesi, nonostante i bassi tassi d'interesse: per questo motivo possiamo ritenere che una forte crescita dell'inflazione è molto lontana nel tempo. Tuttavia, è importante tenere sempre a mente dell'effetto di questa variabile economica e possibilmente individuare protezioni aggiuntive in caso si manifestasse. Una possibile soluzione è quella di attuare correttamente il processo di asset allocation tattica, attraverso una temporanea modifica dei pesi, per concentrare maggiormente il peso complessivo del portafoglio sulle commodities piuttosto che sulle azioni e sulle obbligazioni.

## 2.6 Sono importanti i tassi d'interesse?

**I**N generale, i possessori di portafogli devono prestare grande attenzione alle variabili economiche, in particolare ai tassi d'interesse. Questa è una delle variabili che condiziona maggiormente il risultato complessivo del portafoglio, in quanto impatta su un asset class che compone la maggior parte, se non la totalità, dei portafogli: le obbligazioni.

Questa tipologia di asset class è quella che più di altre è sensibile ai tassi d'interesse perché il prezzo delle obbligazioni varia in funzione dell'aumento o della diminuzione dei tassi. In particolare, quando i tassi d'interesse aumentano il prezzo delle obbligazioni diminuisce e viceversa. Come si può ben capire questo produce un guadagno o una perdita al possessore, che va ad impattare sul risultato complessivo del portafoglio.

L'importanza che viene data ai tassi d'interesse viene maggiormente enfatizzata dai possessori dei portafogli che vengono costruiti con la strategia risk parity, in quanto per bilanciare la volatilità delle altre asset class viene eseguita un'esposizione più marcata verso gli asset quotati sul mercato obbligazionario perché presentano una volatilità nettamente inferiore alle altre tipologie di asset class. La circostanza che viene ritenuta

più sgradevole per un possessore di un portafoglio risk parity è inevitabilmente il caso in cui vi sia un aumento dei tassi d'interesse, a maggior ragione se i tassi subiscono un aumento improvviso.

Il rischio di tasso d'interesse è sempre stato molto importante per gli investitori, ma questa sensibilità è aumentata anche grazie alla recente crisi finanziaria. La crisi del 2008 è stata talmente importante che ha portato le maggiori banche centrali ad abbassare i tassi di riferimento per ridurre le conseguenze negative della crisi, iniziando un'epoca di politiche espansive a cui assistiamo ancora oggi.



Figura 2.7: Rendimento BTP Italia 10 anni.<sup>17</sup>

La Figura 2.7 mostra il rendimento del BTP Italia 10 anni dal 1999. Il suo picco massimo è stato raggiunto nel secondo trimestre del 2011 dove si è registrato un rendimento del 7%<sup>18</sup>, ma successivamente alle politiche espansive della BCE il tasso è sceso al 0,51% nel terzo trimestre 2020. Facendo un'analisi del grafico si può ragionevolmente credere che il tasso odierno è molto più basso rispetto agli standard storici, e che quindi il tasso aumenterà in futuro, creando inevitabilmente una perdita in conto capitale per i possessori di asset obbligazionari. Inoltre, gli investitori hanno correttamente ragione di credere che i tassi, ma anche l'inflazione, aumenteranno in futuro anche grazie all'utilizzo da parte della banche centrali di strumenti di politica monetaria non convenzionali, come il quantitative easing.

Se in un primo momento gli investitori in asset class obbligazionari hanno beneficiato del ridursi dei tassi, in un secondo momento potrebbero perdere, del tutto o in parte, il guadagno creato con l'aumento dei tassi. Inevitabilmente, l'attenzione si è spostata su

<sup>17</sup>Fonte: [www.cnbc.com](http://www.cnbc.com)

<sup>18</sup>Fonte dei dati: [www.cnbc.com](http://www.cnbc.com)

tutti quei portafogli che hanno una grande esposizione verso questa tipologia di asset class e quindi anche verso la strategia risk parity.

Per analizzare il comportamento della strategia risk parity in questa eventualità è utile esaminarla in un periodo passato in cui è avvenuta una crescita consistente dei tassi d'interesse. L'analisi svolta da Croce et al., 2013 fa proprio questo: analizza la risk parity nel periodo tra il 1971 e il 1982 dove è avvenuto un aumento consistente dei tassi d'interesse negli Stati Uniti. In questo periodo, per rispondere ai tassi reali negativi e quindi alla possibilità che avvenga un aumento dell'inflazione, la FED ha bruscamente aumentato i tassi di breve periodo (Figura 2.8). Questo aumento dei tassi d'interesse causò una corrispondente caduta del prezzo delle obbligazioni, oltre che un aumento dell'inflazione e del tasso reale.

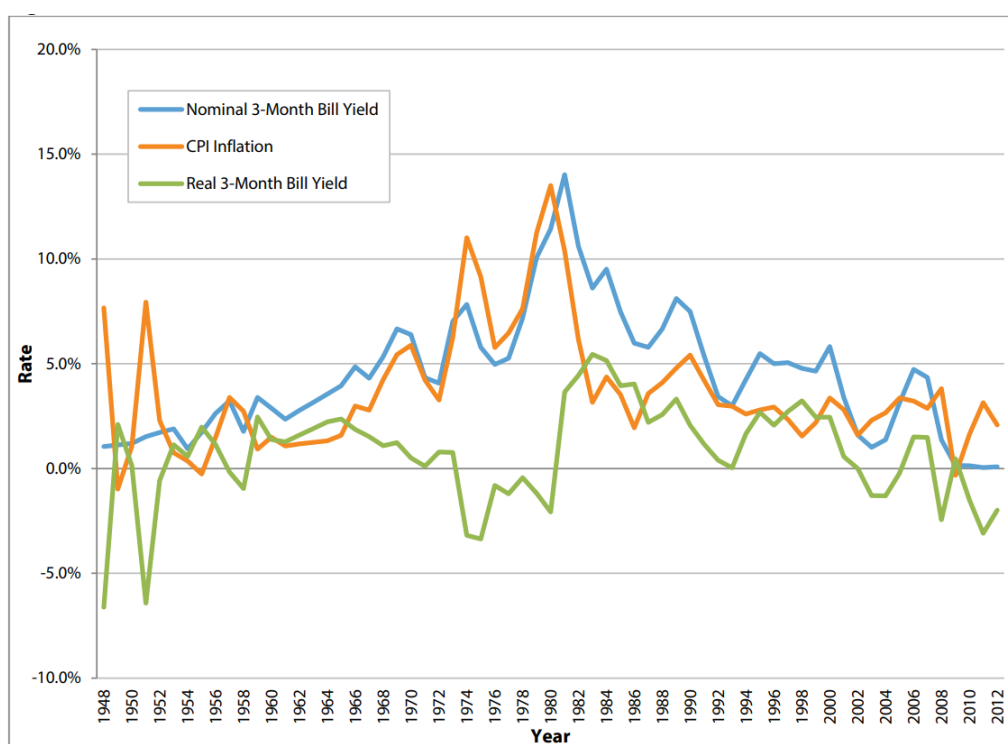


Figura 2.8: Tasso nominale, d'inflazione e reale tra il 1948 e il 2013.<sup>19</sup>

Nell'analisi proposta è stato costruito un portafoglio risk parity composto da azioni, obbligazioni e commodities che viene ribilanciato mensilmente in base alla volatilità e alla correlazione fra le asset class. La Figura 2.9 mostra le esposizioni alle tre asset class. Coerentemente alla teoria sul portafoglio risk parity, questo portafoglio presenta in media la maggiore esposizione verso le obbligazioni che ammonta al 47,5% contro il

<sup>19</sup>Fonte: Croce et al., 2013

19.4% delle azioni e al 33.1% delle commodities. Come si può vedere dalla Figura 2.9 i pesi sono variabili e ci sono certi periodi dove le obbligazioni non sono la maggiore allocazione. Successivamente si fornirà la spiegazione a questo fatto.

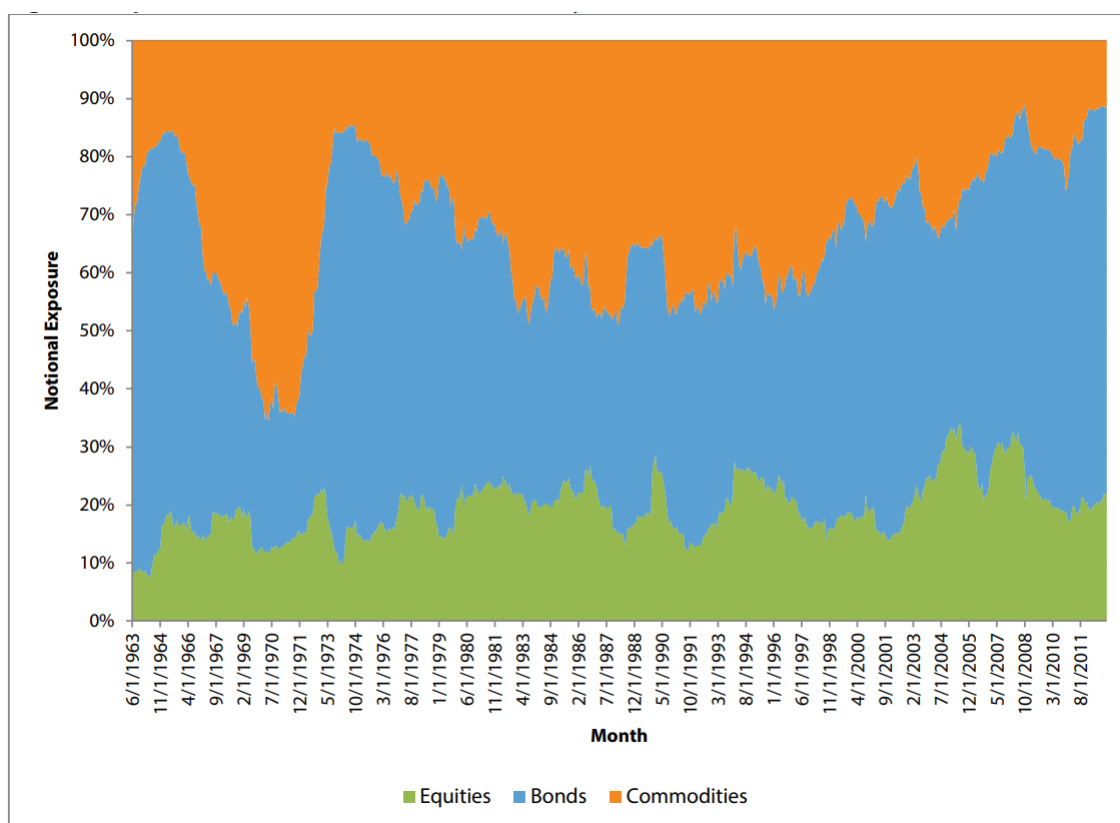


Figura 2.9: Esposizioni del portafoglio risk parity.<sup>20</sup>

Visto il vantaggio che si ottiene dal leverage, in termini di rendimento, anche in questa analisi viene utilizzato e permette di raggiungere la volatilità del 10%. Le esposizioni alle azioni, alle obbligazioni e alle commodities sono rappresentate nelle Tabelle 2.9 e 2.10. Le esposizioni per ogni asset class devono, in media, raddoppiare per far raggiungere al portafoglio la volatilità del 10%. Per raggiungere tale livello di volatilità in condizioni normali il portafoglio presenta un'esposizione di circa il 100% verso le obbligazioni, mentre quando la volatilità e le correlazioni sono particolarmente basse l'esposizione naturalmente sale al 300%.

<sup>20</sup>Fonte: Croce et al., 2013

Tabella 2.9: Esposizioni del portafoglio unlevered.

	Azioni	Obbligazioni	Commodities
Esposizione media	19.4%	47.5%	33.1%
Esposizione minima	7.6%	21.0%	10.8%
Esposizione massima	34.1%	74.4%	65.5%

Tabella 2.10: Esposizioni del portafoglio levered con volatilità target del 10%.

	Azioni	Obbligazioni	Commodities
Esposizione media	39.7%	103.4%	67.3%
Esposizione minima	17.5%	31.1%	17.1%
Esposizione massima	103.2%	300.0%	185.9%

Tra il 1971 e il 1982 un portafoglio così costruito avrebbe generato comunque un rendimento nominale positivo e avrebbe anche battuto un portafoglio costituito dal 60% da azioni e dal 40% da obbligazioni. Da questa analisi si evince che il portafoglio risk parity avrebbe generato un rendimento cumulativo del 235%, mentre un portafoglio 60/40 avrebbe generato solamente un rendimento cumulato del 118%. Magari può non essere immediatamente intuitivo come la strategia risk parity abbia creato comunque un buon rendimento in questo periodo, ma può essere spiegato con due fattori:

**La volatilità è dinamica:** tipicamente le principali differenze che vengono ascritte alla strategia risk parity rispetto ad una tradizionale allocazione statica è l'utilizzo del leverage e l'esposizione accentratata verso asset che presentano una bassa volatilità. Tuttavia, il fatto che l'esposizione alle singole asset class sia dinamica è una delle grandi e più importanti differenze. Come si è detto nel paragrafo 2.4 la strategia risk parity deve sempre essere accompagnata dal processo di rebalancing per via della variazione della volatilità di un asset class nel tempo.

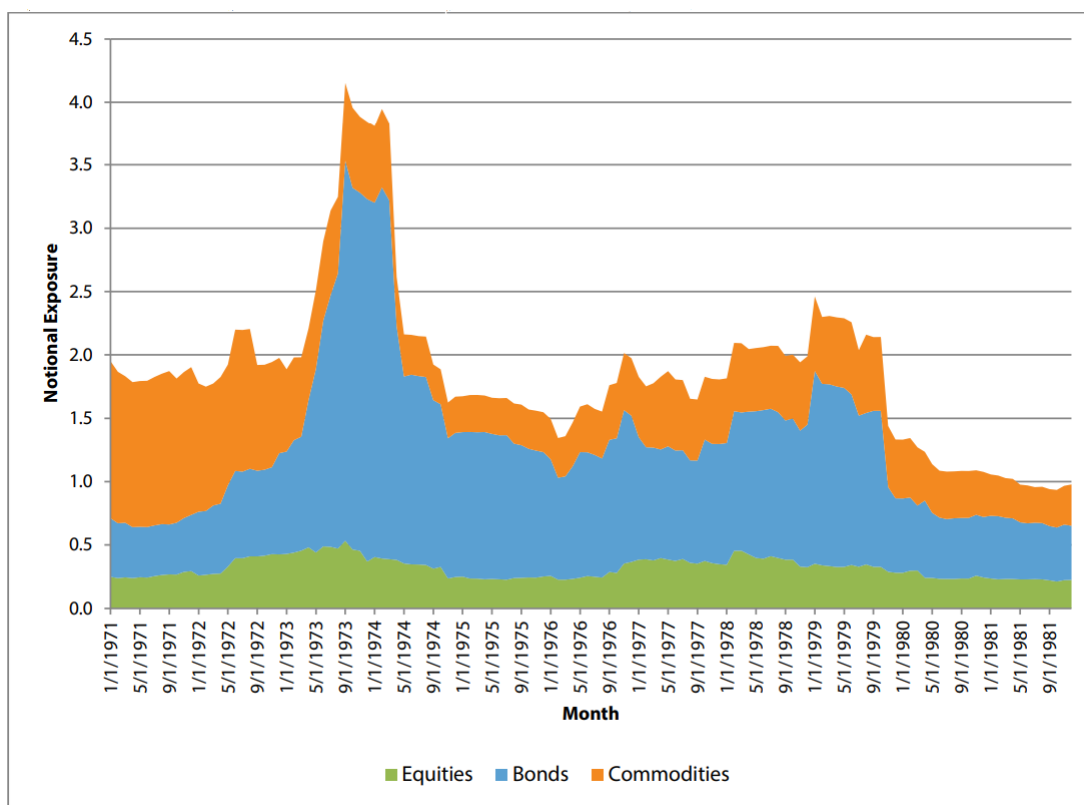


Figura 2.10: Esposizione nozionale del portafoglio parity.<sup>21</sup>

La Figura 2.10 mostra che un incremento della volatilità delle obbligazione nel 1974 e nel 1980 che porta correttamente a riduzioni significative e relativamente rapide di tali esposizioni. In questa maniera si evita che il portafoglio assuma un rischio superiore a quello desiderato.

**La diversificazione è dinamica:** oltre ai mutamenti nel tempo della volatilità anche le correlazioni fra le asset class si modificano nel tempo. Anche se questo potrebbe non portare a cambiamenti in un asset allocation tradizionale, la strategia parity pone grande attenzione anche a questi cambiamenti, prendendo le opportune misure di contrasto all'interno del processo di rebalancing.

Come si è visto il processo di rebalancing nella strategia parity è sicuramente la ragione per la quale è riuscita a fornire un rendimento positivo in quel periodo, e questa abilità rimane ancora oggi. Tuttavia, un fattore che ha contribuito a generare un ottima performance in quel periodo non è presente oggi: un alto tasso d'interesse di partenza.

<sup>21</sup>Fonte: Croce et al., 2013

Il rendimento del US 10-Year Treasury Bond nel 1971 era del 6.24%, molto più alto del 1.60% odierno. Il tasso di partenza è molto importante per due ragioni:

- Un obbligazione con un alto rendimento ha una duration più piccola rispetto ad un obbligazione con un basso rendimento con la stessa maturity. Questo comporta che un' unità di esposizione in un' obbligazione del 1971 avrebbe avuto una sensibilità minore ai tassi di interesse rispetto alle obbligazioni attuali.
- Visto che il rendimento complessivo di un' obbligazione è dato dalla cedola ma anche dalla variazione di prezzo dell'obbligazione, nel caso in cui il rendimento sia alto potrebbe essere sufficiente a compensare la perdita dovuta alla variazione di prezzo.

Per ovviare a questo problema nell'analisi viene ridotto il tasso del US 10-Year Treasury Bond a 1.6% per poi successivamente modificarlo in funzione delle variazioni che sono realmente avvenute. Ad esempio, nel febbraio del 1971 il tasso ha perso 13 bps, passando da 6.24% a 6.11%, quindi nell'analisi il tasso viene anch'esso ridotto di 13 bps, passando da 1.60% a 1.47%. Usando questa strategia viene ricalcolata la performance del portafoglio ottenendo comunque che la strategia parity offre un rendimento superiore al portafoglio 60/40, rispettivamente del 65% e del 61%.

Eppure, non sempre gli strumenti del mercato obbligazionario offrono un rendimento negativo in un contesto di crescita dei tassi d'interesse. Tipicamente per valutare l'impatto della variazione dei tassi d'interesse viene utilizzata la duration, strumento che esprime correttamente questo impatto solamente nel caso in cui la variazione dei tassi sia istantanea. Infatti, per misurare l'impatto della variazione dei tassi viene analizzata l'inclinazione della yield curve dato che i tassi molto raramente variano istantaneamente, ma molto spesso la variazione è graduale. Se ad esempio, la yield curve è alquanto inclinata, questo può essere l'indizio che il mercato obbligazionario conferisce un prezzo elevato ai risk premia di lungo periodo o magari prevede un aumento dei tassi nel futuro. Come protezione gli investitori possono utilizzare i tassi forward che permettono di attenuare il decremento del valore attualizzato dei cash flow dovuto all'aumento dei tassi d'interesse. L'utilizzo dei tassi forward permette anche di realizzare rendimenti positivi nel caso in cui gli spot yields risultino minori di quanto previsto dai tassi forward.

Per questo motivo, il fattore determinante per il rendimento di un obbligazione non è l'incremento o il decremento dei tassi d'interesse, quanto piuttosto la grandezza di tale variazione rispetto a quella stimata precedentemente dal mercato.



Anche se questa è una riflessione generale, essa contribuisce comunque a ridurre lo scetticismo nei confronti del portafoglio parity, per via dell'odierno contesto economico.

Da questa analisi si evince come la strategia parity sia riuscita comunque a fornire un rendimento positivo e a battere altre tipologie di portafogli anche in un contesto dove i tassi aumentano, fenomeno che veniva ritenuto il punto debole di questa strategia. D'altronde, il portafoglio parity non è da intendere come un modo per battere in ogni situazione il mercato, ma si è rivelato avere un vantaggio sostanziale rispetto alle altre strategie di investimento: la diversificazione del rischio.

Infine, è importante sottolineare che nel caso in cui i tassi d'interesse abbiano un impatto ingente, ed è importante che il portafoglio parity abbia all'interno delle sue caratteristiche la flessibilità, tale da riuscire ad adattare il processo d'investimento all'andamento del mercato.

# Capitolo 3

## Analisi empirica

IN questo capitolo viene illustrato il comportamento del portafoglio risk parity attraverso l'utilizzo di sette indici azionari considerati in relazione al periodo gennaio 2001 - dicembre 2020. Successivamente viene confrontato con il portafoglio minimum variance, per contrapporre la strategia che effettua l'allocazione in base al rischio e l'allocazione in base al denaro.

### 3.1 Descrizione del dataset utilizzato

FINO ad ora la strategia risk parity è stata illustrata dal punto di vista teorico ed analitico, ma per maggiore chiarezza si propone anche un'applicazione pratica di tale strategia. Per raggiungere questo scopo si è scelto di utilizzare un dataset composto dai rendimenti mensili di sette indici rappresentativi di mercati azionari, calcolati da Morgan Stanley Capital International, riferiti al periodo gennaio 2001 - dicembre 2020. Pertanto, risultano disponibili 240 osservazioni mensili. Gli indici scelti per questa analisi sono<sup>1</sup>:

- MSCI EMU: è un indice concepito per riflettere l'andamento dei mercati azionari di 10 paesi appartenenti all'Unione Economica e Monetaria Europea (UEM), ossia Austria, Belgio, Finlandia, Francia, Germania, Irlanda, Italia, Paesi Bassi, Portogallo e Spagna.
- MSCI UK: è un indice concepito per misurare le performance delle società inglesi ad alta e media capitalizzazione, coprendo circa l'85% della capitalizzazione di mercato del flottante.

---

<sup>1</sup>Fonte: [www.msci.com](http://www.msci.com)

- MSCI USA: è un indice concepito per riflettere l'andamento del mercato azionario degli Stati Uniti ed è costruito per rappresentare le società ad alta e media capitalizzazione, coprendo circa l'85% della capitalizzazione di mercato del flottante.
- MSCI CANADA: le società che compongono questo indice sono ad alta e media capitalizzazione, che viene determinata in funzione del valore complessivo del flottante di una società rispetto a quello delle altre società. L'Indice mira a rappresentare l'85% del flottante in ciascun settore industriale nel mercato canadese.
- MSCI JAPAN: questo indice è concepito per riflettere l'andamento delle azioni di determinate società in Giappone, le azioni incluse in tale indice sono denominate in Yen Giapponesi. Le società che compongono l'indice sono ad alta e media capitalizzazione, che viene determinata in funzione del valore complessivo del flottante di una società rispetto a quello delle altre società. L'Indice mira a rappresentare l'85% del flottante in ciascun settore economico nel mercato giapponese.
- MSCI PACIFIC EX JAPAN FREE: le società che compongono quest'indice sono ad alta e media capitalizzazione, che viene determinata in funzione del valore complessivo del flottante di una società rispetto a quello delle altre società. L'indice mira a rappresentare l'85% del flottante in ciascun settore industriale nel mercato sviluppato del Pacifico, Giappone escluso.
- MSCI EMERGING MARKETS: questo indice è concepito per riflettere l'andamento delle azioni di alcune società dei Paesi emergenti globali come stabilito da MSCI. Le società che compongono l'indice sono ad alta e media capitalizzazione, che viene determinata in funzione del valore complessivo del flottante di una società rispetto a quello delle altre società. La ponderazione di una società nell'indice dipende dalla sua capitalizzazione relativa. L'indice mira a rappresentare l'85% del flottante in ciascun settore industriale nei mercati emergenti globali. A partire da agosto 2014, è composto dai seguenti Paesi emergenti: Cina, Corea del Sud, Taiwan, Brasile, Sudafrica, India, Messico, Russia, Malesia, Indonesia, Thailandia, Turchia, Polonia, Cile, Colombia, Filippine, Grecia ed Emirati Arabi Uniti. Gli elementi costitutivi sottostanti dell'indice sono quotati in più valute.

Tabella 3.1: Media e deviazione standard annua dei componenti del dataset.

Asset class	Rendimento annuo	Dev. standard annua
MSCI EMU	4,68 %	18,04 %
MSCI UK	2,99 %	14,60 %
MSCI USA	7,16 %	14,93 %
MSCI CANADA	6,89 %	18,05 %
MSCI JAPAN	3,75 %	15,59 %
MSCI PACIFIC EX JAPAN FREE	8,63 %	17,30 %
MSCI EMERGING MARKETS	10,03 %	19,12 %

L'universo considerato è molto differente per i sette diversi indici ma, poiché è composto da pressoché tutte le maggiori società quotate su scala mondiale, riesce ad esprimere con grande puntualità l'evoluzione temporale del mercato azionario globale.

Nella Tabella 3.1 viene indicato il rendimento annuo e la deviazione standard annua delle sette asset class, entrambe espresse in percentuale. Alla base della teoria finanziaria vi è il trade-off tra rischio rendimento che viene rispettato anche in questo caso, infatti ad un livello di  $\sigma^2$  elevato corrisponde tendenzialmente un valore più elevato del rendimento annuo, in altre parole indica che vi è una remunerazione superiore per il maggior rischio assunto. Ad esempio, l'indice "MSCI EMERGING MARKETS" noto per la sua volatilità presenta il rendimento più alto. L'unico indice che non segue questo rapporto è il "MSCI EMU" che presenta un rendimento annuo non congruo con il livello di volatilità assunta.

Per quanto riguarda la correlazione fra le asset class, indicata nella Tabella 3.2, si può notare come la maggior parte di questi valori sia molto vicina ad 1, stando quindi ad indicare una correlazione abbastanza o piuttosto elevata fra le asset class. I valori più bassi di correlazione, che si attestano tra 0,524 e 0,626, sono quelli tra l'indice MSCI Japan e gli altri indici. Questi sono valori molto prevedibili vista la grande differenza di localizzazione tra il Giappone e gli altri stati. Ciò che invece potrebbe sorprendere in un primo momento è la correlazione fra l'indice MSCI EMERGING MARKETS e tutti gli altri indici perché si hanno valori molto elevati. Tuttavia, questi sono valori congrui con quella che è la composizione dell'indice, dato che è composto da molti paesi di tutto il mondo.

Tabella 3.2: Correlazione fra le asset class.

	MSCI EMU	MSCI UK	MSCI USA	MSCI CANADA	MSCI JAP.	MSCI PAC. EX JAP.	MSCI FREE EMER. MAR.
MSCI EMU	<b>1</b>	0,864	0,772	0,713	0,524	0,761	0,748
MSCI UK	0,864	<b>1</b>	0,803	0,779	0,594	0,795	0,733
MSCI USA	0,772	0,803	<b>1</b>	0,768	0,626	0,739	0,699
MSCI CANADA	0,713	0,779	0,768	<b>1</b>	0,549	0,800	0,802
MSCI JAPAN	0,524	0,594	0,626	0,549	<b>1</b>	0,562	0,553
MSCI PACIFIC EX JAPAN FREE	0,761	0,795	0,739	0,800	0,562	<b>1</b>	0,889
MSCI EMERGING MARKETS	0,748	0,733	0,699	0,802	0,553	0,889	<b>1</b>

## 3.2 Metodologia di costruzione dei portafogli

L'OGGETTIVO di questa analisi è confrontare i risultati ottenuti da un portafoglio costruito con la logica minimum variance e con la logica risk parity poiché la prima effettua l'allocazione in base al denaro mentre la seconda in base al rischio. Inoltre, sono due strategie definite come  $\mu - free$  e quindi non soffrono entrambe degli errori di stima che affliggono molte strategie. Anche per quest'ultimo motivo è doveroso un confronto fra quest'ultime.

Per studiare il comportamento dei due portafogli nella finestra temporale scelta si è scelto di utilizzare una analisi out-of-sample che si avvale di una procedura rolling.

Nella pratica questo processo si sostanzia in una serie di step successivi:

1. inizialmente è stata definita una "finestra di stima" di ampiezza pari a 60 rendimenti mensili, attraverso cui è stato possibile determinare i pesi di portafoglio a seguito dell'esecuzione del algoritmo di ottimizzazione;
2. la suddetta allocazione ha rappresentato il punto di partenza per una gestione buy and hold sull'orizzonte temporale di 6 mesi, ottenendo i rendimenti mensili in questa finestra di 6 mesi;
3. il terzo step prevede di far scivolare il processo di creazione del portafoglio di 6 mesi rispetto alla "finestra di stima" precedentemente utilizzata, per consentire la replica degli altri passaggi descritti.

Per essere maggiormente chiari, per valutare la strategia risk parity si è scelto di iniziare da un portafoglio costruito con l'utilizzo di 60 rendimenti mensili, composto quindi dai rendimenti del periodo: gennaio 2001 - dicembre 2005. Tale portafoglio viene successivamente valutato su una finestra rolling di 6 mesi: da gennaio 2006 fino a giugno 2006. Dopodiché si è fatto scivolare il processo di portfolio construction di 6 mesi, costruendolo quindi con i rendimenti che vanno da luglio 2001 a giugno 2006.

Con il processo appena descritto, questa analisi empirica consente di esaminare le due strategie in un contesto realistico, evitando di commettere l'errore di creare un portafoglio possedendo informazioni forward-looking che nella realtà non si possono avere. Si sarebbe commesso questo errore se l'analisi avesse preso in considerazione l'intero sample-period per effettuare le stime degli input necessari ad identificare i pesi di portafoglio, ma attraverso la procedura rolling non lo si commette.

Una volta portata a termine la procedura rolling, sono risultati completati 30 esperimenti di asset allocation, ottenendo di conseguenza 180 rendimenti mensili out-of-sample riferibili al periodo gennaio 2006 - dicembre 2020.

La figura 3.1 mostra l'evoluzione del montante delle due strategie proprio con i rendimenti ottenuti nel periodo out-of-sample, assumendo come capitale iniziale 100€.

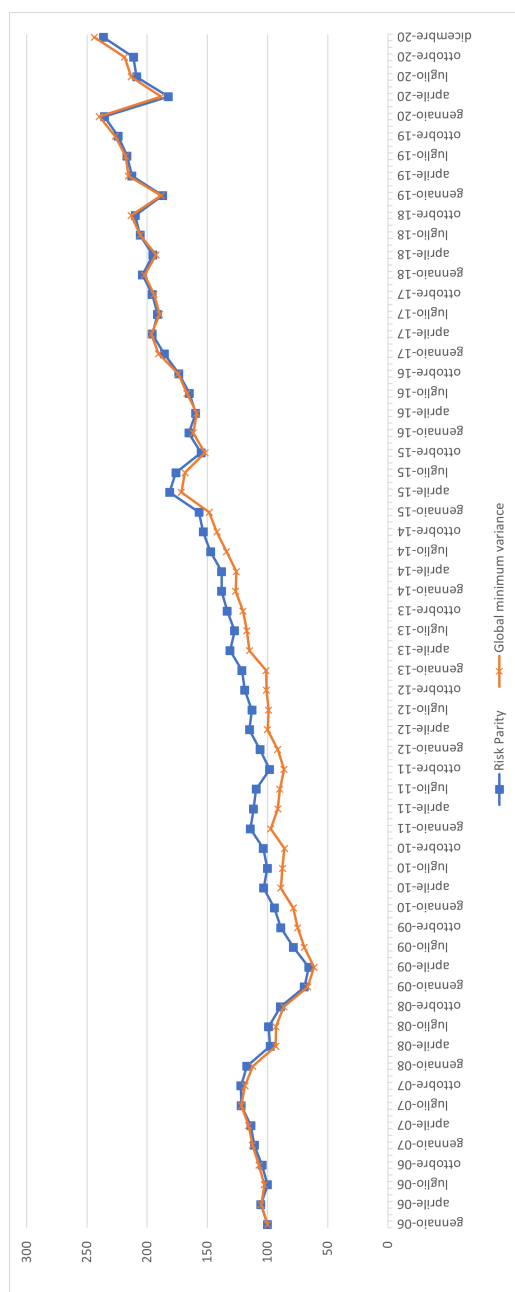


Figura 3.1: Evoluzione del montante delle due strategie.

### 3.3 Criteri per la valutazione

**D**OPO aver chiarito quali dati verranno utilizzati, quale approccio verrà confrontato con la strategia risk parity e infine come verranno costruiti i due portafogli, è indubbiamente necessario analizzare anche il modo in cui verranno valutati i risultati dei due portafogli.

Se si pensa ad un investitore che alloca il proprio denaro all'interno di un portafoglio, si può dedurre facilmente che esso ponga grande attenzione soprattutto a due variabili: al rendimento e al rischio. Un confronto congiunto di queste variabili è quindi alquanto necessario. Per fare questo ci vengono in aiuto alcuni indicatori di risk-adjusted performance che sono in grado di integrare in un'unica grandezza la combinazione rischio-rendimento del portafoglio oggetto di valutazione. In realtà, nel corso degli ultimi cinquant'anni si è assistito a una progressiva proliferazione di tali indicatori che spesso rappresentano delle semplici varianti delle misure originarie, ma hanno assunto una notevole importanza nella valutazione delle diverse strategie e di molti portafogli. Gli indicatori di redditività corretta per il rischio che verranno analizzati in questo capitolo fanno riferimento al tasso free risk oppure a un tasso di rendimento minimo per l'investitore:

- il tasso free risk, in concreto, è approssimato da un indice di mercato monetario di titoli governativi con vita residua breve o da un tasso interbancario sui depositi a breve;
- il tasso di rendimento minimo per l'investitore rappresenta il tasso più basso che vuole accettare, infatti viene anche definito come Minimum Acceptable Return (MAR).

#### 3.3.1 L'indice di Sharpe

**I**L più noto e diffuso indicatore di redditività corretta per il rischio è il cosiddetto "Sharpe ratio" che misura, su un dato orizzonte temporale, il rendimento in eccesso rispetto al tasso free risk per unità di rischio totale. L'indice di Sharpe è dato infatti dal rapporto fra l'excess return di un portafoglio e la deviazione standard dei suoi rendimenti, dove per excess return si intende la differenza fra il rendimento medio del portafoglio e il tasso privo di rischio. Analiticamente, l'indice di Sharpe è pari a:

$$\frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p} \quad (3.1)$$



dove:

$\bar{r}_P$  = rendimento medio del portafoglio;

$\bar{r}_f$  = rendimento dell'attività free risk;

$\sigma_p$  = deviazione standard dei rendimenti del portafoglio.

Per il suo calcolo nel nostro confronto i rendimenti mensili dell'Euro Treasury 0-12 Months come proxy per il tasso free risk.

Attraverso l'indice di Sharpe è possibile confrontare investimenti diversi e definire il grado di efficienza relativa. Infatti, il portafoglio con lo Sharpe ratio più elevato è quello in grado di produrre il maggior rendimento in eccesso per unità di rischio totale: quindi rappresenta il portafoglio più efficiente e da preferire rispetto agli altri.

Tabella 3.3: Calcolo dello Sharpe ratio di due portafogli.

Portafoglio	Rendimento	Volatilità	Shape ratio
A	9%	2%	4
B	17%	8%	2
Free risk	1%		

La Tabella 3.3 mostra l'indice di Sharpe per due portafogli assumendo come tasso free risk 1%. L'indice di Sharpe per il portafoglio A ammonta a 4,00 ( $\frac{9\%-1\%}{2\%}$ ), mentre per il portafoglio B a 2 ( $\frac{17\%-1\%}{8\%}$ ). Proprio perché lo Sharpe ratio è una misura di risk-adjusted performance e premia il minor rischio oltre che al rendimento, otteniamo il valore più elevato di Sharpe ratio per il portafoglio A anche se presenta un rendimento più basso.

### 3.3.2 L'indice di Sortino

**L'**ALTRA misura di risk-adjusted performance che verrà utilizzata in questa tesi è l'indice di Sortino. L'utilizzo di questo particolare indice si rivela necessario quando le distribuzioni dei rendimenti sono asimmetriche perché l'utilizzo del principio media varianza risulta insufficiente per cogliere l'accezione negativa di rischio e gli indicatori classici di risk-adjusted performance non sono più in grado di rappresentare le caratteristiche essenziali della distribuzione.

La formulazione analitica dell'indice di Sortino è molto simile a quella dell'indice di Sharpe, tuttavia si basa su una definizione di rischio asimmetrica. Al numeratore riporta la differenza fra il rendimento del portafoglio e, anziché il tasso free risk, un rendimento obiettivo individuato in funzione delle aspettative e delle esigenze dell'investitore. Al denominatore non troviamo la deviazione standard ma il downside risk, che viene calcolato considerando solamente i rendimenti inferiori a quello obiettivo. Analiticamente l'indice di Sortino è dato da:

$$\frac{\bar{r}_p - r_{target}}{Down\ risk_p} = \frac{\bar{r}_p - r_{target}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_{p,t} - r_{target})^2}{n-1}}} \quad (3.2)$$

sotto il vincolo:

$$r_{p,t} < r_{target}$$

con:

$\bar{r}_p$  = rendimento medio del portafoglio;

$r_{target}$  = rendimento obiettivo desiderato dall'investitore;

$Down\ risk_p$  = down side risk dei rendimenti del portafoglio rispetto al rendimento obiettivo.

Attraverso l'indice di Sortino è dunque possibile confrontare investimenti diversi e definire il grado di efficienza relativa in un contesto di down side risk. Il portafoglio con l'indice di Sortino più elevato è quello in grado di massimizzare il rendimento differenziale rispetto al target per unità di rischio downside. Si considerino a titolo esemplificativo, due portafogli A e B, indicati nella Tabella 3.4.

Tabella 3.4: Indice di Sortino del portafoglio A e B

Portafoglio	Rendimento	Down side risk	Sortino Index
A	8%	4%	1,50
B	15%	13%	1,00
Rendimento obiettivo	2%		

L'indice di Sortino del portafoglio A è pari a  $1.50 = \frac{8\% - 2\%}{4\%}$ , mentre quello del portafoglio

B è pari a  $1.00 = \frac{15\% - 2\%}{13\%}$ : il portafoglio A è quindi più efficiente del portafoglio B in quanto ha consentito di raggiungere un maggior rendimento per unità di rischio down side.

Questo indice finanziario ha due importanti vantaggi:

1. ha la capacità di saper adattare la misurazione del risk-adjusted performance alle aspettative di rendimento dell'investitore che, a seconda delle sue necessità finanziarie, potrà assumere come obiettivo un rendimento almeno pari a zero, pari al tasso d'inflazione o pari al tasso free risk;
2. visto l'impiego del down side risk, l'indice di Sortino è in grado di cogliere la sola accezione negativa di rischio, ipotizzando quindi che debbano essere considerati solamente gli scostamenti negativi dal reddito obiettivo e non quelli positivi.

Tale indicatore risulta particolarmente utile per valutare quei portafogli che perseguono obiettivi di rendimento assoluto, in cui il rischio è rappresentato dall'incertezza di raggiungere un dato rendimento obiettivo, e in tutti quei contesti in cui la distribuzione dei rendimenti risulta essere asimmetrica, in modo tale da non consentire alla deviazione standard di cogliere l'effettiva esposizione all'accezione negativa di rischio. Invece, per gli investimenti tradizionali, l'indice di Sortino può essere considerato come un efficace complemento degli altri indicatori di redditività corretta per il rischio, perché per livelli di valutazione di due o più portafogli molto prossimi l'indice di Sortino consente di selezionare quello più efficiente per unità di rischio down side, assumendo per tale motivo un ruolo di indicatore integrativo complementare.

Tuttavia, sia l'indice di Sortino che quello di Sharpe non sono in grado di considerare i coefficienti di correlazione lineare fra i diversi portafogli, i quali sono essenziali per individuare il rischio complessivo di un portafoglio composto da due o più attività rischiose, ma sono rilevanti per la loro capacità di fornire un metro di paragone fra diversi portafogli.

### 3.4 Risultati

**I**N questo ultimo paragrafo si presentano i risultati ottenuti dall'analisi empirica della strategia risk parity e della strategia global minimum variance. Queste sono due strategie che hanno una logica di asset allocation molto diversa, dato che la prima punta a eguagliare il contributo al rischio delle asset class mentre la seconda ad ottenere un portafoglio con la più piccola standard deviation. Tuttavia, sono due strategie che

fanno del rischio il loro perno fondamentale, realizzando l'asset allocation in funzione di questa variabile e non, come comunemente avviene, in base al rendimento. Inoltre, sono due strategie  $\mu$ -free strategy siccome non necessitano del rendimento delle asset class per eseguire l'allocazione, ottenendo dei grandi benefici in termini di affidabilità dell'asset allocation.

Come si è visto il rischio assume un ruolo fondamentale per tutte e due le strategie, tuttavia vorrei incominciare questa analisi illustrando le differenze tra le due strategie in termini di performance, per poi successivamente analizzare le misure di rischio e le misure di risk-adjusted performance.

Nella Tabella 3.5 vengono rappresentate le performance delle due strategie.

Tabella 3.5: Performance delle due strategie nell'analisi out-of-sample.

	Risk parity (%)	Global minimum variance (%)
Performance cumulata	136,26	144,91
Media aritmetica annua	6,72	6,88
Media aritmetica mensile	0,56	0,57

L'analisi che è stata proposta prende in considerazione un orizzonte temporale di lungo periodo per ottenere un'analisi più corretta su cui non gravano le oscillazioni di breve. Infatti, questa tipologia di orizzonte temporale è uno dei principali consigli che viene dato a qualsiasi investitore. Di questo consiglio ne dà prova anche la nostra analisi, ottenendo per tutte e due le strategie delle ottime performance cumulative, anche se le due performance non differiscono di molto, in quanto vi è una differenza di soli otto punti percentuali. Ugualmente, anche per quanto riguarda la media aritmetica annua e mensile non vi è molta differenza fra le due strategie.

Tabella 3.6: Misure di rischio delle due strategie nell'analisi out-of-sample.

	Risk parity	Global minimum variance
Standard deviation mensile	4,00 %	3,90 %
Standard deviation annua	13,86 %	13,52 %
Maximum drawdown	- 49,90 %	- 50,80 %
Drawdown medio	- 0,13 %	- 0,16 %
Numero di drawdown	131	131

Nella Tabella 3.6 confrontiamo le due strategie in termini di rischio. Dato che la strategia global minimum variance ha proprio come obiettivo principale quello di creare un portafoglio con il rischio più basso in assoluto, è proprio questa la strategia che presenta la minore deviazione standard mensile e annuale. Tuttavia, la strategia risk parity, pur presentando una maggiore volatilità dei rendimenti, ha ottenuto dei drawdown meno robusti, sia come valore medio che in termini assoluti, totalizzandone comunque lo stesso numero.

Avendo valutato la performance ma anche il rischio delle due strategie, ora è possibile analizzare l'efficienza finanziaria, indicata nella Tabella 3.7. Come si è detto nella sezione precedente, è stata valutata utilizzando due misure di risk-adjusted performance: l'indice di Sharpe e di Sortino.

Tabella 3.7: Efficienza finanziaria delle due strategie.

	Risk parity	Global minimum variance
Indice di Sharpe	0,4110	0,4338
Indice di Sortino	0,5679	0,5925

Secondo questi risultati, il portafoglio global minimum variance batte, seppur di poco, la strategia risk parity in termini di efficienza finanziaria, sia secondo l'indice di Sharpe che per l'indice di Sortino. Questo risultato poteva essere previsto, in quanto i due portafogli presentano pressoché il medesimo rendimento ma il portafoglio risk parity presenta un standard deviation più alta.

Dall'analisi che abbiamo proposto non si evince una grande differenza fra le due strategie e allo stesso modo non si riesce ad indicare quale sia la strategia dominante, in

quanto i risultati ottenuti sono pressoché i medesimi. Tuttavia, le due strategie convergono ai medesimi risultati seguendo due strategie di allocazione ben distinte. Per dare prova di ciò si propone la Tabella 3.8 e 3.9, che indicano rispettivamente l'andamento dei pesi della strategia risk parity e della strategia global minimum variance per ogni finestra analizzata.

Tabella 3.8: Portafoglio risk parity.

	MSCI EMU	MSCI UK	MSCI USA	MSCI CAN.	MSCI JAP.	MSCI PAC. EX JAP. FREE	MSCI EMER. MARK.
1	12,47%	18,22%	14,15%	13,24%	16,52%	14,74%	10,66%
2	12,45%	18,06%	14,61%	14,22%	16,02%	14,26%	10,39%
3	12,21%	16,90%	14,42%	14,45%	15,86%	15,47%	10,69%
4	11,63%	17,31%	15,04%	14,17%	15,47%	15,81%	10,57%
5	14,69%	17,77%	17,18%	12,72%	13,86%	14,10%	9,68%
6	15,18%	17,61%	17,16%	12,83%	14,54%	12,77%	9,91%
7	14,34%	15,82%	18,40%	11,52%	17,81%	12,10%	10,02%
8	13,47%	15,40%	18,28%	11,58%	18,31%	12,57%	10,39%
9	13,41%	15,28%	17,88%	11,49%	18,87%	12,52%	10,56%
10	13,49%	15,25%	17,75%	11,47%	18,89%	12,40%	10,75%
11	13,39%	14,76%	17,04%	11,51%	19,98%	12,25%	11,07%
12	13,52%	14,52%	16,90%	11,35%	19,71%	12,40%	11,60%
13	13,12%	14,43%	16,81%	11,49%	20,43%	12,31%	11,40%
14	12,97%	14,43%	17,24%	11,78%	20,12%	12,15%	11,32%
15	12,81%	14,54%	17,18%	12,13%	19,70%	12,23%	11,40%
16	12,66%	14,40%	17,30%	11,52%	20,48%	12,07%	11,58%
17	12,07%	15,17%	17,43%	12,30%	18,60%	12,45%	11,99%
18	12,73%	15,16%	16,89%	12,60%	19,38%	11,39%	11,86%
19	13,03%	15,02%	16,92%	13,25%	18,76%	11,15%	11,88%
20	12,70%	14,67%	17,51%	15,24%	16,56%	11,36%	11,95%
21	12,65%	14,25%	16,81%	15,64%	16,05%	11,99%	12,62%
22	12,07%	14,41%	16,94%	16,46%	16,45%	11,53%	12,13%
23	13,04%	14,56%	16,93%	16,20%	14,60%	11,70%	12,96%
24	13,84%	14,48%	15,55%	16,35%	14,35%	11,83%	13,60%
25	13,55%	14,23%	15,66%	16,37%	14,05%	12,30%	13,82%
26	13,32%	14,05%	15,57%	16,22%	14,11%	12,56%	14,18%
27	13,72%	14,60%	14,72%	15,44%	13,76%	13,21%	14,55%
28	13,61%	14,57%	14,35%	14,64%	14,61%	13,72%	14,51%
29	13,53%	14,30%	14,36%	14,82%	14,44%	13,92%	14,63%
30	13,59%	14,38%	14,19%	12,69%	17,68%	12,82%	14,65%

Tabella 3.9: Portafoglio global minimum variance

	MSCI EMU	MSCI UK	MSCI USA	MSCI CAN.	MSCI JAP.	MSCI PAC. EX JAP. FREE	MSCI EMER. MARK.
1	0,00%	80,54%	0,00%	0,00%	19,46%	0,00%	0,00%
2	0,00%	80,94%	0,00%	0,00%	19,06%	0,00%	0,00%
3	0,00%	61,27%	0,00%	2,04%	18,82%	17,87%	0,00%
4	0,00%	61,77%	0,00%	0,41%	17,23%	20,59%	0,00%
5	0,00%	50,27%	35,03%	0,00%	8,63%	6,07%	0,00%
6	0,00%	62,40%	30,39%	0,00%	7,21%	0,00%	0,00%
7	0,00%	18,63%	54,67%	0,00%	26,71%	0,00%	0,00%
8	0,00%	6,25%	56,17%	0,00%	37,57%	0,00%	0,00%
9	0,00%	0,00%	53,53%	0,00%	46,47%	0,00%	0,00%
10	0,00%	2,81%	52,46%	0,00%	44,73%	0,00%	0,00%
11	0,44%	6,49%	33,34%	0,00%	59,72%	0,00%	0,00%
12	7,08%	0,00%	40,89%	0,00%	52,03%	0,00%	0,00%
13	6,68%	0,00%	44,64%	0,00%	48,68%	0,00%	0,00%
14	2,33%	0,52%	50,62%	0,00%	46,53%	0,00%	0,00%
15	0,00%	4,75%	51,89%	0,00%	43,36%	0,00%	0,00%
16	2,36%	9,41%	49,72%	0,00%	38,51%	0,00%	0,00%
17	0,00%	32,24%	47,20%	0,00%	19,96%	0,60%	0,00%
18	0,22%	34,88%	42,62%	0,00%	22,02%	0,00%	0,26%
19	1,77%	36,00%	37,64%	0,00%	21,43%	0,00%	3,16%
20	2,37%	21,93%	40,60%	19,86%	15,23%	0,00%	0,00%
21	0,00%	3,77%	44,56%	33,18%	18,50%	0,00%	0,00%
22	0,00%	0,00%	37,50%	39,36%	23,14%	0,00%	0,00%
23	0,00%	7,99%	40,31%	34,73%	16,97%	0,00%	0,00%
24	8,53%	8,06%	26,17%	33,77%	16,55%	0,00%	6,93%
25	5,90%	5,28%	32,55%	32,28%	13,03%	0,00%	10,96%
26	2,94%	5,60%	35,24%	29,12%	10,57%	0,00%	16,54%
27	0,00%	25,25%	25,52%	19,32%	5,01%	0,00%	24,90%
28	0,00%	25,63%	13,81%	15,56%	22,47%	0,00%	22,53%
29	0,00%	19,11%	15,61%	19,43%	22,28%	0,00%	23,57%
30	0,00%	6,43%	0,00%	0,00%	73,30%	0,00%	20,27%



Dato che la strategia global minimum variance segue un'allocazione con l'obiettivo di ridurre la volatilità, molto spesso viene eseguita un'esposizione più marcata verso le asset class meno volatili. Viceversa, quando un asset class presenta una volatilità importante li viene assegnato un peso molto modesto o addirittura nullo. Per maggiore chiarezza si propone la Figura 3.2 che indica l'evoluzione dei pesi delle asset class del portafoglio global minimum variance. Come si può vedere i pesi sono molto variabili e sono funzione della volatilità assunta da ciascuna asset class in quel determinato periodo. Sempre nella Figura 3.2 l'asset class MSCI EMERGING MARKETS è quella che meno si osserva, mentre quella che si osserva di più è l'MSCI USA perché hanno rispettivamente una volatilità del 19,12% e del 14,93%.<sup>2</sup>

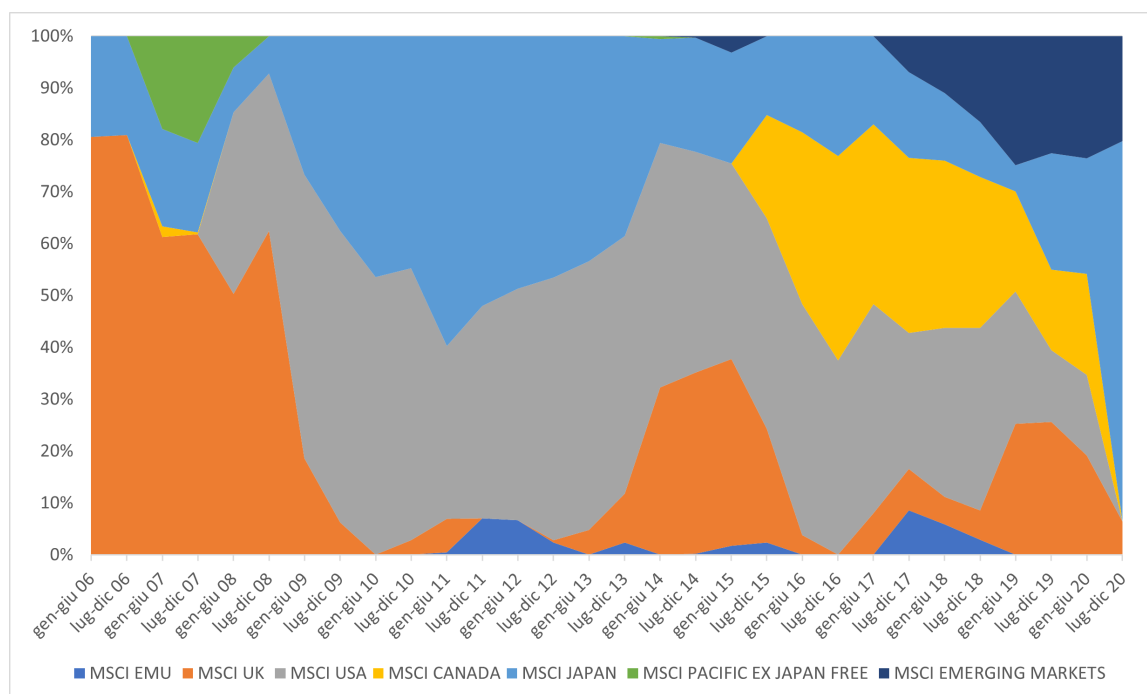


Figura 3.2: Evoluzione dei pesi del portafoglio global minimum variance.

Invece, la Figura 3.3 mostra l'evoluzione dei pesi delle asset class per il portafoglio risk parity. Come si può vedere, questa evoluzione dei pesi è molto più lineare della precedente e inoltre non vi è una grossa disparità fra i pesi assegnati come in precedenza. Differentemente dalla strategia global minimum variance, la strategia risk parity non assegna nessun peso nullo, ma tutte le asset class sono sempre comprese nel portafoglio.

<sup>2</sup>Tabella 3.1

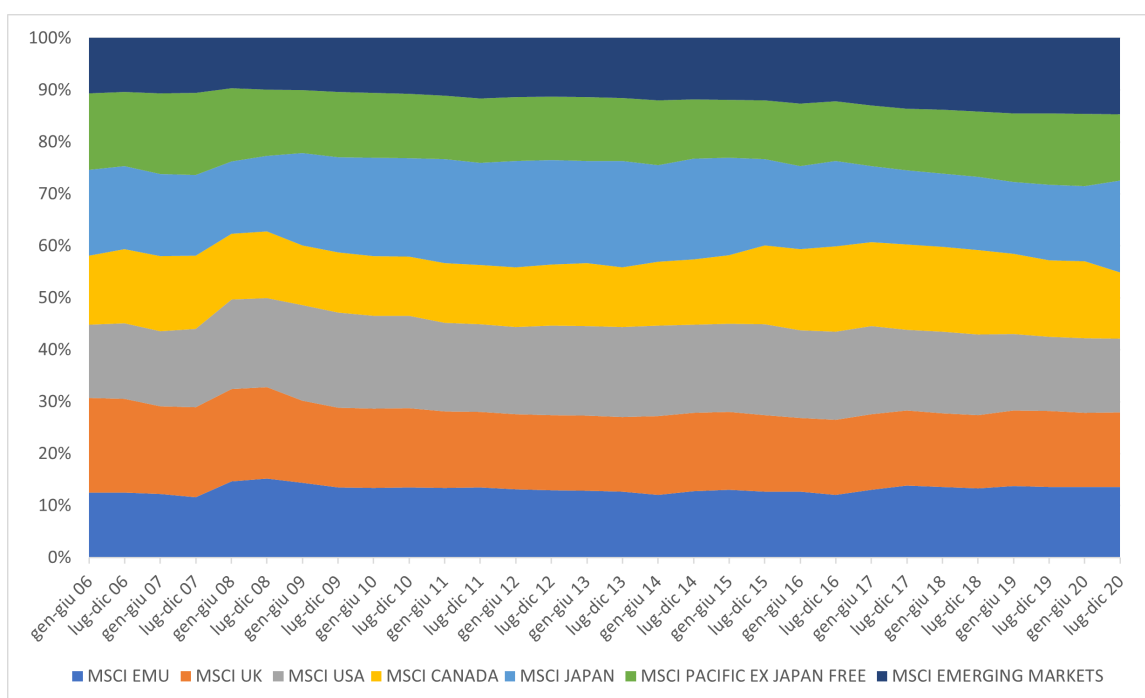


Figura 3.3: Evoluzione dei pesi del portafoglio risk parity.

Inoltre, l'oscillazione così marcata dei pesi nella global minimum variance è naturalmente dovuta anche ad un'altra condizione: la variazione delle correlazioni fra le asset class nel tempo. Come si è detto precedentemente questa non è una misura statica, che può essere calcolata all'inizio del processo di investimento ed essere considerata valida per tutto il periodo considerato, ma tende a variare nel tempo, anche in modo consistente. Infatti, ad ogni variazione delle correlazioni nella finestra temporale presa in considerazione, viene accompagnato un ribilanciamento dei pesi. Per dare prova di ciò si propone le Tabelle 3.10 e 3.11 che indicano la correlazione fra le asset nella prima finestra rolling e nell'ultima finestra rolling.

Ad esempio, nella prima finestra rolling il mercato azionario giapponese si trovava ad avere le correlazioni più basse in assoluto, ma dopo 15 anni si trova ad avere una correlazione simile a tutte le altre asset class. Addirittura in alcuni casi la correlazione risulta essere superiore anche rispetto ad altre asset class.

Questo vuole essere solo un piccolo esempio della variazione della correlazione, ma ciò che si nota generalmente è una continua variazione della correlazione, che molto spesso avviene al rialzo riducendo però il beneficio della diversificazione.

Tabella 3.10: Correlazioni nella 1° finestra rolling.

	MSCI EMU	MSCI UK	MSCI USA	MSCI CANADA	MSCI JAP.	MSCI PAC. EX JAP. FREE	MSCI EMER. MARK.
MSCI EMU	<b>1</b>						
MSCI UK	0,9203	<b>1</b>					
MSCI USA	0,8674	0,8595	<b>1</b>				
MSCI CANADA	0,7704	0,7299	0,8182	<b>1</b>			
MSCI JAPAN	0,4360	0,4874	0,5027	0,5829	<b>1</b>		
MSCI PACIFIC EX JAPAN FREE	0,7761	0,7777	0,8251	0,8149	0,5656	<b>1</b>	
MSCI EMERGING MARKETS	0,7926	0,7740	0,8330	0,8333	0,5927	0,9251	<b>1</b>

Tabella 3.11: Correlazioni nella 30° finestra rolling.

	MSCI EMU	MSCI UK	MSCI USA	MSCI CANADA	MSCI JAP.	MSCI PAC. EX JAP. FREE	MSCI EMER. MARK.
MSCI EMU	<b>1</b>						
MSCI UK	0,8917	<b>1</b>					
MSCI USA	0,8038	0,8266	<b>1</b>				
MSCI CANADA	0,7569	0,8142	0,8405	<b>1</b>			
MSCI JAPAN	0,7908	0,7858	0,8221	0,6839	<b>1</b>		
MSCI PACIFIC EX JAPAN FREE	0,7887	0,8037	0,8202	0,8278	0,7276	<b>1</b>	
MSCI EMERGING MARKETS	0,7587	0,7298	0,7226	0,7587	0,6821	0,8705	<b>1</b>

Quindi, anche se le due strategie ottengono pressoché i medesimi risultati, il modo di ottenerli è alquanto diverso: il portafoglio risk parity esegue un'esposizione verso tutte le asset class che sono state prese in considerazione e mantiene quasi stabilmente i pesi assegnati inizialmente, al netto di variazioni temporanee causate dall'aumento della volatilità delle asset class e/o dall'aumento/diminuzione della correlazione; il portafoglio global minimum variance, invece, esegue un'esposizione solamente verso alcune asset class per ottenere la volatilità più bassa, inoltre è molto sensibile alla variazione della volatilità e della correlazione fra asset class andando a modificare immediatamente i pesi.

Naturalmente i risultati, sotto il profilo finanziario, ottenuti in questa sede per le due strategie risk-based considerate, non devono ritenersi irreversibili nel caso fossero considerati altri universi di investimento; di conseguenza non si vuole attribuire ad essi una validità generale. Tuttavia, l'analisi condotta ha il merito di far emergere alcuni aspetti che, invece, non muterebbero al mutare dell'universo di investimento, eventualmente potrebbero mostrarsi in misura accentuata; ad esempio ciò sarebbe accaduto se si fosse lavorato con un universo di investimento che includeva asset class di natura differente, così da ammettere anche situazioni di correlazione negativa (mai manifestatasi, invece, con l'universo effettivamente utilizzato). Si fa qui riferimento alla maggiore ed eccessiva concentrazione del portafoglio GMV che, diversamente dal portafoglio risk parity, estromette sempre talune asset class dell'universo per accogliere solo una frazione di esse. Da questa circostanza, nonché dalla "movimentazione" dell'assetto dei portafogli GMV mostrato dal grafico ad area, si comprende anche che tale strategia comporta un maggior turnover (trading) di portafoglio e quindi anche maggiori costi di transazione; questi ultimi non sono stati considerati nell'analisi svolta, ma se lo fossero stati avrebbero verosimilmente annullato il vantaggio di performance cumulata della GMV strategy.

# Conclusione

ALL'inizio di questo elaborato ci siamo posti alcune domande sulla corretta allocazione delle proprie risorse, su quale strategia bisognasse puntare dopo la crisi del 2008 e sull'importanza che ha assunto il rischio negli ultimi anni. Da quanto all'inizio potessero sembrare semplici queste domande, di fatto non lo sono e se n'è data prova nei capitoli precedenti.

Markowitz nel 1952 ha cercato di risolvere il problema legato all'allocazione delle proprie risorse attraverso la mean-variance optimization. Tuttavia, l'implementazione pratica di tale strategia si è rivelata particolarmente difficoltosa vista l'estrema sensibilità di tali portafogli agli errori di stima connessi ai parametri presi come input.

Negli ultimi anni, per far fronte a questo problema ci si è rivolti verso le cosiddette strategie risk based perché non hanno l'esigenza di stimare i rendimenti attesi per realizzare la strategia d'investimento. L'obiettivo di questo elaborato è stato proprio quello di analizzare approfonditamente una di queste strategie: la strategia risk parity. La filosofia di questa strategia è quella di bilanciare la risk contribution di ogni asset class presa in considerazione. In altre parole questa strategia assegna a ciascun componente del portafoglio un peso tale per cui il rischio apportato si equivalga a quello degli altri componenti. Successivamente, si è voluto comprendere in che modo essa rende differenti i portafogli rispetto a quelli che si otterrebbero da una strategia che, anziché puntare all'equa distribuzione del rischio, punta al suo più forte abbattimento. Per questo motivo abbiamo proposto un'analisi empirica tra la strategia risk parity e la strategia global minimum variance.

L'analisi empirica è stata condotta con riferimento ad un universo di investimento equity, in particolare composto da sette indici azionari calcolati da Morgan Stanley Capital International rappresentativi delle maggiori società quotate a livello globale. I due portafogli ottenuti si sono rivelati essere molto differenti nella loro struttura, in quanto attraverso la strategia risk parity abbiamo ottenuto un portafoglio inclusivo di tutte le asset class; al contrario il portafoglio GMV è risultato essere un portafoglio

alquanto polarizzato solo su alcune asset class, estromettendone allo stesso tempo altre. Un'altra grande differenza è stata data dal fatto che i pesi determinati dalla strategia risk parity rimangono relativamente più stabili, viceversa i pesi del portafoglio GMV subiscono un turnover visibilmente più accentuato, creando al lato pratico ingenti costi di transazione.

In definitiva, la strategia risk parity rappresenta un'evoluzione nel panorama delle strategie d'investimento, configurandosi come uno strumento capace di fornire all'investitore la capacità di governare il rischio, senza però rinunciare completamente al rendimento. Come si è visto anche nell'analisi empirica proposta, questa strategia non ha l'intenzione di sovraperformare le comuni strategie d'investimento come, ad esempio, la GMV, ma il suo scopo ultimo è quello di attuare una diversificazione che si basa sul rischio, creando dei portafogli bilanciati sotto questo punto di vista e in grado di offrire all'investitore delle performance coerenti di lungo periodo.

# Bibliografia

- Anderson, R. M., Bianchi, S. W. & Goldberg, L. R. (2012). Will my risk parity strategy outperform? *Financial Analysts Journal*, 68(6), 75–93.
- Asness, C. S., Frazzini, A. & Pedersen, L. H. (2012). Leverage aversion and risk parity. *Financial Analysts Journal*, 68(1), 47–59.
- Bagella, M. (2004). *Finanza e crescita: quali vincoli, quali rischi?* Il Mulino.
- Bailey, D. H. & Lopez de Prado, M. (2012). The Sharpe ratio efficient frontier. *Journal of Risk*, 15(2), 13.
- Basile, I., Braga, M. D. & Ferrari, P. (2019). *Asset management e investitori istituzionali* (2<sup>a</sup> ed.). Pearson.
- Bazzana, F. & Debortoli, F. (2002). Il rischio sistemico in finanza: una rassegna dei recenti contributi in letteratura. *UniTrento*.
- Bhansali, V., Davis, J., Rennison, G., Hsu, J. & Li, F. (2012). The risk in risk parity: A factor-based analysis of asset-based risk parity. *The Journal of Investing*, 21(3), 102–110.
- Black, F. (1990). Mean reversion and consumption smoothing. *The Review of Financial Studies*, 3(1), 107–114.
- Braga, M. D. (2015a). Risk parity versus other  $\mu$ -free strategies: a comparison in a triple view. *Investment Management and Financial Innovations*, 12(2), 277–289.
- Braga, M. D. (2015b). *Risk-Based Approaches to Asset Allocation: Concepts and Practical Applications*. Springer International Publishing.
- Campbell, J. Y. (1996). Understanding risk and return. *Journal of Political economy*, 104(2), 298–345.
- Chaves, D., Hsu, J., Li, F. & Shakernia, O. (2011). Risk parity portfolio vs. other asset allocation heuristic portfolios. *The Journal of Investing*, 20(1), 108–118.
- Choueifaty, Y. & Coignard, Y. (2008). Toward maximum diversification. *The Journal of Portfolio Management*, 35(1), 40–51.



- Chow, T., Hsu, J. C., Kuo, L. & Li, F. (2014). A Study of Low-Volatility Portfolio Construction Methods. *The Journal of Portfolio Management*, 40(4), 89–105.
- Clarke, R., De Silva, H. & Thorley, S. (2013). Risk parity, maximum diversification, and minimum variance: An analytic perspective. *The Journal of Portfolio Management*, 39(3), 39–53.
- Croce, R., Guinn, R. & Partridge, L. (2013). Risk parity in a rising rates regime. *Salient white paper*.
- Daly, D., Rossi, S. & Herzog, F. (2012). Methodology for the Construction and Enhancement of Risk-Parity Portfolios. *2012 Eighth International Conference on Signal Image Technology and Internet Based Systems*, 416–419.
- Demey, P., Maillard, S. & Roncalli, T. (2010). Risk-based indexation. *Available at SSRN 1582998*.
- DeMiguel, V., Garlappi, L. & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *The review of Financial studies*, 22(5), 1915–1953.
- Fabozzi, F. A., Simonian, J. & Fabozzi, F. J. (2021). Risk Parity: The Democratization of Risk in Asset Allocation. *The Journal of Portfolio Management*, 47(5), 41–50.
- Griveau-Billion, T., Richard, J. & Roncalli, T. (2013). A fast algorithm for computing high-dimensional risk parity portfolios. *Available at SSRN 2325255*.
- Hilsted, J. C. (2012). Active Portfolio Management and Portfolio Construction. *Unpublished Masters Thesis*.
- Hurst, B. (2010). Risk Parity: why we lever? *AQR Capital Management*.
- Hurst, B., Johnson, B. & Ooi, Y. H. (2010). Understanding risk parity. *AQR Capital Management*.
- Kamauchi, K. & Yokouchi, D. (2021). A Method for Risk Parity/Budgeting Portfolio Based on Gram-Schmidt Orthogonalization. *Hitotsubashi Journal of commerce and management*, 54(1), 15–27.
- Kempf, A. & Memmel, C. (2006). Estimating the global minimum variance portfolio. *Schmalenbach Business Review*, 58(4), 332–348.
- Kunz, S. (2011). At Par with Risk Parity. *CFA Institute 2011 Asset and Risk Allocation Conference, Chicago*.
- Lee, T., Spellar, A. & Bouchev, P. (2012). Understanding Risk Parity. *The Clifton Group*.
- Lee, W. (2011). Risk-based asset allocation: A new answer to an old question?

- Maillard, S., Roncalli, T. & Teiletche, J. (2010). The properties of equally weighted risk contribution portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, 36(4), 60–70.
- Maller, R. A., Durand, R. B. & Jafarpour, H. (2010). Optimal portfolio choice using the maximum Sharpe ratio. *The Journal of Risk*, 12(4), 49.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Yale University Press New Haven*.
- Merton, R. C. (1972). An analytic derivation of the efficient portfolio frontier. *Journal of financial and quantitative analysis*, 1851–1872.
- Michaud, R. O. (1989). The Markowitz optimization enigma: Is ‘optimized’ optimal? *Financial analysts journal*, 45(1), 31–42.
- Mishkin, F. S., Eakins, S. G. & Forestieri, G. (2015). *Istituzioni e mercati finanziari. Con aggiornamento online*. Pearson.
- Prince, B. (2020). Risk Parity Is About Balance. *Bridgewater*.
- Qian, E. (2005). On the financial interpretation of risk contribution: Risk budgets do add up. *PanAgora Asset Management*.
- Qian, E. (2011). Risk parity and diversification. *The Journal of Investing*, 20(1), 119–127.
- Qian, E. (2016). *Risk Parity Fundamentals*. CRC Press.
- Qian, E. (2012). Diversification return and leveraged portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, 38(4), 14–25.
- Scholz, H. & Wilkens, M. (2005). Investor-specific performance measurement: A justification of sharpe ratio and treynor ratio. *International Journal of Finance*, 17(4), 3671.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of business*, 39(1), 119–138.
- Sharpe, W. F. (1994). The sharpe ratio. *Journal of portfolio management*, 21(1), 49–58.
- Sun, W., Fan, A., Chen, L., Schouwenaars, T. & Albota, M. A. (2006). Optimal rebalancing for institutional portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, 32(2), 33–43.
- Zou, X. (2013). Financial Interpretation of Risk Decomposition. *2nd International Conference on Science and Social Research*.

# Sitografia

[www.wsj.com](http://www.wsj.com)

[www.borsaitaliana.it](http://www.borsaitaliana.it)

[www.cnbc.com](http://www.cnbc.com)

[www.msci.com](http://www.msci.com)